



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
CIENCIAS
UDELAR | fcien.edu.uy



Captura de satélites en escenarios de migración planetaria

Jorge Pablo Lemos Velázquez

Programa de Posgrado en Física, opción Astronomía
Facultad de Ciencias
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Agosto de 2018



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
CIENCIAS
UDELAR | fcien.edu.uy



Captura de satélites en escenarios de migración planetaria

Jorge Pablo Lemos Velázquez

Tesis de Maestría presentada al Programa de Posgrado en Física, opción Astronomía, Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Magister en Física, opción Astronomía.

Director:

D.Sc. Prof. Tabaré Gallardo

Montevideo – Uruguay
Agosto de 2018

Lemos Velázquez, Jorge Pablo

Captura de satélites en escenarios de migración planetaria / Jorge Pablo Lemos Velázquez. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ciencias, 2018. XVIII, 80 p.: il.; 29, 7cm.

Director:

Tabaré Gallardo

Tesis de Maestría – Universidad de la República, Programa en Física, opción Astronomía, 2018.

Referencias bibliográficas: p. 64 – 69.

1. Planetas y satélites: formación, 2. Cuerpos menores, 3. Dinámica orbital, 4. Sistema Solar. I. Gallardo, Tabaré, . II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Física, opción Astronomía. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

D.Sc. Prof. Gonzalo Tancredi

D.Sc. Prof. Juan José Downes

D.Sc. Prof. Arturo Martí

D.Sc. Prof. Andrea Sosa

D.Sc. Prof. Tabaré Gallardo

Montevideo – Uruguay
Agosto de 2018

A todos que ven en una pregunta
no un obstáculo, sino una
posibilidad para explorar todo
un mundo nuevo: dedicada a
todos los científicos.

Agradecimientos

Al Orientador de esta Maestría, Tabaré Gallardo, por todo el tiempo y el esfuerzo dedicados. Ha sido un placer haber recorrido este camino juntos.

A los integrantes del Tribunal y del Instituto de Física, especialmente del Departamento de Astronomía, por brindarme su tiempo y sugerencias para que la concreción de esta Tesis sea una realidad.

A la Agencia Nacional de Investigación e Innovación (ANII), al Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas (Pediciba) y a todos los que trabajan allí, por el apoyo financiero, logístico y humano brindado.

A mi familia y amigos (dos formas distintas de decir lo mismo), en especial a Ro, por todas las sugerencias, aportes, paciencia y apoyo brindados a lo largo de este proceso, sin el cuál hubiera sido imposible llegar a este punto.

Pumba: *¿Timón?*

Timón: *¿Qué?*

Pumba: *¿Nunca te has
preguntado qué son esos puntos
brillantes de arriba?*

Timón: *Pumba, no me lo
pregunto. Lo sé.*

Pumba: *¡Ah! ¿Y qué son?*

Timón: *Son luciérnagas,
luciérnagas que se quedaron
pegadas en esa cosa negra y azul
de arriba.*

Pumba: *Ah ¿sí? Siempre
pensé que eran bolas de gas
quemándose a millones de
kilómetros de aquí.*

Timón: *Pumba, contigo todo es
gas!.*

RESUMEN

Con excepción de Mercurio y Venus, todos los planetas del Sistema Solar poseen satélites naturales. Dentro de los satélites de los planetas gigantes pueden distinguirse dos grupos de acuerdo a las características de sus órbitas: los de bajas inclinaciones, excentricidades y semiejes son llamados *regulares*, mientras que por el contrario los *irregulares* tienen órbitas más alejadas del planeta, excéntricas e inclinadas, llegando incluso a ser retrógrados. Por estas características es muy improbable que los satélites irregulares sean formados junto con el planeta, como los regulares, sino que deben haber sido capturados en etapas más o menos tempranas de evolución del planeta. Entender la captura de estos cuerpos es muy importante puesto que puede echar luz sobre el proceso de formación del Sistema Solar.

Si bien ya existe una teoría sobre la captura de estos cuerpos ([Nesvorný et al. 2007](#) [Nesvorný et al. 2014](#)) enmarcada en un modelo más general sobre la evolución de la arquitectura del Sistema Solar denominado *modelo Jumping Jupiter* ([Brasser et al., 2009](#)), esta teoría no puede explicar algunos casos particulares donde se estima haya ocurrido una disipación de energía más lenta que la prevista por el modelo. Si bien es esperable que la mayoría de los cuerpos capturados antes de la disipación del disco sean eyectados durante el evento que permite la captura en el marco del modelo de Jumping Jupiter, la presencia de estos casos particulares hace pensar que no todos las partículas en esa situación hayan sufrido el mismo destino.

En esta Tesis investigamos sobre la posibilidad de que los satélites irregulares hayan sido capturados en un momento en el cual todavía estaba presente un disco de gas y polvo alrededor del Sol, a partir del cual fueron formados los planetas actuales. En particular, planteamos la hipótesis de que los efectos de la migración del planeta, la gravedad del disco de gas y el frenado de cuerpos sólidos al atravesar un fluido puedan ser elementos fundamentales a la hora de disipar la energía de los cuerpos y generar así capturas permanentes.

Del análisis se desprende que existe una probabilidad de 2.7% de que un cuerpo con una órbita heliocéntrica sea capturado por un planeta migrante por al menos 100 años, con elementos orbitales consistentes con los de los satélites

irregulares observados en el presente. A diferencia de algunos resultados obtenidos en trabajos anteriores, no encontramos que la captura como satélite esté intermediada por una captura en resonancia coorbital.

Ajustando la tasa de variación del semieje planetocéntrico de los cuerpos capturados a través de una función lineal fue posible distinguir entre dos tipos de órbita dependiendo de la inclinación mutua entre los planos orbital del cuerpo y ecuatorial del planeta. Esta diferenciación tiene consecuencias dinámicas, puesto que la presencia de un disco circumplanetario de gas de alta densidad cerca del plano ecuatorial del planeta hace que la tasa de disipación de energía a través del arrastre gaseoso sea mayor para aquellos con inclinaciones mutuas bajas.

Palabras claves:

Planetas y satélites: formación, Cuerpos menores, Dinámica orbital, Sistema Solar.

ABSTRACT

Except Mercury and Venus, all the planets of the Solar System possess natural satellites. Within the satellites of the giant planets, two groups can be distinguished according to the characteristics of their orbits: those of low inclinations, eccentricities and semimajor axis are called *regulars*, while on the contrary the *irregulars* have orbits farther from the planet, with greater eccentricities and inclinations, even retrograd ones. Due to these characteristics it is very unlikely that irregular satellites were formed along with the planet, like regular ones, but must have been captured in more or less early stages of evolution of the planet. Understanding the capture of these bodies is very important since it can shed light on the formation process of the Solar System.

While there is already a theory about the capture of these bodies (Nesvorný et al. 2007 Nesvorný et al. 2014) in the frame of a more general model on the evolution of architecture of the Solar System called *Jumping Jupiter model* (Brasser et al., 2009), this theory can't explain some particular cases where it is estimated that a slower energy dissipation than that predicted by the model has occurred. While it is expected that most of the bodies captured before the dissipation of the disk would be ejected during the event that allows the capture in the frame of the Jumping Jupiter model, the presence of these particular cases suggests that not all the particles in that situation have suffered the same fate.

In this Thesis we investigate the possibility that irregular satellites were captured at a time when there was still a disk of gas and dust around the Sun, from which the present planets were formed. In particular, we hypothesize that the effects of the migration of the planet, the gravity of the gas disk and the aerodynamical drag of solid bodies when passing through a fluid can be fundamental elements when it comes to dissipating the energy of the bodies and thus generate permanent captures.

The analysis shows that there is a probability of 2.7% that a body with a heliocentric orbit can be captured for at least 100 years by a migrating planet, with orbital elements consistent with those of the irregular satellites observed in the present. Unlike some results obtained in previous works, we did not find

that the capture as satellites is mediated by a capture in coorbital resonance.

By adjusting the variation rate of the planetocentric semimajor axis of the bodies captured through a linear function, it was possible to distinguish between two types of orbit depending on the mutual inclination between the orbital plane of the body and the planet equatorial plane. This differentiation has dynamic consequences, since the presence of a gaseous circumplanetary disk of high density near the equatorial plane of the planet causes the energy dissipation rate through gaseous drag to be greater for those with low mutual inclinations.

Keywords:

Planets and satellites: formation, Minor bodies, Orbital dynamics, Solar System.

Lista de figuras

2.1	Nube molecular Barnard 68, ubicada en la constelación de Ofiu- co, vista en 6 longitudes de onda diferentes. En sentido horario pueden verse a partir de arriba a la izquierda desde el azul hasta el infrarrojo. European Southern Observatory PR Photo 29b/99	6
2.2	Cociente entre estrellas con disco y total de estrellas observadas en función de su edad. Tomado de Mamajek (2009)	8
2.3	Enfocamiento gravitacional causado por las atracciones mutuas entre dos cuerpos.	14
2.4	Tasa de migración en función de la masa del planeta. Puede verse que la relación es lineal salvo para masas mayores, donde la tasa de migración se aparta de la tendencia debido a que se entra en otro régimen de migración. Tomado de Lubow y Ida (2011) .	19
2.5	Densidad superficial de un disco de gas obtenida de la simula- ción de un disco interactuando con un planeta de la masa de Júpiter, por lo que tiene suficiente masa para abrir la brecha. Es interesante notar que aún abriéndola existen canales por los que el gas continúa llegando a la esfera de Hill del planeta.	20
2.6	Distribución de las órbitas de los satélites irregulares de los pla- netas gigantes del Sistema Solar con diámetros mayores a 5 km. El símbolo representa el valor del semieje, mientras que la línea denota las posiciones del pericentro y apocentro de la órbita.	24

3.1	a) Densidad superficial del disco de gas perturbado por un planeta de $1M_J$, donde pueden apreciarse los brazos: estructuras de sobredensidad de gas que llegan hasta el planeta, aún habiendo abierto una brecha. Tomada de D'Angelo y Podolak (2015) . b) Modelo para la densidad de los brazos hallado al utilizar la prescripción descrita.	29
3.2	Densidad del gap y velocidad del gas para planetas de masa $1M_J$ y $4M_J$. Los vectores representan la dirección de la velocidad, mientras que sus longitudes representan su módulo. Los vectores más largos corresponden a $0.2c_s$ y $0.4c_s$ para las figuras superior e inferior respectivamente. Tomada de Fung y Chiang (2016) . . .	31
3.3	Modelo de disco gaseoso implementado. a) densidad superficial, normalizada respecto a la densidad superficial sin modificar a una distancia igual al semieje del planeta. b) Perfil vertical de la densidad volumétrica, normalizada respecto a la densidad volumétrica a una distancia igual al semieje del planeta sobre el plano central. Se puede apreciar el disco circumplanetario como una sobredensidad en la zona cercana a $z = 0$ y $r/r_P = 1$	32
3.4	Variación de semieje y excentricidad para el caso de Júpiter, utilizando las dos implementaciones nombradas, una calculando el factor de la Ecuación 3.9 en todos los pasos de integración (Tasa constante) y la otra utilizando solamente el valor inicial del mismo (Aceleración constante).	33
3.5	Comparación de los elementos orbitales de un cuerpo de prueba obtenidos en una simulación que considera el efecto de gravedad del disco contra otra que no lo hace.	35
3.6	Comparación de los elementos orbitales del mismo cuerpo teniendo en cuenta la gravedad del disco, pero implementado con las rutinas numérica y analítica.	37
3.7	Radio de las partículas en función de la distancia a la estrella para un valor de $Re = Re_b$, punto donde el régimen de arrastre cambia.	38

4.1	Distribución inicial de las partículas a simular. La densidad superficial de sólidos es similar a la hallada en los discos presentes en la constelación de Ofiuco. Puede notarse que no hay partículas presentes en la zona de alimentación del planeta gigante. . . .	40
4.2	Evolución de los elementos orbitales de una submuestra de partículas. a) semieje vs. excentricidad, b) semieje vs. inclinación.	41
4.3	Distribución de capturas en resonancia de movimientos medios por al menos 100 años. El tamaño de los puntos se corresponde con a) el tiempo promedio de permanencia y b) con el número de cuerpos atrapados en dicha resonancia. El punto más grande correspondiente a 17414 años y 643 cuerpos para a) y b) respectivamente. La línea punteada divide a las resonancias externas (parte superior izquierda) de las internas (parte inferior derecha).	43
4.4	Acercamiento de la evolución de semieje vs. excentricidad para las posiciones de las resonancias a) internas y b) externas. Puede notarse que para las internas hay un exceso de puntos en las posiciones nominales de las resonancias, mientras que para las externas hay un déficit. Además, se superpone la evolución de un cuerpo en cada caso (<i>puntos rojos</i>) con su estado inicial indicado (<i>asterisco azul</i>)	44
4.5	Dirección de aproximación al semieje nominal de resonancia para el caso a) una interna, donde el cociente de semiejes tiende a converger a la unidad, y b) externa, donde diverge.	45
4.6	Proporción de cuerpos capturados como coorbitales en función del tiempo de captura. Se puede apreciar una caída brusca para tiempos mayores a ~ 500 años.	47
4.7	Ejemplo de la evolución del ángulo crítico $\sigma = \lambda - \lambda_P$ y de la distancia heliocéntrica para una partícula capturada temporalmente en resonancia coorbital, junto con la posición del planeta, donde se aprecia el fenómeno de <i>resonance hopping</i> entre resonancias internas y externas.	47
4.8	Ejemplos de cuerpos capturados a) como cuasi-satélite y b) Troyano. El pasaje por estos estados no está relacionado a una permanencia en la esfera de Hill por un tiempo prolongado una vez finalizada dicha etapa.	48

4.9	a)) Ángulo acimutal y b)) polar con los que las partículas entran a la esfera de encuentros del planeta. Se muestra también el ajuste por $\cos \theta$ a la latitud, correspondiente a una muestra aleatoria.	50
4.10	Energía Kepleriana de los planetesimales respecto al planeta al momento en que se produce el encuentro (distancia al planeta menor a $1.5r_H$) en función del semieje heliocéntrico. Se superponen además estos valores para los cuerpos capturados en rojo.	51
4.11	a) Histograma de radios de las partículas que entran a la esfera de encuentros. Se puede apreciar un descenso en el número de partículas con radios pequeños, lo que está explicado por b) Diferente efecto del arrastre gaseoso sobre partículas de distinto tamaño.	53
4.12	Proporción de los cuerpos capturados en función del tiempo de captura. La primer columna se corresponde a los cuerpos con tiempo de captura menor que 100 años, delimitando los eventos de capturas largas. Nótese la escala logarítmica de las ordenadas.	54
4.13	Histograma normalizado de los radios de los cuerpos capturados (<i>izquierda</i>) y de las capturas largas (<i>derecha</i>).	55
4.14	Elementos orbitales planetocéntricos de dos cuerpos capturados por un periodo largo (> 100 años), pertenecientes a los subgrupos de a) inclinación alta y b) órbitas cuasi coplanares.	56
4.15	Evolución de los estados orbitales de una submuestra de planetesimales con capturas largas, donde cada color representa la evolución de un cuerpo distinto.	57
4.16	Valor absoluto de la variación promedio del semieje en función del radio de la partícula para cuerpos con capturas largas. . . .	58
1.1	Un esferoide con simetría acimutal que es visto desde una dirección perpendicular a su plano central la corta en una distancia $2d$	72

Lista de tablas

3.1	Parámetros empleados en la simulación con <i>FARGO3D</i>	34
4.1	Condiciones iniciales de la simulación.	40
4.2	Capturas de los planetesimales en las integraciones de prueba. Los tiempos están expresados en años.	59

Tabla de contenidos

Lista de figuras	XII
Lista de tablas	XVI
1 Introducción	1
2 Fundamentos	5
2.1 Formación estelar	5
2.1.1 De las nubes moleculares a las estrellas	5
2.1.2 Discos circumestelares	7
2.2 Formación planetaria	10
2.2.1 Formación de planetesimales	10
2.2.2 Formación de planetas terrestres	13
2.2.3 Formación de planetas gigantes	15
2.3 Migración planetaria	16
2.4 Satélites irregulares	21
2.4.1 Origen y evolución dinámica	22
3 Modelo	25
3.1 Modelo de discos circumestelar y circumplanetario	25
3.1.1 Disco sin modificar	26
3.1.2 Modificaciones en el disco introducidas por el planeta . .	27
3.2 Adaptaciones del código <i>Mercury</i>	30
3.2.1 Migración del planeta gigante	31
3.2.2 Gravedad del disco circumestelar	33
3.2.3 Arrastre gaseoso	37
4 Resultados y discusión	39
4.1 Captura en resonancia de movimientos medios	42

4.2	Captura en resonancia coorbital	46
4.3	Encuentros y capturas en el planeta migrante	49
4.4	Evolución durante la captura	55
4.5	Relevancia de los efectos	58
5	Conclusiones y trabajo a futuro	60
	Referencias bibliográficas	64
	Glosario	69
	Apéndices	70
Apéndice 1	Potencial del disco de Mestel	71
Apéndice 2	Modificaciones al código	74

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad está ampliamente aceptada la hipótesis que plantea que la formación de los sistemas planetarios, entre ellos nuestro Sistema Solar, no es un proceso *in-situ*, sino que los planetas van variando su semieje a través de un proceso denominado *migración planetaria*. Esta migración puede ser causada por diversos factores, como interacciones de los planetas con el disco de gas y polvo que rodea a la estrella central, al que llamamos *disco circumestelar* (Goldreich y Tremaine, 1979, Goldreich y Tremaine, 1980), o en etapas más tardías de la evolución del sistema, por la interacción con un disco de planetesimales (Fernández y Ip, 1984).

La migración afecta no solamente a las posiciones de los planetas, sino que altera además a los propios discos que la originan y puede generar interacciones entre los planetas, debido a que diferentes tasas de migración pueden acarrear cruces de resonancias o encuentros entre ellos. Es por esto que comprender los procesos actuantes en los primeros millones de años de vida de los sistemas planetarios y sus resultados, donde se puede englobar el objetivo este trabajo, resulta muy complejo. Sin embargo, sabemos por observaciones en nuestro Sistema Solar que estos procesos dejan huellas que pueden ser vistas hasta hoy en día, por lo que pueden ser rastreados.

En este trabajo nos centraremos en investigar sobre las trazas que estos procesos han dejado sobre los cuerpos menores capturados a lo largo de la migración de los planetas gigantes presentes en el Sistema, particularmente sobre los satélites irregulares, una población de satélites naturales de algunos planetas con ciertas características distintivas.

Exceptuando a Mercurio y Venus, todos los planetas del Sistema Solar

cuentan con satélites, además de ser encontrados también alrededor de algunos cuerpos menores del Sistema. Estos satélites pueden ser fácilmente catalogados en dos grupos: los que tienen órbitas cuasi circulares, coplanares con los planos orbitales de sus planetas y directas son llamados satélites *regulares*, mientras que los de órbitas más alejadas del planeta, excéntricas e inclinadas, llegando incluso a ser retrógradas, son denominados *irregulares*. Esta distinción no es únicamente dinámica, sino que está relacionada también con el origen mismo de estos cuerpos. Por un lado, desde hace varios años las teorías propuestas plantean que los regulares fueron formados junto con el planeta mediante la acreción de sólidos presentes en el disco circumplanetario, una “copia en miniatura” del disco circumestelar en torno a los planetas (Pollack et al. 1991 presenta una recopilación de las teorías que han sido base para el desarrollo de los modelos actuales). Por el otro, las características de las órbitas de los irregulares implican que ese modelo no funciona para ellos, puesto que se encuentran demasiado alejados del disco, algunos de ellos hasta orbitando al planeta en sentido contrario al mismo, por lo que debieron haber sido capturados en algún momento posterior de la evolución del planeta. Sin embargo, el proceso mediante el cuál estos cuerpos son capturados no está del todo claro, sino que existen varios modelos que invocan diversos mecanismos de disipación de energía que permitan la captura, como la fricción con una masa de gas, el aumento repentino de masa del planeta o interacciones del planeta con un cuerpo binario donde uno de los componentes se lleva el exceso de energía necesario para que el otro sea capturado.

En la actualidad, el método más aceptado para explicar la captura de esta población de satélites se enmarca dentro de un modelo más general sobre la evolución dinámica del Sistema Solar, el modelo *Jumping Jupiter* (Brasser et al., 2009). Este modelo es resultado de la mejora de uno previo, el modelo de Niza (Tsiganis et al., 2005), donde se plantea que los elementos orbitales actuales de los planetas gigantes se produjeron tras un cruce de la resonancia 1:2 entre Júpiter y Saturno causada por las diferentes tasas de migración por la interacción con un disco de planetesimales. Si bien el modelo de Niza explica los valores relativamente altos de excentricidad de los planetas gigantes, no explica su evolución secular ni las excentricidades de los planetas terrestres, debido a que la tasa de migración es demasiado lenta. Para solucionar este problema, Nesvorný (2011) planteó que la migración es más violenta debido a que originalmente el Sistema Solar contaba con 5 planetas gigantes, y tras

un periodo de migración lenta se genera una inestabilidad que provoca que el quinto gigante tenga encuentros con el resto de los planetas gigantes, y como resultado del proceso es eyectado del sistema. En este contexto, [Nesvorný et al. \(2007\)](#) y [Nesvorný et al. \(2014\)](#) explicaron la captura de satélites irregulares en Saturno, Urano y Neptuno, y en Júpiter respectivamente, invocando interacciones de 3 cuerpos entre 2 planetas y un planetesimal cercano. En este escenario, el quinto gigante tiene encuentros con el resto de los planetas gigantes, provocando una inestabilidad en los planetesimales cercanos a ellos y generando que algunos de ellos sean capturados permanentemente. En estos trabajos los autores asumen que cualquier cuerpo que estuviera capturado previamente en torno a los planetas a una distancia mayor a unas pocas décimas de la esfera de Hill es eliminado. Sin embargo, existen casos como los de Pasiphae y Sinope, ambos satélites de Júpiter, que tienen indicios de haber sido capturados a través de un proceso de disipación de energía más lento, como a través del arrastre gaseoso ([Saha y Tremaine 1993](#), [Beaugé y Nesvorný 2007](#)).

Por lo mostrado anteriormente, existen indicios de que la captura de los satélites irregulares, o al menos una fracción de ellos, ocurrió antes de la disipación del disco gaseoso en el que se formaron los planetas. La comprobación de esta hipótesis requiere por un lado estudiar el proceso de captura de planetesimales en torno al planeta gigante en las primeras etapas de vida del sistema cuando todavía estaba presente el disco de gas alrededor del Sol ($\sim 10^7$ años luego de la formación), y por otro analizar la evolución dinámica de las partículas capturadas hasta el presente ($\sim 10^9$ años). En este trabajo nos centraremos en el estudio de la primera de estas cuestiones, quedando la segunda para un trabajo posterior. El escenario estudiado consistirá en un planeta gigante que migra por la interacción con este disco de gas, y un conjunto de planetesimales que se ven afectados por el arrastre gaseoso, además de las interacciones gravitacionales con el planeta, la estrella y el disco. Nuestro objetivo será analizar no solo el proceso de captura de los planetesimales como satélites irregulares, sino también en resonancias coorbitales, puesto que éstas podrían ser un paso intermedio para la conversión en satélites ([Kortenkamp y Joseph, 2011](#)). En este sentido esta Tesis se complementa con el trabajo previo publicado por [Lemos y Gallardo \(2018\)](#), donde se estudia la captura en resonancia coorbital por un planeta migrante.

Este trabajo es la continuación natural del realizado como Trabajo Especial de Licenciatura ([Lemos, 2014](#)), donde se investigó la probabilidad de captura

como satélite en un escenario simplificado, obteniendo resultados compatibles con la distribución observada en la actualidad de elementos orbitales de los cuerpos capturados.

En la investigación bibliográfica realizada encontramos que ya existen algunos autores que trabajan sobre esta hipótesis, pero en todos los casos el escenario estudiado tiene diferencias con el planteado en este trabajo. Por ejemplo, [Suetsugu y Ohtsuki \(2016\)](#) estudian el efecto del gas circumplanetario sobre la captura de planetesimales, sin considerar el disco circumestelar o la migración del planeta, mientras que [D'Angelo y Podolak \(2015\)](#) analiza un escenario muy similar pero el objetivo de su trabajo está más orientado a estudiar la acreción de sólidos que puedan aumentar la masa del planeta o servir como bloques constitutivos de los satélites regulares. Además, en ninguno de los casos presentes en la bibliografía que fueron analizados se incluye el efecto gravitatorio generado por el disco de gas sobre los planetesimales, que como veremos genera efectos dinámicos relevantes.

Esta Tesis se organizará de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentarán los fundamentos teóricos empleados. En el Capítulo 3 se presentará el modelo computacional generado para estudiar el problema. En el Capítulo 4 se presentarán los resultados obtenidos en nuestras simulaciones. Finalmente, en el Capítulo 5 serán expuestas las conclusiones, así como el trabajo a futuro.

Capítulo 2

Fundamentos

Como vimos en la Sección anterior, en este trabajo analizaremos la captura de planetesimales asistida por la interacción con un disco gaseoso. Es por ello que en una primera instancia repasaremos el proceso de formación y crecimiento de los sistemas planetarios en el contexto del disco circumestelar. En una segunda instancia presentaremos las características de los satélites irregulares, cuerpos presentes en la actualidad en nuestro Sistema Solar cuyo origen podría ser explicado por el mecanismo de captura aquí planteado, y que servirán como indicador para evaluar los posibles resultados de las capturas obtenidas.

2.1. Formación estelar

2.1.1. De las nubes moleculares a las estrellas

En toda esta Sección seguiremos la línea planteada por [Stahler y Palla \(2005\)](#). En la actualidad, el modelo de formación estelar aceptado plantea que las estrellas son formadas en las regiones más densas de las nubes moleculares como la de la Figura 2.1. Estas nubes pueden tener tamaños gigantescos, con masas $\sim 10^5 - 10^6 M_\odot$, o ser bastante pequeñas, con masas $\sim 0.1 - 10 M_\odot$. En los centros de estas nubes existe una densidad de $\sim 10^{11}$ moléculas por metro cúbico y una temperatura $\sim 10 K$.

En las nubes donde tanto la presión magnética como la externa puedan ser ignoradas, la nube se encuentra en equilibrio hidrostático y el teorema del virial puede aplicarse. Cuando alguno de estos fenómenos empieza a cobrar relevancia, la energía mecánica de la nube (o de una porción de ella) pasa a ser negativa, con lo que ocurre un colapso de la misma. Asumiendo una nube

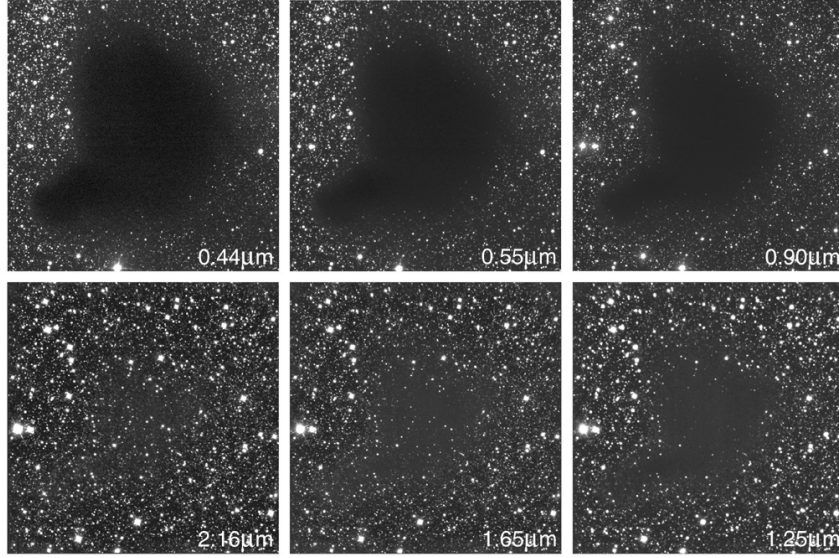


Figura 2.1: Nube molecular Barnard 68, ubicada en la constelación de Ofiuco, vista en 6 longitudes de onda diferentes. En sentido horario pueden verse a partir de arriba a la izquierda desde el azul hasta el infrarrojo. European Southern Observatory PR Photo 29b/99

esférica e isoterma, la masa crítica para la cuál la nube deja de ser estable y comienza su contracción es llamada *masa de Jeans*, y está dada por la expresión

$$M_J = \frac{3k_B T}{4\mathcal{G}\mu m_H} R \quad (2.1)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura, μ es la masa molecular de las partículas que componen el gas, m_H es la masa de un átomo de hidrógeno, R el radio de la nube y $\mathcal{G}$ la constante de gravitación. Asumiendo $\mu = 2.3$ y $T = 10\text{ K}$, una nube de masa $1 M_\odot$ tendrá un radio $R \simeq 0.1\text{ pc}$ al momento de iniciar el colapso.

Si bien la nube molecular tiene inicialmente un cociente entre las fuerzas centrífuga y gravitacional $\beta = \frac{F_{cent}}{F_{grav}} \sim 10^{-3}$ para una porción de gas a una distancia r del eje de rotación, la fuerza centrífuga aumenta como r^{-3} , mientras que la gravitatoria lo hace como r^{-2} . Esto implica que al comienzo del colapso la rotación de la nube es despreciable, pero al ir reduciendo su tamaño va cobrando una importancia cada vez mayor. Este aumento en la velocidad de rotación de la nube produce por un lado su fragmentación, en caso que el momento angular sea lo suficientemente grande, y por otro el cambio de forma de la nube a una estructura plana, en forma de disco, con un radio del orden de los cientos de unidades astronómicas. Estos discos son el origen de los sistemas

planetarios.

Como puede verse en la Figura 2.1, la nube es inicialmente transparente para la radiación infrarroja, lo que produce que pueda radiar eficientemente su energía térmica. Sin embargo al colapsar, el centro de la nube va aumentando su densidad, lo que genera que se vuelva opaca a esta radiación. Sin la posibilidad de radiar eficientemente la energía térmica ganada al liberar energía potencial gravitatoria, el núcleo sigue aumentando su temperatura hasta que comienzan las reacciones termonucleares, dando inicio a la vida de la estrella en la secuencia principal y deteniendo definitivamente la contracción.

2.1.2. Discos circunestelares

Las estrellas en vías de formación se caracterizan, entonces, por tener a su alrededor un disco de gas y polvo que servirá como incubadora para la formación de los sistemas planetarios. La presencia de un disco genera patrones distintivos en la distribución espectral de energía de estos objetos. Estos patrones en el continuo del espectro constan de dos características: un exceso de radiación infrarroja, producto del polvo presente en el disco, y un exceso de radiación ultravioleta, proveniente de las zonas de altas temperaturas en las cercanías de la estrella donde el gas es acretado hacia la misma.

Al estudiar la presencia de discos en estrellas pertenecientes a distintos cúmulos, varios trabajos (por ejemplo los de [Haisch et al., 2001](#) y [Mamajek, 2009](#)) coinciden en que la cota superior para el tiempo medio de vida de los discos es de 10^7 años, y pasado este tiempo no hay más gas presente en el disco (Figura 2.2).

Estructura y evolución del disco

Esta sección estará dedicada a describir la estructura y los procesos que ocurren en el interior de los discos. No pretendemos aquí entrar en detalles sino mostrar los aspectos más relevantes de los mismos para nuestro trabajo siguiendo la línea planteada por [Armitage \(2010\)](#), que seguiremos durante toda esta Sección.

Para estudiar la estructura vertical, consideraremos que el disco es fino (es decir, su altura característica es una fracción pequeña del radio orbital). En este escenario, la componente vertical de la gravedad estelar sobre una parcela de gas debe compensarse con la fuerza causada por el gradiente de presión.

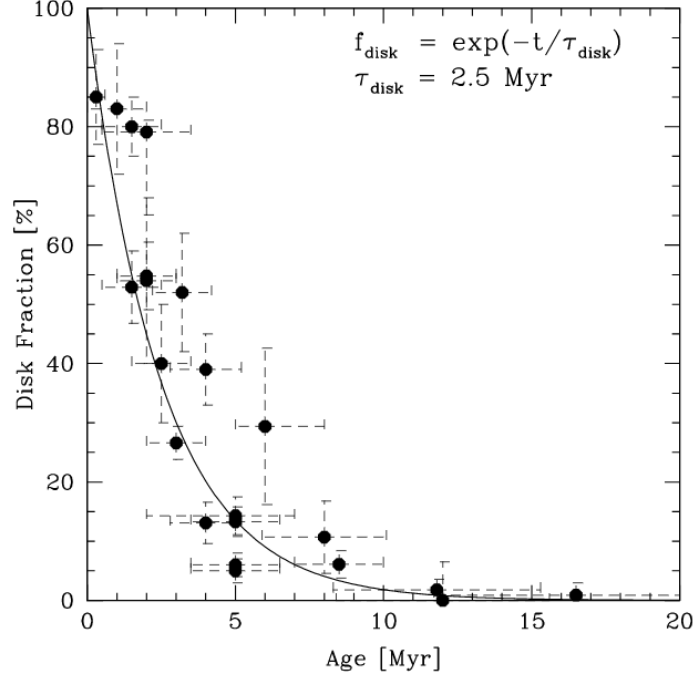


Figura 2.2: Cociente entre estrellas con disco y total de estrellas observadas en función de su edad. Tomado de [Mamajek \(2009\)](#)

Si asumimos que el gas es verticalmente isoterma, $P = c_s^2 \rho$, donde c_s es la velocidad del sonido en el disco. Integrando la ecuación de fuerzas se obtiene que la distribución vertical de densidad $\rho(z)$ está dada por la expresión

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left[\frac{\mathcal{G}M_*}{c_s^2(r^2 + z^2)^{1/2}} \right] \simeq \rho_0 e^{-z^2 \Omega_K^2 / 2c_s^2} \quad (2.2)$$

donde $\Omega_K = \sqrt{\mathcal{G}M_*/r^3}$ es la velocidad angular Kepleriana (o sea, la velocidad angular con la que se movería un cuerpo en una órbita circular no perturbada alrededor del Sol) a una distancia radial r y M_* la masa de la estrella central. La estructura vertical tiene entonces una forma gaussiana, siendo la escala de altura $h = \frac{c_s}{\Omega_K}$. Como el disco es fino, la densidad volumétrica suele ser reemplazada por la superficial

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z) dz \Rightarrow \Sigma = \sqrt{2\pi} h \rho_0. \quad (2.3)$$

Para analizar la estructura radial del disco debemos considerar las dos principales fuentes de energía que el disco utiliza para calentarse: el reprocesamiento de la luz de la estrella y la conversión de energía potencial gravitatoria

de gas que cae hacia el centro. Estos procesos ocurren al mismo tiempo y van variando su relevancia con el paso del tiempo, pero nos interesa destacar dos elementos principalmente. El primero es que en ambos casos, el escenario más sencillo da como resultado que el perfil radial de temperatura es del estilo

$$T_{disco} \propto r^{-3/4}. \quad (2.4)$$

Asumiendo este perfil, se tiene que $c_s \propto r^{-3/8}$, lo que implica que $\frac{h}{r} \propto r^{1/8}$. Esto implica que el disco se alabea, es decir, que agranda su escala de altura al alejarse de la estrella central. Este efecto generaría que se intercepte más radiación, lo que aumentaría la temperatura hasta llegar a un perfil que varía como

$$T_{disco} \propto r^{-1/2}. \quad (2.5)$$

Para finalizar esta sección es importante destacar el proceso de transporte de material y momento angular. Para estudiarlo necesitaremos introducir la ecuación de continuidad de masa junto con la conservación de momento angular para un anillo del disco que se extiende entre r y $r + \Delta r$:

$$r \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) = 0 \quad (2.6)$$

$$r \frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Omega \Sigma) + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega r \Sigma v_r) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial r} \quad (2.7)$$

donde v_r es la velocidad radial y $\mathcal{T}$ es el torque ejercido de un anillo a otro por fuerzas de fricción. Es importante notar que en este caso la velocidad angular del disco Ω no tiene por qué ser igual a la Kepleriana. Introduciendo el parámetro de viscosidad cinemática ν en la expresión para el torque y combinando ambas ecuaciones se llega a que

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right]. \quad (2.8)$$

Esta ecuación puede ser reconocida como la ecuación de difusión, por lo que podemos afirmar que este es el tipo de evolución del disco. Con esto surgen dos nuevas cuestiones. La primera es que, visto que la viscosidad es la causante de la disipación de energía gravitatoria, es de esperar que este proceso ocurra más eficientemente en las zonas de mayor densidad, es decir, cerca del plano

central. Esta consideración rompe con la hipótesis de que el disco es verticalmente isoterma asumida anteriormente. La segunda es que, si se asume que la principal fuente de viscosidad está dada por la colisión entre las partículas del gas (llamada molecular), el tiempo de vida estimado del disco es $\sim 10^{13}$ años, mucho mayor que el hallado anteriormente. Si bien existen algunas teorías que explican los altos valores de densidad requeridos para ser coherente con los tiempos de evolución planteados (turbulencia del disco, magnetohidrodinámica, etc.), hasta hoy en día no está claro el proceso por el cuál el gas aumenta su viscosidad. Para solucionar este problema, [Shakura y Sunyaev \(1973\)](#) propusieron parametrizar esta viscosidad como

$$\nu = \alpha c_s h \quad (2.9)$$

donde α es un parámetro adimensionado. Si bien esta parametrización es ampliamente utilizada, este es un tema que aún está abierto, pues conlleva varios problemas, como asumir que α es constante invocando la simplicidad de los cálculos o la posibilidad de que haya zonas del disco que no presenten turbulencias.

2.2. Formación planetaria

La formación de planetas está dada por el crecimiento de los sólidos partiendo desde las partículas de polvo. Siguiendo a [Armitage \(2010\)](#), dada la diferencia de tamaños de los cuerpos analizados entre el inicio y el final del proceso, es conveniente dividirlo en varias etapas, cada una de ellas con procesos característicos.

2.2.1. Formación de planetesimales

Un planetesimal es un cuerpo sólido suficientemente grande para que su evolución dinámica esté dominada por las interacciones gravitatorias frente a la interacción con el gas ([Armitage, 2010](#)). Esta interacción con el gas, que llamaremos genéricamente *arrastre gaseoso*, dependerá de la relación entre una longitud característica del sólido s y el camino libre medio de las partículas que forman el gas λ , de la densidad del gas ρ_g y del vector velocidad relativa entre ellos $\mathbf{v}$.

Asumiendo partículas esféricas, s es su radio, por lo que definimos el régimen de Epstein cuando se cumple la condición $s \lesssim \lambda$. En este régimen, la aceleración ejercida sobre la partícula sólida es

$$\mathbf{a}_D = -\frac{\rho_g v_T}{\rho s} \mathbf{v} \quad (2.10)$$

donde ρ es la densidad del sólido y v_T es la velocidad térmica de las moléculas de gas.

Cuando $s \gtrsim \lambda$, ya no es posible considerar las interacciones individuales del sólido con las partículas del gas, por lo que hay que tratarlo como un fluido. En este caso la aceleración puede ser expresada como

$$\mathbf{a}_D = -\frac{3C_D}{8s} \frac{\rho_g}{\rho} v \mathbf{v}. \quad (2.11)$$

C_D es una constante llamada *coeficiente de arrastre* que depende de varios parámetros, tanto de la partícula como del gas, que pueden ser resumidos en el número de Reynolds $Re \equiv vs/\nu$. Dependiendo del valor de este parámetro, existen diferentes definiciones para C_D : si $Re < 1$, se dice que el régimen de arrastre es el de Stokes, y $C_D = 6\pi Re^{-1}$, mientras que para $Re \gg 1$ (régimen cuadrático) el coeficiente de arrastre se vuelve constante, $C_D \simeq 0.77$.

En este trabajo adoptaremos un criterio similar al empleado por [Rafikov \(2004\)](#), donde definimos un valor de corte $Re_b = 27$ como valor de cambio entre las distintas definiciones de C_D , omitiendo el comportamiento complicado de C_D para $1 < Re \lesssim 100$.

Si consideramos inicialmente el movimiento vertical de una partícula de polvo ubicada a una distancia z del plano del disco, podemos asumir que está en un régimen de Epstein y que el disco no es turbulento. En este caso, el tiempo de frenado es tan corto que podemos suponer que alcanzan muy rápidamente la velocidad terminal v_t , por lo que igualando la componente vertical de la fuerza gravitatoria con la fuerza de arrastre y suponiendo un perfil dado por la Ecuación 2.2, la velocidad vertical de las partículas de polvo (*velocidad de asentamiento*) v_{as} resulta

$$v_{as} = \left(\frac{\Omega_K^2}{v_t} \right) \frac{\rho}{\rho_g} sz. \quad (2.12)$$

Por esta ecuación vemos que la velocidad de asentamiento es mayor cuanto más alejada esté la partícula del plano central y cuanto mayor sea su tamaño.

Introduciendo parámetros típicos, $t_{as} \sim 2 \times 10^5$ años, lo que es un tiempo corto comparado con la vida del disco. A este modelo sencillo le faltan otros efectos, como la presencia de turbulencia, que es capaz de mantener partículas pequeñas suspendidas lejos del plano central, y la aglomeración, que hace aumentar la velocidad de asentamiento. Modelos más sofisticados también dan escalas de tiempo similares a las encontradas aquí. Es por esto que podemos afirmar que el polvo se encuentra concentrado en el plano central del disco.

Una vez establecida la distribución de sólidos en la dirección vertical, analizaremos su distribución radial. Al ir aumentando su tamaño mediante el proceso de acreción, éstas cambian al régimen de Stokes por lo que se desacoplan del gas, y al llegar a radios del orden de los metros su velocidad es prácticamente Kepleriana. El gas, por su parte, se mueve a una velocidad un poco menor debido al gradiente de presión. Si asumimos que la distribución radial de presión es del tipo $P \propto r^n$, la velocidad orbital del gas v_g queda

$$v_g = v_K(1 - \eta)^{1/2} \quad (2.13)$$

con $\eta = n \frac{c_s^2}{v_K^2}$ y $v_K = r\Omega_K$. Normalmente n es positivo, por lo que la velocidad del gas resulta menor que la Kepleriana. Tomando valores estándar se obtiene $v_g \simeq 0.996v_K$. Aunque este cociente es muy cercano a uno, la velocidad relativa es grande debido a los altos valores de velocidad Kepleriana, por lo que rocas de estos tamaños sufren un frenado muy fuerte, lo que lleva a que caigan hacia la estrella central en tiempos muy cortos (de hasta ~ 100 años). Si bien existen mecanismos que pueden enlentecer este proceso invocando variaciones locales de la presión, la conclusión es que los sólidos deben crecer rápidamente hasta llegar a desacoplar su dinámica de la del gas, que ocurre cuando su radio es del orden de los kilómetros. En este punto, el arrastre gaseoso pasa a ser casi despreciable, por lo que la dinámica de los cuerpos es prácticamente dominada por la atracción gravitatoria de la estrella central.

En la actualidad existen dos modelos para explicar el crecimiento hasta llegar a los planetesimales. Por un lado está la hipótesis de la coagulación, planteada inicialmente por (Weidenschilling, 1977), que postula que el mecanismo de aglomeración que domina el crecimiento de las partículas de polvo sigue actuando hasta llegar a los planetesimales. Diversos autores han planteado que este proceso tiene problemas para explicar la presencia de planetesimales a ciertas distancias a la estrella (Armitage, 2007), principalmente por las altas

velocidades relativas entre las partículas sólidas que impediría su aglomeración, y más aún, generaría una fragmentación de las mismas (Testi et al. 2014 realiza una recopilación de trabajos en el área). Este hecho se ve confirmado por la presencia de polvo en discos de varios millones de años de antigüedad (Hernández et al., 2007). Por estas razones es necesario invocar un mecanismo distinto para explicar la formación de planetesimales.

La hipótesis alternativa al crecimiento por aglomeración más aceptada actualmente sostiene que los planetesimales se forman por fragmentación de zonas de alta densidad de partículas sólidas. Este modelo, planteado por Safronov (1972) e independientemente por Goldreich y Ward (1973), es conocido como mecanismo de Goldreich-Ward y se basa en que el asentamiento vertical y el movimiento radial de las partículas hacia la estrella central genera un sub-disco donde la densidad de sólidos es superior a la del gas. Cuando se cumple la condición $\rho_{sol}/\rho_{gas} \sim 100$ se genera una inestabilidad gravitacional que divide al sub-disco en varias parcelas sólidas, donde las colisiones hacen disipar suficiente energía para que se de el colapso. Si bien este proceso presenta aportes interesantes, como la formación de planetesimales salteando la etapa donde el frenado gaseoso es demasiado fuerte, presenta un problema fundamental ya que el propio asentamiento de partículas en el plano central genera una turbulencia en el gas que impide al sub-disco aplanarse lo suficiente para alcanzar los valores de densidad requeridos.

Como vemos, este es el punto más débil de la teoría actual sobre la formación planetaria. Sin embargo, pueden encontrarse en la actualidad cuerpos sólidos que muy factiblemente descienden de los planetesimales primordiales a distancias que van desde la órbita de Mercurio (0.4 ua) hasta el borde del cinturón de Kuiper (~ 50 ua). Es por esto que asumiremos que el proceso de formación, aún desconocido en su totalidad, forma rápidamente planetesimales con una distribución radial suave.

2.2.2. Formación de planetas terrestres

Una vez en esta etapa, las partículas sólidas mantienen una interacción con el disco de gas, aunque juega un rol menor. La dinámica de los planetesimales está básicamente dominada por las interacciones gravitatorias mutuas. Es por esto que el crecimiento estará dado fundamentalmente por la combinación de dos factores: la tasa de colisiones y la velocidad relativa de las mismas.

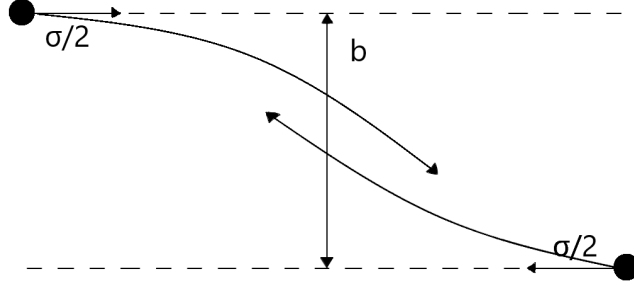


Figura 2.3: Enfocamiento gravitacional causado por las atracciones mutuas entre dos cuerpos.

En cuanto al primero de estos factores, a diferencia de lo que sucedía con los más pequeños, la gravedad de los cuerpos afecta las trayectorias, generando un *enfocamiento gravitacional* y aumentando la sección eficaz de colisión. Pasaremos ahora a analizar este fenómeno.

Consideramos dos cuerpos de igual masa m y radio $R_S/2$ moviéndose con una velocidad relativa v_R como se ve en la Figura 2.3. Las partículas impactarán siempre que el valor mínimo de distancia entre ellas d sea menor que la suma de sus radios, o sea $d < R_S$. Sea b el parámetro de impacto, es decir, la distancia mínima entre las trayectorias suponiendo que no se afectan la una a la otra. Planteando la conservación tanto de la energía como del momento angular entre un estado inicial con las partículas muy separadas entre sí, y un estado final en el punto de mayor acercamiento d , la sección eficaz de colisión resulta

$$\Gamma = \pi R_S^2 \left(1 + \frac{v_{esc}^2}{v_R^2} \right) \quad (2.14)$$

donde $v_{esc}^2 = 4\mathcal{G}m/R_S$ es la velocidad de escape y el término entre paréntesis da cuenta del aumento de la sección eficaz por efectos gravitatorios. Queda claro de esta expresión que la dispersión de velocidades de los planetesimales del disco jugará un rol fundamental en el crecimiento de los cuerpos sólidos. Para tener una idea de este valor debemos considerar varios procesos, siendo por un lado el arrastre gaseoso y las colisiones inelásticas efectos que disipan energía, disminuyendo la dispersión de velocidades, y por otro los efectos cumulativos de encuentros gravitatorios débiles, que aumentan la dispersión de velocidades en un disco compuesto de planetesimales de igual masa, y el llamado efecto de *fricción dinámica* (Kokubo y Ida, 1995), por el cuál un cuerpo más masi-

vo tiende a transferir energía a los más pequeños, generando una dispersión de velocidades dependientes de la masa. La suma de estos efectos nos lleva a concluir que en las primeras etapas de evolución de los cuerpos sólidos la dispersión es pequeña, generándose así un crecimiento rápido, también llamado *en fuga*.

En este punto, los planetesimales más grandes, ya convertidos en embriones planetarios, son los más aptos para seguir creciendo debido a su fuerte enfocamiento gravitacional, aunque la tasa de crecimiento es menor que en la etapa en fuga, debido a que este cuerpo ya acreció a la mayoría de los planetesimales presentes en su zona de influencia gravitatoria. Este momento de la formación es llamado *régimen oligárquico*, y debido a que el aumento de la zona de enfocamiento crece más lentamente que la velocidad con que se vacía la vecindad de estos embriones, se detiene una vez que se alcanza la llamada masa de aislamiento. En el caso de la órbita terrestre, esta masa es $\simeq 0.07 M_{\oplus}$, mientras que para la joviana vale $\simeq 9 M_{\oplus}$ (Armitage, 2010).

En este momento de la formación la mayor parte de la masa de sólidos está contenida en embriones planetarios, habiendo pocos planetesimales remanentes. Los planetas terrestres son formados, entonces, a través de la colisión de estos embriones entre sí, tomando unos 100 millones de años todo el proceso de formación.

2.2.3. Formación de planetas gigantes

La teoría más aceptada en la actualidad para explicar la formación de planetas gigantes es la de acreción del núcleo (Mizuno, 1980, Bodenheimer y Pollack, 1986, Pollack et al., 1996). En este modelo, la formación comienza de la misma manera que la de los planetas terrestres planteada en la Sección 2.2.2, pero a medida que la masa sólida aumenta, el protoplaneta es capaz de mantener una atmósfera cada vez mayor. Mizuno (1980) mostró que existe una masa crítica a partir de la cuál esta atmósfera no se mantiene en equilibrio hidrostático, por lo que colapsa sobre el núcleo aumentando repentinamente su masa. La masa crítica depende principalmente de las características del gas alrededor del protoplaneta, por lo que no está determinada con precisión pero es del orden de las $10 M_{\oplus}$.

Este proceso genera una retroalimentación, debido a que al aumentar la tasa con la que el protoplaneta extrae gas del disco a su alrededor, la masa

aumenta aún más. Este efecto continúa hasta que el gas en las cercanías del planeta disminuye, ya sea por disipación del disco o por apertura de una brecha en el mismo.

El segundo modelo es llamado de inestabilidad gravitacional (Kuiper 1951, Cameron 1978), y está basado en el colapso de una parte del disco tras una inestabilidad producida por una combinación especial de algunos parámetros del gas del disco, como densidad y temperatura. Estas condiciones son más fácilmente cumplidas lejos de la estrella central o en las primeras etapas de la vida del disco. Además, si en las regiones más externas del disco (50 – 100 unidades astronómicas) la energía proveniente de fuera del sistema domina el calentamiento del disco sobre la energía proveniente de la estrella central, esta zona se convierte en inestable, pudiendo dar lugar a planetas muy masivos o hasta enanas marrones.

2.3. Migración planetaria

En la sección anterior analizamos el caso de la formación de los planetas, tanto terrestres como gigantes, en el contexto de un disco circumestelar. Además de los procesos mencionados, cuando los planetas son lo suficientemente masivos la interacción con este disco puede generar un cambio en su semieje que denominamos *migración*. Es importante destacar que nos concentraremos únicamente en estudiar la migración por interacción gravitacional con un disco de gas.

Comenzaremos con el caso más sencillo de migración en discos, llamado *tipo I*, que implica que el perfil de densidad del gas no es afectado en gran medida por la presencia del planeta. Para estudiar este proceso es necesario calcular el torque ejercido por el disco sobre el planeta, para lo que contamos con dos aproximaciones: en la primera se utiliza la *aproximación impulsiva* (Lin y Papaloizou, 1979). Este acercamiento implica asumir que el planeta tiene una masa tal que no afecta la densidad del disco en sus cercanías y que el disco está compuesto por partículas de masa $m \ll M_{plan}$. El cálculo consiste en hallar la deflexión de cada partícula debido a la interacción gravitatoria con el planeta, y con esto hallando el torque total. Este mecanismo tiene dos grandes problemas, el primero es que asume una simetría de la densidad del gas alrededor del semieje del planeta, y el segundo es que mientras la aproximación impulsiva requiere que el tiempo en que el planeta y la partícula se encuentran

próximos entre sí sea mucho menor que el periodo, debido a que el disco tiende naturalmente a mantener las excentricidades pequeñas, las órbitas son muy similares y el tiempo de interacción es comparable con el periodo (Armitage, 2010).

Estos motivos generan que la utilización de esta aproximación sirve únicamente para obtener resultados dentro de un orden de magnitud, por lo que definimos una segunda aproximación al cálculo del torque intercambiado entre el planeta y el disco. Notando que el potencial gravitatorio del disco se ve afectado por la presencia del planeta, esta perturbación se puede escribir como la suma de las perturbaciones en ciertas posiciones resonantes discretas, correspondientes a lugares donde la perturbación excita ondas de densidad (Goldreich y Tremaine 1979, Tanaka et al. 2002).

Estas resonancias ocurren cuando la frecuencia de la órbita del planeta Ω_P se iguala con una frecuencia característica del disco $\Omega(r)$. El caso más sencillo se da cuando $\Omega(r) = \Omega_P$, que llamamos *resonancia de corrotación*, y obviando el gradiente de presiones está ubicada a la misma distancia de la estrella que el planeta.

Si una parcela de gas a distancia r es perturbada ligeramente en la dirección radial, oscilará en torno a la posición original con una frecuencia $\kappa(r)$, llamada *frecuencia epicíclica*. El segundo grupo de resonancias, llamado *resonancias de Lindblad*, estará en las posiciones que cumplan

$$m [\Omega(r) - \Omega_P] = \pm \kappa(r) \quad (2.15)$$

donde m es un entero mayor a cero.

Esto implica que para cada valor de m existen 2 localizaciones, una interna (ILR, por sus siglas en inglés) que otorga momento angular al planeta, y otra externa (OLR) que lo recibe. Se puede ver que al aumentar el valor de m , las localizaciones de las resonancias se acercan al planeta por lo que intercambian un torque mayor. No obstante, esta condición se rompe en las cercanías del planeta, más precisamente para $a \simeq a_P + h$ siendo h la escala de altura del disco, debido a efectos de la presión del gas. Esto implica que la suma necesaria para hallar el cambio de momento angular no será infinita, sino que llegará hasta un $m_{crit} \simeq a_P/h$.

Además, se puede observar que para un mismo m , las OLR se encuentra más cerca del planeta que las ILR, por lo que se favorece la pérdida de momento

angular del planeta, o sea, la migración ocurre en sentido de la estrella central.

Estudios analíticos de discos de 3D, como los realizados por [Tanaka et al. \(2002\)](#) muestran que tanto el torque neto $\mathcal{T}_{neto}$ ejercido sobre el planeta por las resonancias tanto de Lindblad como de corrotación son proporcionales al cuadrado de la masa del planeta, por lo que al relacionarlo con el momento angular J obtenemos que la escala de tiempo característica de migración τ es

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{neto} &\propto M_P^2 \\ \tau &= \frac{J}{\dot{J}} = \frac{J}{\mathcal{T}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau \propto \frac{M_P}{M_P^2} = M_P^{-1} \quad (2.16)$$

de lo que se desprende uno de los resultados más importantes de este tipo de migración: los planetas más masivos migran más rápidamente (Figura 2.4). Además, la migración tipo I es extremadamente rápida: para un planeta de masa $5 M_\oplus$ con un semieje de 5 ua en un disco con parámetros típicos, la escala de tiempo de migración es $\tau = 0.5 Myrs$, mucho menor al tiempo de vida del disco, por lo que el efecto de la migración debe tenerse en cuenta a la hora de estudiar la evolución de los sistemas planetarios.

A medida que la masa del planeta se hace mayor, el torque intercambiado con el gas también aumenta. Como vimos anteriormente, el gas que se encuentra en una órbita externa al planeta le extrae momento angular, mientras que el que tiene una órbita interna se lo otorga, por lo que naturalmente se tiende a abrir una brecha en torno al planeta (Figura 2.5). Cuando este proceso domina frente al transporte viscoso de momento angular en el disco que tiende a rellenarla, la densidad del gas disminuye en las cercanías del planeta, despoblando de gas las resonancias más cercanas e inhibiendo así la migración estudiada anteriormente. Para parámetros estimados en la nebulosa que formó nuestro Sistema Solar, el valor umbral de masa planetaria necesario para abrir permanentemente la brecha es de $M_P \simeq 4 \times 10^{-4}$, comparable con la masa actual de Saturno. Una vez abierta la brecha, el planeta migrará junto con el gas con la escala de tiempo de difusión viscosa del disco, que para parámetros típicos es $\sim 10^5$ años, por lo que este régimen también es muy importante a la hora de realizar estudios dinámicos.

Cerca de 10^7 años después de la formación del disco el gas se disipa, dejando a los planetas embebidos en un disco de planetesimales remanentes. [Fernández y Ip \(1984\)](#) mostraron que en este escenario los planetas aún pueden migrar intercambiando momento angular con este disco de planetesimales, y lo que

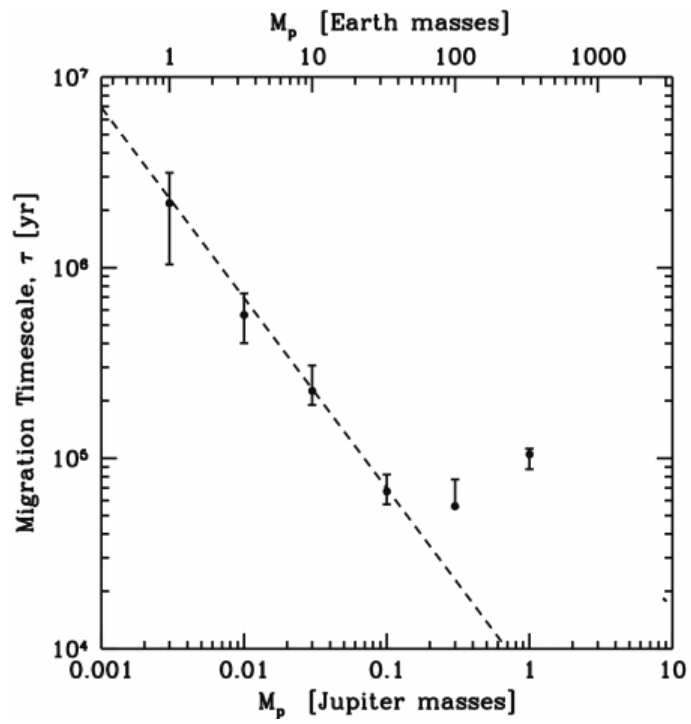


Figura 2.4: Tasa de migración en función de la masa del planeta. Puede verse que la relación es lineal salvo para masas mayores, donde la tasa de migración se aparta de la tendencia debido a que se entra en otro régimen de migración. Tomado de [Lubow y Ida \(2011\)](#).

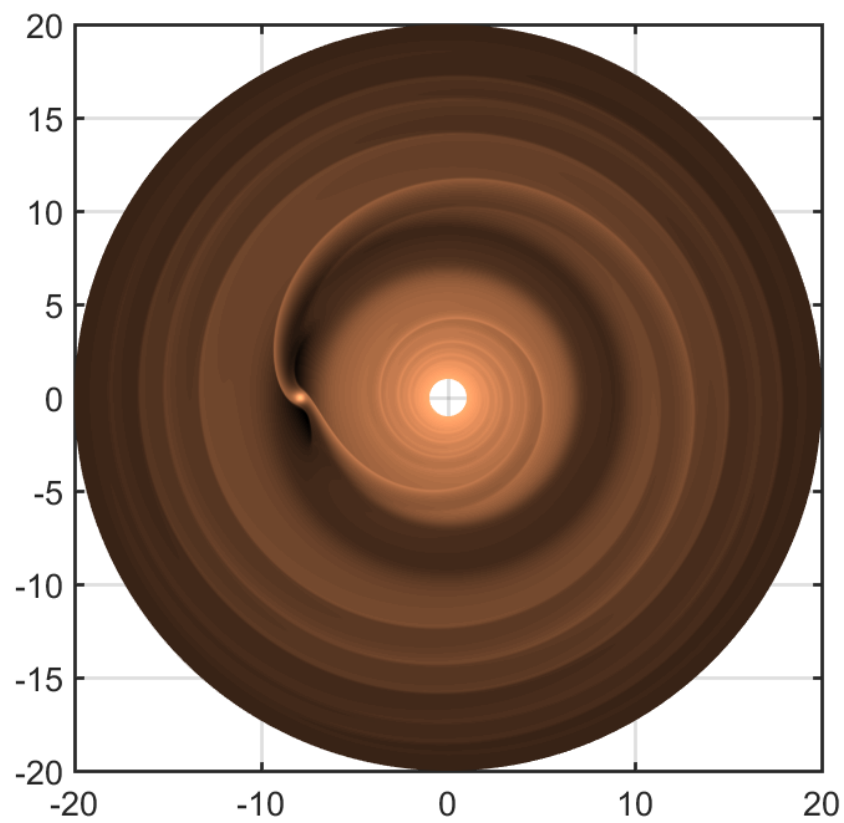


Figura 2.5: Densidad superficial de un disco de gas obtenida de la simulación de un disco interactuando con un planeta de la masa de Júpiter, por lo que tiene suficiente masa para abrir la brecha. Es interesante notar que aún abriéndola existen canales por los que el gas continúa llegando a la esfera de Hill del planeta.

es más, que esta migración puede tener implicancias en la arquitectura del Sistema.

2.4. Satélites irregulares

Con los nuevos satélites descubiertos alrededor de Júpiter ([Sheppard et al., 2018](#)), la cuenta de este tipo de cuerpos llega a 185 en torno a los planetas del Sistema Solar. Estos satélites pueden ser fácilmente divididos en dos grupos de forma cualitativa. El primer grupo, compuesto de satélites con órbitas próximas al planeta anfitrión, casi coplanares con respecto al plano orbital del planeta, directas y de excentricidades bajas, es el grupo de los satélites *regulares*, mientras que los del grupo de los *irregulares* se caracterizan por tener órbitas con semiejes más grandes, ser excéntricas y tener inclinaciones altas, incluso retrógradas.

Una distinción más rigurosa entre ambos tipos de satélite fue dada por [Nesvorný et al. \(2003\)](#) siguiendo a [Burns \(1986\)](#): un satélite regular es aquel cuyo plano orbital precesa dominado por el achatamiento del planeta anfitrión, mientras que en uno irregular esta precesión está dominada por la perturbación solar. La transición entre ambos regímenes ocurre a una distancia

$$a_{crit} \approx \left(2J_2 R^2 a_P^3 \frac{M_P}{M_\odot} \right)^{1/5} \quad (2.17)$$

donde J_2 es el segundo coeficiente armónico zonal del planeta, R es el radio ecuatorial del planeta, a_P es el semieje del planeta y M_P su masa. En la mayoría de los casos ambas definiciones coinciden, aunque la excepción es la luna de Neptuno, Tritón, que se encuentra muy próxima al planeta como para que las perturbaciones solares sean las dominantes, pero aún así es clasificado como irregular. Como veremos en la siguiente Sección, la diferencia principal entre ambos grupos es el proceso que los llevó a orbitar su planeta.

Si bien la mayoría de los satélites naturales son irregulares (122, representando el 66 % del total), estos últimos representan solamente una pequeña porción de la masa total debido a sus pequeños tamaños (normalmente tienen diámetros menores a 10 km), aunque existen algunos casos con diámetros mayores a 100 km, siendo Nereida el más grande con $D \simeq 340 \text{ km}$.

2.4.1. Origen y evolución dinámica

Como dijimos anteriormente, la distinción entre los dos grupos de satélites no es únicamente dinámica, sino que está relacionada también con el origen de cada población. Mientras es ampliamente aceptada la teoría de que los regulares se forman en el mismo disco de acreción del planeta anfitrión ([Stevenson et al., 1986](#) y trabajos posteriores), los irregulares presentan órbitas incompatibles con esta hipótesis, y es por este motivo que actualmente se acepta la idea de que son cuerpos menores capturados por el planeta. Invocando al principio de conservación de la energía, estas capturas son temporales a menos que se produzca una pérdida de energía tal que el cuerpo menor adquiera una órbita planetocéntrica permanente. Se han planteado diversos mecanismos que dan cuenta de este cambio de energía, estando todos ellos enmarcados dentro de uno de los escenarios clásicos:

- Captura colisional ([Colombo y Franklin, 1971](#)): Plantea que la fractura de cuerpo al pasar por las cercanías del planeta es el origen de este grupo. Esto explicaría además la existencia de familias dentro de los irregulares.
- *Pull down* ([Heppenheimer y Porco, 1977](#)): Plantea que la captura se da en etapas tempranas de la evolución del disco, debida al aumento del radio de Hill del planeta R_H (radio de la esfera donde la atracción gravitatoria del planeta domina frente a la de la estrella) causada por una acreción rápida de material.
- Captura por arrastre gaseoso ([Pollack et al., 1979](#)): Nuevamente en etapas tempranas, los cuerpos menores que se aproximan al planeta pierden energía por fricción con el gas del disco circumplanetario. Este proceso se ve detenido cuando se agota el gas del disco.

En cuanto a las características de las órbitas, más del 80 % de los satélites irregulares descubiertos posee una órbita retrógrada, pero a pesar de esto, no existen cuerpos observados con inclinaciones entre 50° y 140° , como puede verse en la Figura 2.6. [Carruba et al. \(2002\)](#) y [Nesvorný et al. \(2003\)](#) explican este fenómeno a través del mecanismo de Lidov-Kozai ([Lidov, 1962](#), [Kozai, 1962](#)). Este mecanismo secular plantea que en sistemas de 3 cuerpos (en este

caso planeta-satélite-Sol), las perturbaciones del cuerpo más lejano genera un acoplamiento en la evolución de la excentricidad e inclinación del cuerpo de menor masa a través del momento $H = \sqrt{\mathcal{G}M_P a(1 - e^2)} \cos I$, que toma un valor constante. Cuanto mayor sea el valor del coseno de la inclinación, mayores serán las variaciones permitidas de la excentricidad, lo que puede generar que el cuerpo (*a*) adquiriera una distancia apocéntrica tal que escapa de la esfera de Hill del planeta, o (*b*) adquiriera una distancia pericéntrica tal que entre en la zona de influencia de los satélites regulares, o incluso colisione con el planeta. Sin embargo, en el artículo de [Carruba et al.](#) se plantea la posibilidad de que exista un grupo de satélites a inclinaciones más altas en órbitas estables si estos cuerpos tienen su argumento de pericentro librando alrededor de 90° o 270° . Los autores plantean que, en caso de que el espacio de fases estable sea llenado de forma uniforme, cerca de un 10 % de los satélites debería encontrarse en esta situación. Esta distribución inicial es fuertemente dependiente del mecanismo de captura, por lo que este dato es muy relevante al momento de discutir sobre el origen de estos satélites.

En la misma Figura puede notarse también que los satélites en órbitas retrógradas tienden a estar más alejados del planeta que los que están en órbitas directas. [Nesvorný et al. \(2003\)](#) plantea que esta asimetría es causada por la denominada resonancia de evección. Esta resonancia fija la línea de los nodos con la posición aparente del Sol, lo que provoca que el efecto de las mareas causadas por este último sea acumulativo con cada pasaje por el apocentro, aumentando el semieje del satélite hasta que escapa de la esfera de Hill. Los cuerpos retrógrados no son afectados por este efecto, lo que hace que puedan tener órbitas estables con semiejes más grandes.

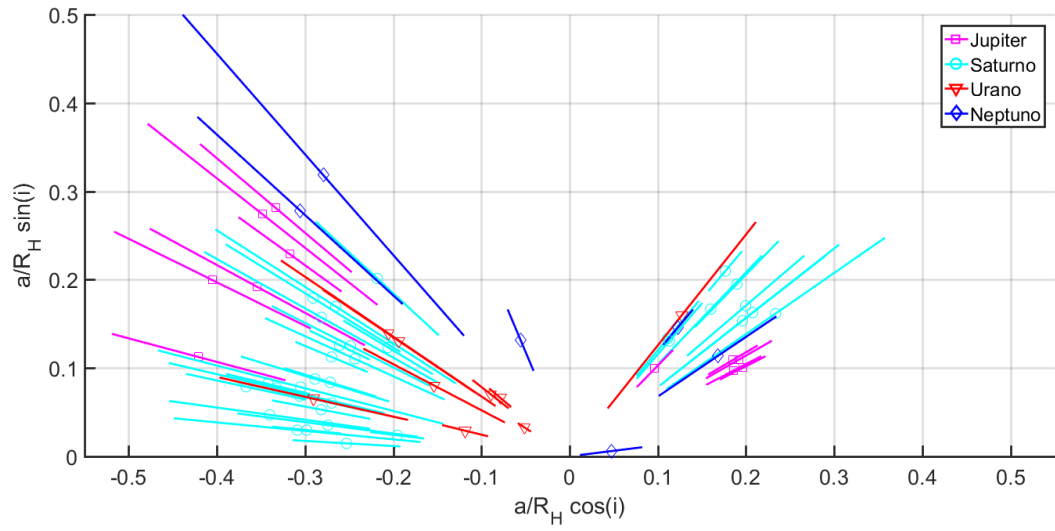


Figura 2.6: Distribución de las órbitas de los satélites irregulares de los planetas gigantes del Sistema Solar con diámetros mayores a 5 km. El símbolo representa el valor del semieje, mientras que la línea denota las posiciones del pericentro y apocentro de la órbita.

Capítulo 3

Modelo

El objetivo de este capítulo será introducir los modelos y programas utilizados con el objetivo de recrear lo más fielmente posible el escenario planteado en el Capítulo anterior acerca del ámbito de formación de los sistemas planetarios para la realización de las simulaciones numéricas. Este modelo incluirá por un lado la interacción gravitatoria entre la estrella central, un planeta ya formado y los planetesimales, y por otro la presencia del disco de gas en torno a la estrella, afectado por la presencia del planeta. En este trabajo, las simulaciones fueron realizadas una versión modificada del código *Mercury* ([Chambers, 1999](#)), al cual se le agregaron además de las interacciones gravitacionales las fuerzas adicionales presentes en el escenario estudiado. Como ya vimos, estas fuerzas extra provienen de la presencia del disco gaseoso, por lo que antes de presentar su implementación pasaremos a explicar el modelo utilizado. En el Apéndice 2 se transcriben las modificaciones efectuadas al código.

3.1. Modelo de discos circumestelar y circumplanetario

Para aplicar los fenómenos que ocurren en el disco en nuestro integrador de N cuerpos, debemos obtener un modelo del disco. El problema surge porque, como vimos en el Capítulo anterior, existe un gran número de parámetros que afectan la evolución del disco, y lo que es peor, una gran incertidumbre relacionada a los valores adoptados para cada uno de ellos. Es por ello que nuestra primera aproximación al problema consistió en realizar una serie de simulaciones hidrodinámicas del disco para obtener modelos de evolución coherentes

para el mismo.

En la actualidad, existen diversos códigos que permiten simular un disco protoplanetario a través de la resolución de ecuaciones hidrodinámicas, como *FARGO* (Benítez-Llambay y Masset, 2016) y *NIRVANA* (Ziegler, 2008) entre otros. Si bien estos códigos permiten estudiar una gran diversidad de fenómenos que ocurren en el disco, su complejidad es tal que resulta muy costoso computacionalmente obtener una muestra de los resultados obtenidos al variar los valores de los parámetros utilizados. Es por esto que recurrimos a otro acercamiento, que consiste en analizar en la literatura existente tanto los posibles resultados de las simulaciones hidrodinámicas como los parámetros obtenidos a través de observaciones de discos de forma de incluirlos en nuestra versión modificada del código *Mercury*.

3.1.1. Disco sin modificar

En primer lugar debemos encontrar la variación de la densidad superficial del disco sin modificar en función de la distancia a la estrella. Para ello observamos el trabajo de Andrews et al. (2009), donde encontraron que para 9 discos observados en la constelación de Ofiuco con la densidad superficial parametrizada como $\Sigma(r) = \Sigma_0(r/R_C)^{-\gamma} \exp[-(r/R_C)^{2-\gamma}]$, el valor medio es $\gamma = 0.9$ y $R_C \sim 100$ ua. Es importante destacar que todos los discos estudiados en el mencionado artículo se encuentran alrededor de estrellas de masas $0.3 - 1.4 M_\odot$, por lo que sus resultados pueden ser aplicados para nuestro estudio. Para este trabajo tomaremos un valor de $R_C = 100$ ua y modificaremos ligeramente el valor para la pendiente del perfil de densidad a $\gamma = 1.0$ por motivos que quedarán claros en la Sección 3.2.2.

En el caso de la velocidad del gas, ya vimos en la Ecuación 2.13 que ésta es menor que la Kepleriana por efecto del gradiente de presión del gas. En general, la forma de la velocidad acimutal será

$$v_a = v_K \left[1 - \left(\frac{h}{r} \right)^2 \left(1 - \frac{\partial \log \rho}{\partial \log r} \right) \right]^{1/2}. \quad (3.1)$$

El siguiente efecto que estudiaremos será la migración planetaria. Como ya fue mostrado en la Sección 2.3, la tasa de migración dependerá de la masa del planeta que migra. En nuestro caso, utilizaremos para la migración tipo I una tasa de migración consistente con el modelo de Tanaka et al. (2002)

$$\dot{a} = (2.7 + 1.1n) \frac{M_P}{M_\odot} \frac{\Sigma_P a^2}{M_\odot} \left(\frac{a\Omega_P}{c_s} \right)^2 \Omega_P a \quad (3.2)$$

donde a es el semieje del planeta, M_P es su masa, $M_\odot$ la masa del cuerpo central, Σ_P la densidad superficial para $r = a$, Ω_P la velocidad angular del planeta y c_s la velocidad del sonido. Para la migración tipo II adoptamos $\dot{a} = 5.3 \times 10^{-5}$ ua/año (Bate et al., 2003).

El modelo incluye una viscosidad parametrizada según la prescripción de Shakura y Sunyaev (1973), con un valor de $\alpha = 0.004$. La escala de altura fue considerada constante, siendo $\frac{h}{r} = 0.05$. No se consideraron efectos magnéticos.

3.1.2. Modificaciones en el disco introducidas por el planeta

La interacción entre el planeta y el disco genera alteraciones en la distribución de masa del gas en este último. La densidad modificada será expresada en términos relativos respecto a la del disco sin modificar a la distancia del planeta Σ_P o ρ_P dependiendo del caso. Fundamentalmente se pueden distinguir tres estructuras características:

i) Brecha

Un planeta embebido en un disco protoplanetario ejerce un torque sobre el gas en sus cercanías, produciendo que éste se aleje de la posición del planeta. Debido a que este torque depende de la masa del planeta, cuando es pequeña la difusión viscosa del gas domina y no se produce ningún efecto apreciable, pero cuando el planeta alcanza una masa lo suficientemente grande (en el caso de los parámetros estimados para el Sistema Solar, similar a la masa de Saturno), el rellenado viscoso no es lo suficientemente rápido y se genera una *brecha*, es decir, una región del disco a una distancia de la estrella similar al semieje del planeta donde la densidad de gas se ve disminuida. En nuestro caso el planeta excede la masa requerida, por lo que será necesario modelar esta estructura. Utilizando los resultados de D’Angelo y Podolak (2015) y Fung y Chiang (2016) modelamos la disminución usando una función gaussiana invertida centrada en la el semieje del planeta a , con una desviación estándar $\sigma_B = 0.2a/5$ y un valor de densidad superficial en el pico $\Sigma_B = \frac{1}{800}\Sigma_P$.

ii) Brazos

Además de la brecha, siguiendo a [D'Angelo y Podolak \(2015\)](#) podemos notar que el planeta genera unas estructuras de sobredensidad Σ_B a través de las cuales el gas que se aproxima a él, que llamaremos *brazos*. Estos brazos entran a su esfera de Hill del planeta a través de los puntos Lagrangeanos L_1 y L_2 y presentan una estructura que no es simétrica en torno a la posición del planeta (Figura 3.1). Para describir la posición de los brazos utilizaremos la función $\theta(r)$, que representa la distancia angular entre el pico de sobredensidad y el planeta, en función de la distancia a la estrella.

Al observar la forma de estas estructuras obtenidas en las simulaciones numéricas, encontramos que esta posición angular se adapta a un polinomio de grado tres $\theta(r) = Ar^3 + Br^2 + Cr + D$. Consideraremos este valor como la posición nominal de la sobredensidad, decayendo su valor con la distancia como una función gaussiana. En la dirección vertical consideramos que la escala de altura en los brazos es la misma que la del disco sin modificar.

En este caso resulta conveniente trabajar con la variable $x \equiv r/r_P$. Haciendo uso de esta variable y notando que $\theta(x = 1) = 0$, llegamos a que el coeficiente $D = 0$. Asimismo, imponemos que $\frac{\partial\theta}{\partial x}|_{x=1} = 0$, lo que lleva a $C = 0$.

Para encontrar el resto de los coeficientes definimos $x_{\pm}$ como la posición para la cuál los brazos alcanzan una distancia angular $\theta = \pm\pi$. Así tenemos que

$$Ax_+^3 + Bx_+^2 = \pi \quad (3.3)$$

$$Ax_-^3 + Bx_-^2 = -\pi. \quad (3.4)$$

Despejando de esta ecuación, llegamos a que

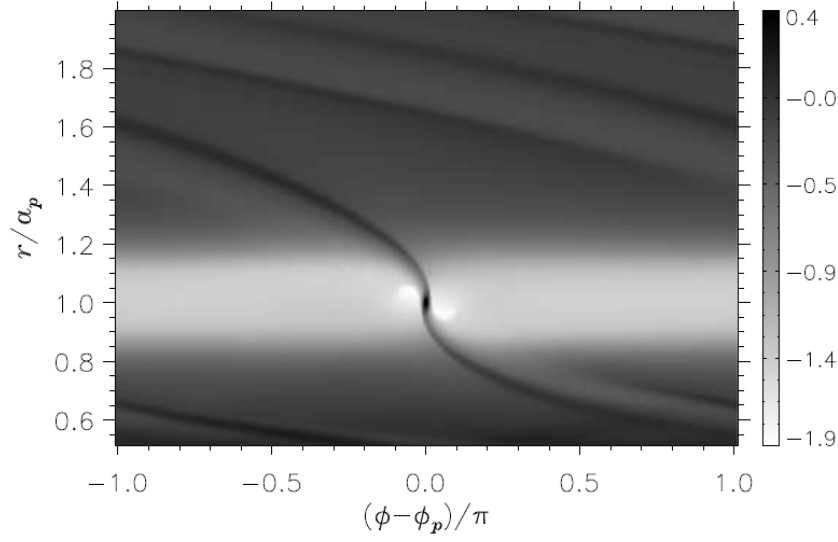
$$A = \frac{\pi(x_+^2 + x_-^2)}{x_+^2 x_-^2 (x_+ - x_-)} \quad (3.5)$$

$$B = -\frac{\pi(x_+^3 + x_-^3)}{x_+^2 x_-^2 (x_+ - x_-)}. \quad (3.6)$$

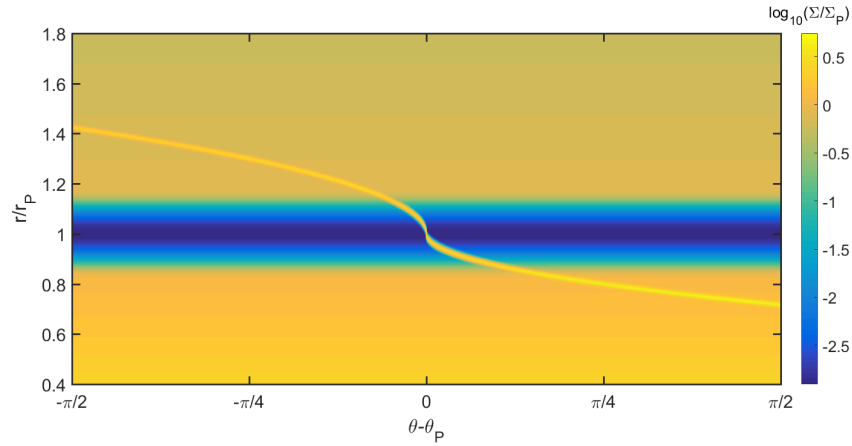
Para este trabajo utilizaremos $x_+ = 0.6$, $x_- = 1.6$ (Figura 3.1).

iii) Disco circumplanetario

En último lugar, en las cercanías del planeta su gravedad domina sobre



(a)



(b)

Figura 3.1: a) Densidad superficial del disco de gas perturbado por un planeta de $1M_J$, donde pueden apreciarse los brazos: estructuras de sobredensidad de gas que llegan hasta el planeta, aún habiendo abierto una brecha. Tomada de [D'Angelo y Podolak \(2015\)](#). b) Modelo para la densidad de los brazos hallado al utilizar la prescripción descrita.

la de la estrella, por lo que el gas no gira en torno a ella sino que lo hace en torno al planeta formando una estructura llamada *disco circumplanetario*, que puede ser pensada como un disco circumestelar en miniatura. Siguiendo a [Tanigawa et al. \(2012\)](#), modelamos a este disco como una sobredensidad del gas centrada en el planeta con perfil radial gaussiano. Esta función tendrá un máximo de densidad $\rho/\rho_P = 10^4$ y se extenderá hasta una distancia $0.3R_H$ desde el planeta. Dentro de este límite el gas gira con velocidad kepleriana alrededor del planeta y se mantiene en equilibrio hidrostático, por lo que sus velocidades radial y vertical son nulas.

iv) Velocidad modificada

Para finalizar, modelamos la velocidad dependiendo de la zona del disco que estemos analizando. Lejos de la brecha, consideramos que el gas se encuentra en equilibrio hidrostático, por lo que tanto sus velocidades radial como vertical son nulas, y la velocidad acimutal es ligeramente inferior a la velocidad kepleriana a la misma distancia debido al gradiente de presión, y está dada por la Ecuación 3.1.

En las cercanías de la brecha, a la velocidad acimutal se le agrega una velocidad radial y vertical que apunta hacia la brecha y da cuenta del efecto de rellenado de esta estructura del que hablamos anteriormente. Nuestras modificaciones fueron hechas de forma de simular los resultados de [Fung y Chiang \(2016\)](#) mostrados en la Figura 3.2.

En las imágenes de la Figura 3.3 se puede apreciar el resultado final de nuestro modelo implementado para la simulación del disco de gas.

3.2. Adaptaciones del código *Mercury*

Mercury es un integrador simpléctico que permite elegir entre varios algoritmos para resolver numéricamente el problema de N cuerpos. En este trabajo utilizaremos el método Bulirsch-Stoer ([Stoer et al., 2002](#)) por considerarlo el más robusto de todos los implementados.

Este código fue modificado para introducir las fuerzas relevantes en nuestro problema, que pueden ser divididas en dos grupos. Por un lado está la fuerza que actúa sobre el planeta gigante y le genera una migración, y por el otro las fuerzas que actúan sobre los planetesimales. En particular analizaremos el efecto sobre la dinámica de las partículas debido a la gravedad del disco

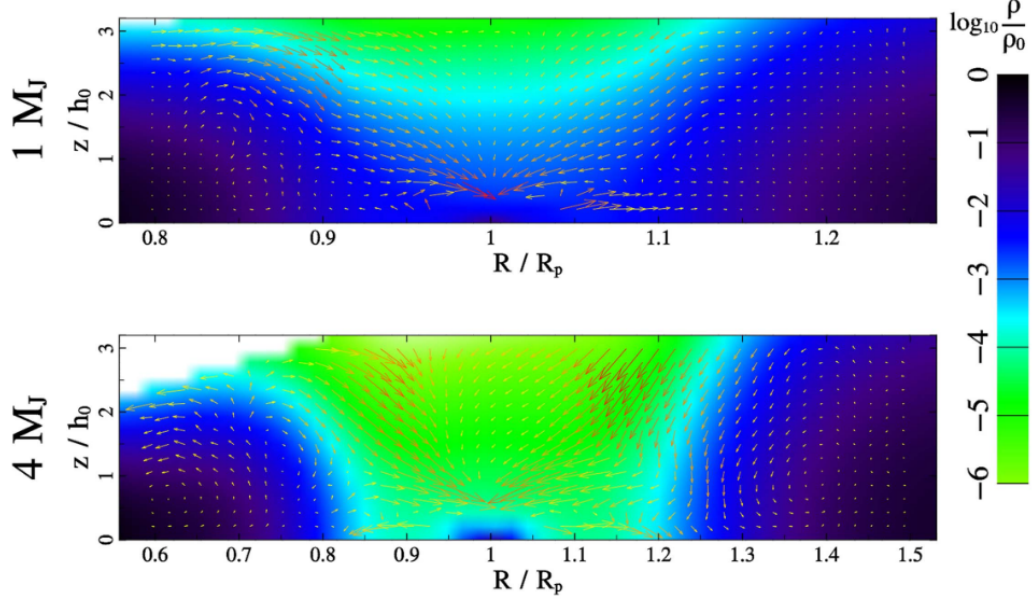


Figura 3.2: Densidad del gap y velocidad del gas para planetas de masa $1M_J$ y $4M_J$. Los vectores representan la dirección de la velocidad, mientras que sus longitudes representan su módulo. Los vectores más largos corresponden a $0.2c_s$ y $0.4c_s$ para las figuras superior e inferior respectivamente. Tomada de [Fung y Chiang \(2016\)](#).

y el arrastre gaseoso. Debemos aclarar desde un principio que dentro de este último grupo no serán tenidas en cuenta posibles fracturas o ablación de los planetesimales. En el Apéndice

3.2.1. Migración del planeta gigante

Comenzaremos analizando la implementación de la migración del planeta. Una aceleración $\mathbf{a}_P$ que perturba el movimiento de un cuerpo puede ser expresada como

$$\mathbf{a}_P = V\hat{\mathbf{v}} + S\hat{\mathbf{s}} + N\hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{s}} \quad (3.7)$$

donde $\hat{\mathbf{v}}$ es la dirección de la velocidad y $\hat{\mathbf{s}}$ la dirección perpendicular a ella (en el caso de una órbita circular, $\hat{\mathbf{v}} \equiv \hat{\mathbf{s}}$). Haciendo uso de las ecuaciones para la energía y el momento angular, se puede probar que la variación del semieje está dada por

$$\frac{da}{dt} = \frac{2va^2}{\mathcal{G}M_\odot}V. \quad (3.8)$$

Imponiendo una variación del semieje $\dot{a}$ constante, llegamos a que

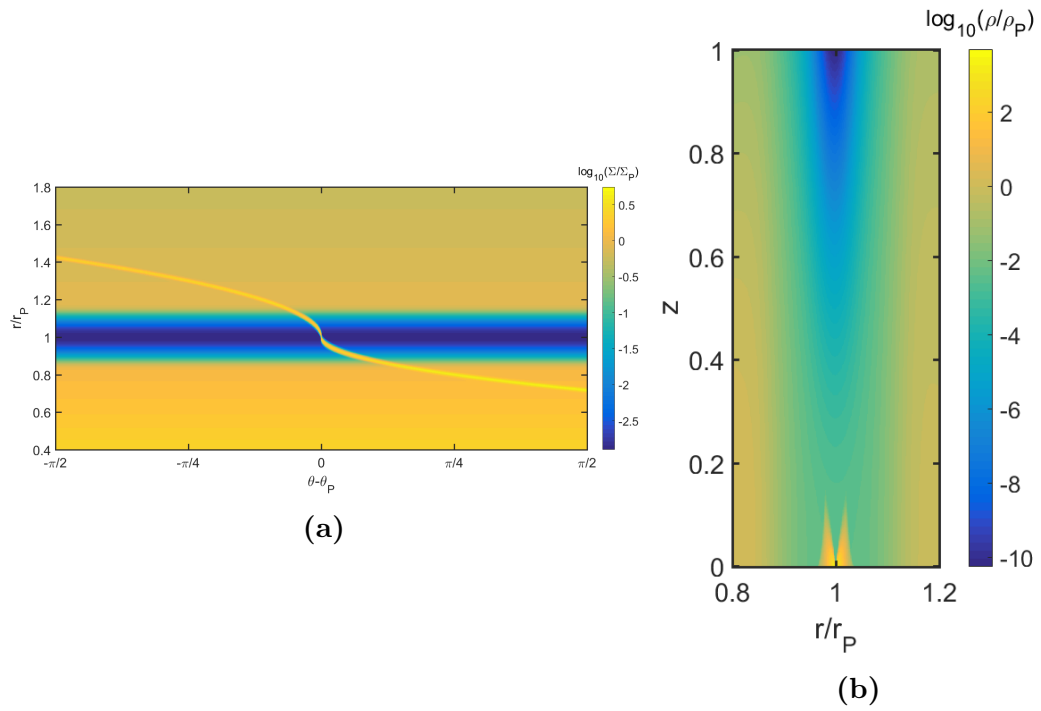


Figura 3.3: Modelo de disco gaseoso implementado. **a)** densidad superficial, normalizada respecto a la densidad superficial sin modificar a una distancia igual al semieje del planeta. **b)** Perfil vertical de la densidad volumétrica, normalizada respecto a la densidad volumétrica a una distancia igual al semieje del planeta sobre el plano central. Se puede apreciar el disco circumplanetario como una sobredensidad en la zona cercana a $z = 0$ y $r/r_P = 1$.

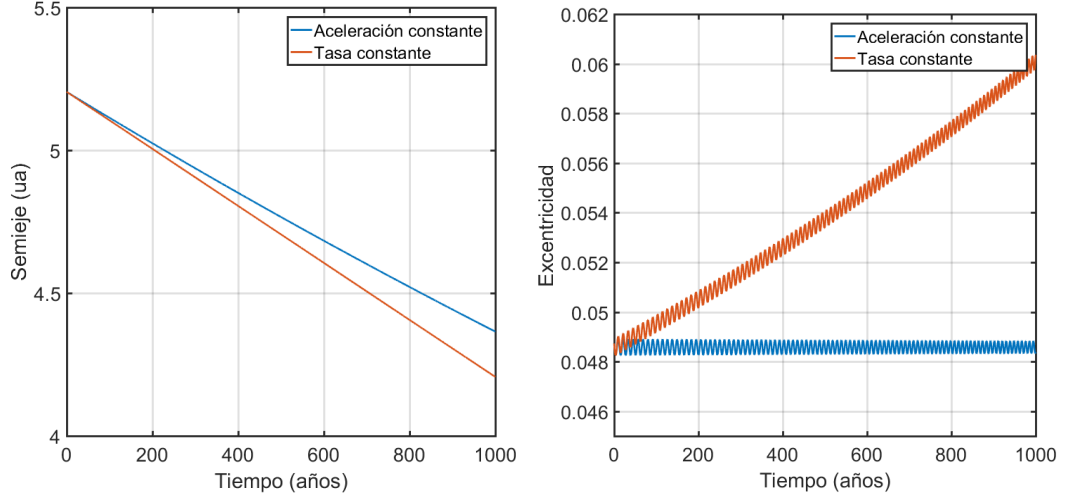


Figura 3.4: Variación de semieje y excentricidad para el caso de Júpiter, utilizando las dos implementaciones nombradas, una calculando el factor de la Ecuación 3.9 en todos los pasos de integración (Tasa constante) y la otra utilizando solamente el valor inicial del mismo (Aceleración constante).

$$V = \frac{\dot{a} \mathcal{G} M_{\odot}}{2va^2} = \frac{\dot{a}}{2a^2} \sqrt{\frac{(\mathcal{G} M_{\odot})^3}{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}}. \quad (3.9)$$

Esta formulación, que llamamos de *tasa constante*, implica que el valor de la aceleración $\mathbf{a}_P$ debe calcularse en cada paso de integración. En aras de un código más eficiente, decidimos utilizar el valor inicial de la aceleración para toda la simulación (*aceleración constante*), lo que implica que la tasa de variación del semieje del planeta no sea constante. Sin embargo, como puede verse en la Figura 3.4, el cambio entre estas implementaciones no implica un cambio profundo en las variaciones de semieje obtenidas. Centrándonos en la implementación con aceleración constante, además de mejorar levemente el tiempo de integración, esta formulación permitió una variación espuria menor en el resto de los elementos orbitales, fundamentalmente de la excentricidad, lo que se corresponde mejor con los resultados de nuestras simulaciones con *FARGO3D* y las existentes en la literatura.

3.2.2. Gravedad del disco circumestelar

En el caso de los planetesimales, otro de los efectos que será considerado será el de la gravedad del disco de gas circumestelar sin las modificaciones que surgen por la presencia del planeta. Vale la pena aclarar que aunque estas mo-

Parámetro	Valor
Radio mínimo	0.1 ua
Radio máximo	100 ua
Exponente γ	1.0
Masa total	$0.1 M_{\odot}$
Zonas radiales	500
Zonas acimutales	720

Tabla 3.1: Parámetros empleados en la simulación con *FARGO3D*.

dificaciones, es decir la brecha y los brazos estudiados en la Sección anterior, generan cambios importantes en la distribución de masa en el disco y por ello podrían tener un efecto relevante alterando el potencial del disco sin modificar, no serán tenidas en cuenta en nuestro cálculo del potencial gravitatorio, quedando su análisis para un trabajo posterior. Además, en esta oportunidad tampoco tendremos en cuenta la atracción gravitatoria entre los propios cuerpos menores.

En ninguno de los trabajos anteriores sobre la evolución de planetesimales embebidos en un disco fue considerado el efecto gravitatorio del mismo, por lo que debemos crear un modelo nuevo. En primer lugar modificamos nuestra rutina para que, utilizando los archivos de salida de densidad del disco obtenidos en una simulación con *FARGO3D* cuyos parámetros se especifican en la Tabla 3.1, calculara la atracción gravitatoria sobre la partícula ejercida por cada celda en la que está dividido dicho disco, considerando que toda la masa de la celda está concentrada en un punto ubicado en su centro. Para ilustrar las consecuencias de este efecto sobre la dinámica de un planetesimal comparamos la evolución de un cuerpo ficticio de semieje $a = 2.41$, excentricidad $e = 0.26$ e inclinación $I = 6.35^\circ$ bajo los efectos de Júpiter en una simulación sin tener en cuenta este efecto con otra que si lo hace. En la Figura 3.5 puede verse que existe una diferencia importante entre ambos escenarios, principalmente en el comportamiento de la inclinación, por lo que este efecto debe ser tenido en cuenta.

Esta implementación, a la que llamaremos *numérica*, es precisa en cuanto al análisis dinámico de la situación, pero cuenta con la desventaja de ser su ejecución muy lenta. Es por esto que buscaremos otras implementaciones de este efecto, y escogeremos aquella cuyos resultados se aproximen mejor a los de ésta, de forma de obtener un código que reproduzca el efecto antes mencionado y además sea eficiente en cuanto tiempo de ejecución.

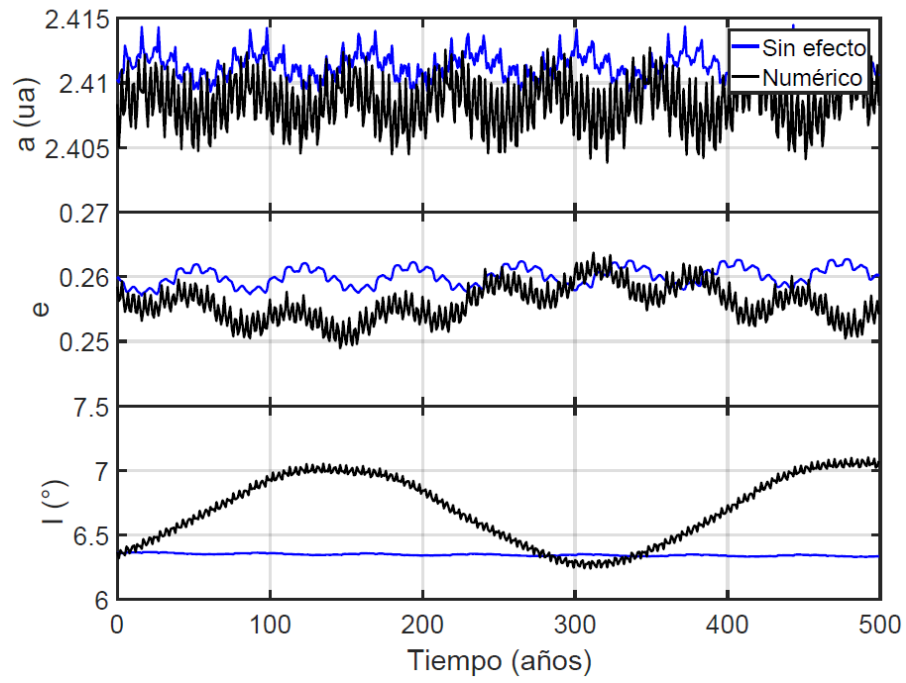


Figura 3.5: Comparación de los elementos orbitales de un cuerpo de prueba obtenidos en una simulación que considera el efecto de gravedad del disco contra otra que no lo hace.

Luego de analizar varias implementaciones alternativas posibles, nos basamos en el potencial de un disco plano generado a partir de la suma de los potenciales de homeoides que generan la misma densidad superficial que la impuesta (Binney y Tremaine, 2011), cuyo desarrollo se encuentra en el Apéndice 1. Para una densidad superficial $\Sigma(r)$ genérica, el potencial resulta

$$\Phi(r, z) = 4\mathcal{G} \int_0^{+\infty} dR_C \sin^{-1} \left(\frac{2R_C}{\sqrt{+} + \sqrt{-}} \right) \frac{d}{dR_C} \int_{R_C}^{+\infty} dR \frac{R\Sigma(R)}{\sqrt{R^2 - R_C^2}} \quad (3.10)$$

donde $\sqrt{\pm} \equiv \sqrt{z^2 + (R_C \pm r)^2}$ y R_C es el radio característico del disco. Esta solución resulta conveniente para un cálculo numérico, pero nuevamente nos encontramos en la situación de tener que realizar dicho cálculo en cada paso de integración, lo que es costoso computacionalmente. Sin embargo, el caso $\gamma = 1$ que da lugar al llamado *disco de Mestel* ha sido estudiado por separado (Schulz, 2012), hallando una forma analítica para la aceleración gravitatoria de la forma

$$a_r(r, z) = -\frac{\mathcal{G}M_D}{rR_C} \left[\arcsin(T_1) - \frac{|z|}{\sqrt{r^2 + z^2}} \arccos(T_2) \right] \quad (3.11)$$

$$a_z(r, z) = -\frac{\mathcal{G}M_D}{R_C} \frac{\text{sgn}(z)}{\sqrt{r^2 + z^2}} \arccos(T_2) \quad (3.12)$$

donde

$$T_1 = \frac{\sqrt{+} - \sqrt{-}}{2r}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{r^2 + z^2}}{R_C} T_1.$$

Implementando esta fórmula en nuestra rutina, obtenemos que para la simulación del mismo cuerpo los resultados son muy próximos a los obtenidos a través del método numérico (Figura 3.6), con la excepción de encontrar un periodo de oscilación más corto que en esta última implementación. Además, el tiempo de ejecución es similar al obtenido sin incluir el efecto gravitatorio del disco, por lo que resulta mucho más eficiente que la implementación numérica.

Es interesante notar en este punto que el efecto de la gravedad del disco ga-

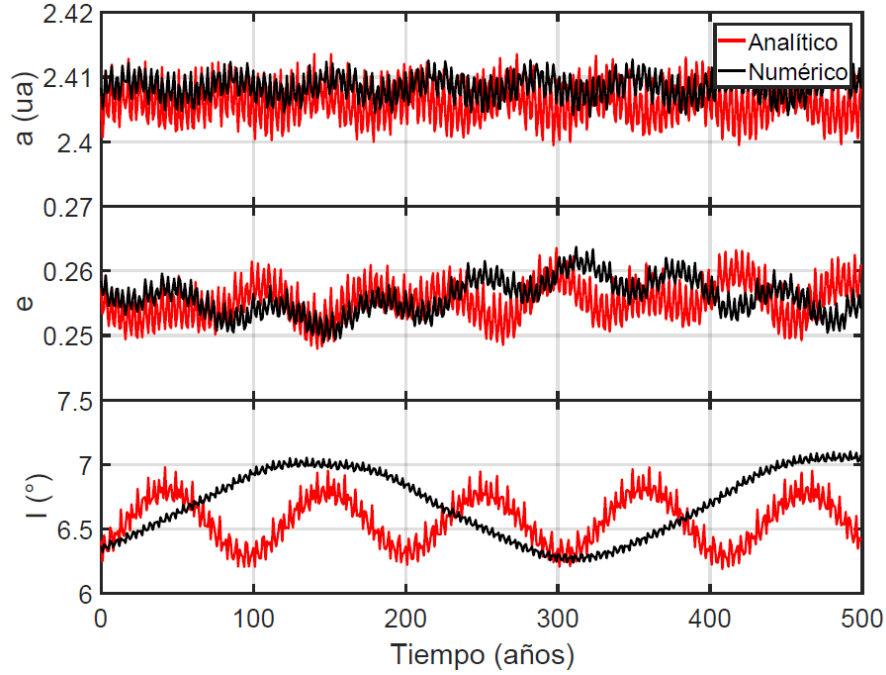


Figura 3.6: Comparación de los elementos orbitales del mismo cuerpo teniendo en cuenta la gravedad del disco, pero implementado con las rutinas numérica y analítica.

seoso, que no fue tenido en cuenta en ninguno de los artículos de la bibliografía consultada, introduce una oscilación en los elementos orbitales que podría traer aparejada la existencia de un nuevo tipo de resonancias, presentes únicamente en las primeras etapas de la vida de los sistemas planetarios, además de proporcionar una fuente hasta ahora inexplorada para la excitación de las órbitas de los planetesimales. Este tema está fuera de los objetivos que se pretenden estudiar en este trabajo, pero será tenido en cuenta para un estudio posterior.

3.2.3. Arrastre gaseoso

El último efecto implementado fue el de arrastre gaseoso generado por la presencia del disco de gas modificado por la presencia del planeta, es decir, incluyendo los cambios de densidad de la brecha, los brazos y el disco circumplanetario. Debido a que el trabajo se centrará en el estudio de planetesimales, sus radios son lo suficientemente grandes y $s > \lambda$, por lo que la Ecuación 2.11 será la que describirá el arrastre gaseoso. Como mencionamos, la fuerza de arrastre depende de un coeficiente adimensional C_D que puede parametrizarse dependiendo del número de Reynolds. Es importante notar que debido

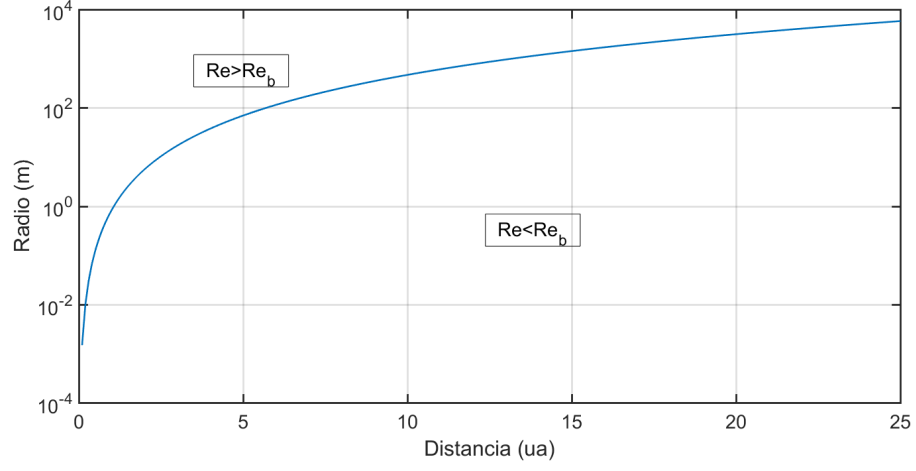


Figura 3.7: Radio de las partículas en función de la distancia a la estrella para un valor de $Re = Re_b$, punto donde el régimen de arrastre cambia.

a que consideraremos capturas en un amplio rango de semiejes y de radios de las partículas capturadas, debemos tomar en cuenta el cambio de definición de este coeficiente entre los regímenes de Stokes y cuadrático en nuestro código. En este trabajo adoptaremos un criterio similar al empleado por [Rafikov \(2004\)](#), donde definimos un valor de corte $Re_b = 27$ como punto de cambio entre una definición y otra de C_D , omitiendo el comportamiento complicado de C_D para $1 < Re \lesssim 100$. En la Figura 3.7 podemos ver el valor del radio de las partículas para el cuál ocurre el mencionado cambio.

Capítulo 4

Resultados y discusión

A partir del modelo explicado en el Capítulo anterior pretendemos analizar el proceso de captura como satélites en torno a un planeta migrante en este escenario, así como la variación de estos resultados dependiendo de ciertas características de las partículas, como su ubicación inicial en el disco circumplanetario y su tamaño.

Es por eso que para este trabajo simularemos a una estrella central de masa igual a la solar, un planeta gigante de masa joviana y semieje $a_P = 10 \text{ ua}$ ya formado y un total de 5000 partículas distribuidas siguiendo la prescripción mencionada en la Sección 3.1, asumiendo que la densidad de sólidos tiene la misma distribución radial que la gaseosa pero se ve reducida en un factor $\epsilon = 200$, similar al encontrado en el medio interestelar (Figura 4.1). Puesto que integrar el total de objetos previstos por la teoría resultaría extremadamente costoso en términos computacionales, el cociente entre la distribución inicial de densidad superficial de sólidos integrada y la teórica es de 2.262×10^{-5} . Para las partículas, imponemos una distribución uniforme de excentricidades entre 0 y 0.1, de inclinaciones entre 0° y 10° y de radios entre 100 metros y 50 kilómetros. Es importante destacar que debido a que estamos simulando un planeta gigante ya formado, la zona de alimentación del planeta debe estar vacía. El radio de esta zona de alimentación escala con el radio de Hill de la forma

$$\Delta a = C r_H \quad (4.1)$$

con C una constante del orden de la unidad. [Lissauer \(1993\)](#) encuentra un valor $C = 2\sqrt{3}$, con lo que el ancho total de esta zona es de 2.4 unidades as-

Parámetro	Valor
Masa del planeta	$1 M_{Jup}$
Semieje inicial del planeta	10 ua
Número de partículas	5000
Exc. inicial de partículas	0-0.1
Inc. inicial de partículas	0° - 10°
Semieje inicial de partículas	6-8.8 ua, 11.2-14 ua
Radios de partículas	100 m - 50 km

Tabla 4.1: Condiciones iniciales de la simulación.

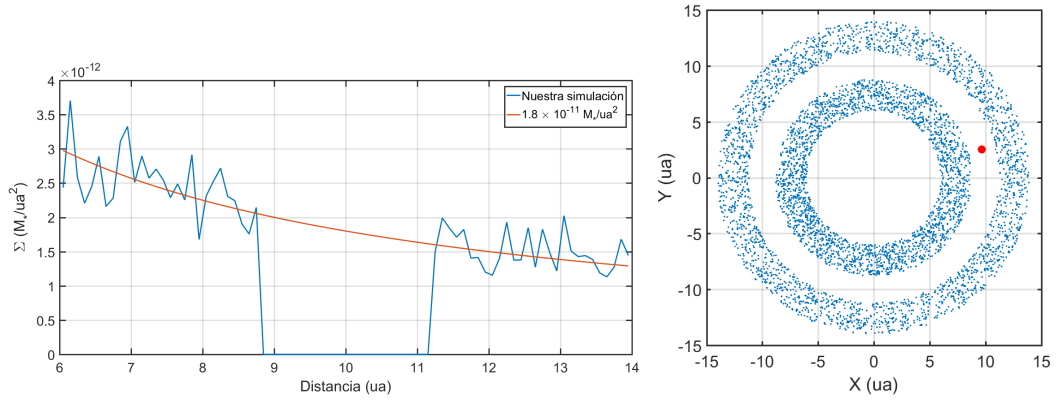
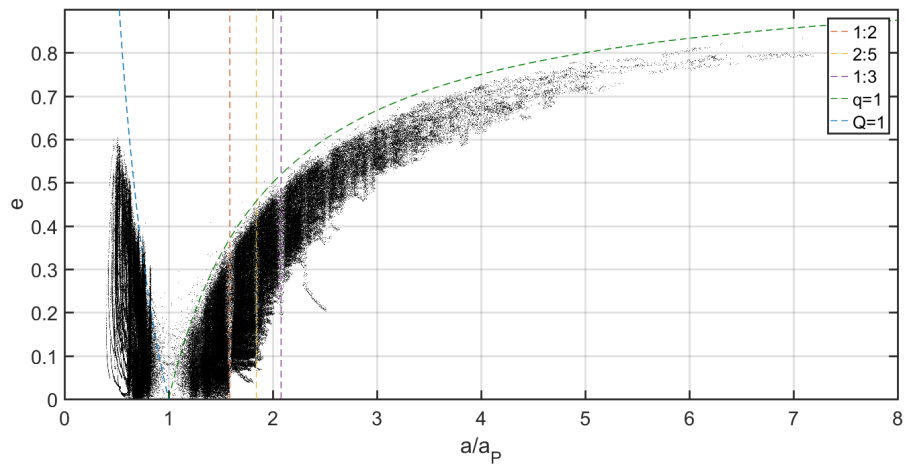


Figura 4.1: Distribución inicial de las partículas a simular. La densidad superficial de sólidos es similar a la hallada en los discos presentes en la constelación de Ofioco. Puede notarse que no hay partículas presentes en la zona de alimentación del planeta gigante.

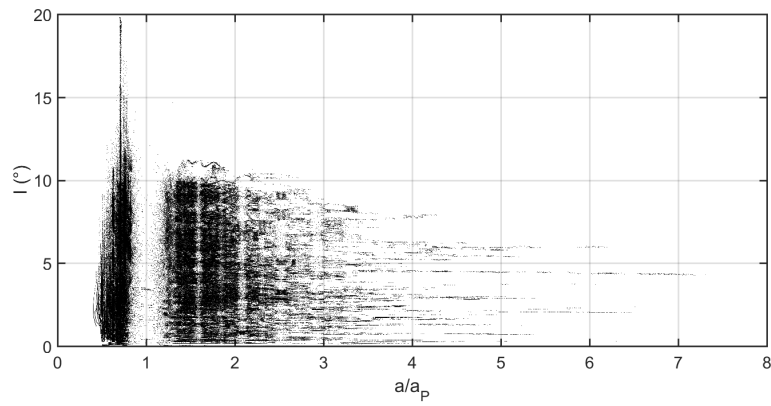
tronómicas centradas en el planeta. En la Tabla 4.1 resumimos los parámetros más importantes de la simulación

La evolución de las partículas fue analizada por un lapso de 5×10^4 años con el objetivo de encontrar cuántas de ellas pasan por una etapa de captura, temporal o permanente, en torno al planeta migrante. Dadas las tasas de migración de los cuerpos estudiados este periodo de tiempo es suficientemente largo como para asegurar un gran número de interacciones entre el planeta y las partículas que puedan dar lugar a las capturas buscadas. Para conocer la tendencia general en la evolución de las partículas graficamos la evolución de los elementos orbitales para una submuestra de los planetesimales (Figura 4.2)

En primer lugar observamos que las partículas que pueden tener encuentros con el planeta, o sea, aquellas cuya distancia pericéntrica sea menor al semieje del planeta y la apocéntrica mayor (los puntos que están entre las dos líneas



(a)



(b)

Figura 4.2: Evolución de los elementos orbitales de una submuestra de partículas. **a)** semieje vs. excentricidad, **b)** semieje vs. inclinación.

curvas del panel superior de la Figura) tienen semiejes similares al del planeta, por lo que sus velocidades relativas son pequeña, lo que podría facilitar las capturas.

Además, se puede apreciar como hay valores de semieje para los cuales existe un déficit de puntos en la región externa al planeta y una acumulación en la interna. Estas zonas se corresponden a las ubicaciones nominales de las resonancias de movimientos medios con el planeta (las más importantes en la región externa son 1:2 en $a/a_P = 1.587$, 2:5 en $a/a_P = 1.842$, 1:3 en $a/a_P = 2.080$). Por las condiciones iniciales escogidas en este trabajo, para que exista un encuentro entre el planeta y los planetesimales que pueda generar una captura, los semiejes de ambos tipos de cuerpos deben variar de forma diferenciada de forma de que el valor del cociente a/a_P cambie. Para este escenario, la condición se cumple siempre que los planetesimales no sean capturados en resonancias de movimientos medios con el planeta, pues en dicho caso el cociente entre los semiejes de ambos cuerpos se mantienen constantes en el tiempo. En esta configuración, los encuentros con el planeta son posibles solo tras una excitación de la excentricidad, que implica velocidades relativas mayores, o sea, dificulta la captura. Es por esto que las capturas en resonancia deben ser analizadas a fondo.

Agregado a esto, en el trabajo de [Kortenkamp y Joseph \(2011\)](#) se planteó la posibilidad de que cuerpos capturados en resonancias coorbitales, más específicamente los troyanos, pueden transformarse en cuasi-satélites, es decir, en cuerpos que orbitan en torno al planeta en una órbita retrógrada pero fuera de su esfera de Hill, por lo que no está ligado debido al potencial del planeta sino al potencial resonante. En dicho trabajo se plantea que a partir de ese momento los cuerpos pueden tener encuentros con el planeta, y en caso de existir una fuente de disipación de energía, este mecanismo serviría como vía de entrada a los cuerpos para ser capturados como satélites irregulares, por lo que este efecto también será estudiado.

4.1. Captura en resonancia de movimientos medios

El fenómeno de resonancia ocurre cuando una partícula completa un número entero de órbitas alrededor de la estrella mientras el planeta completa otro

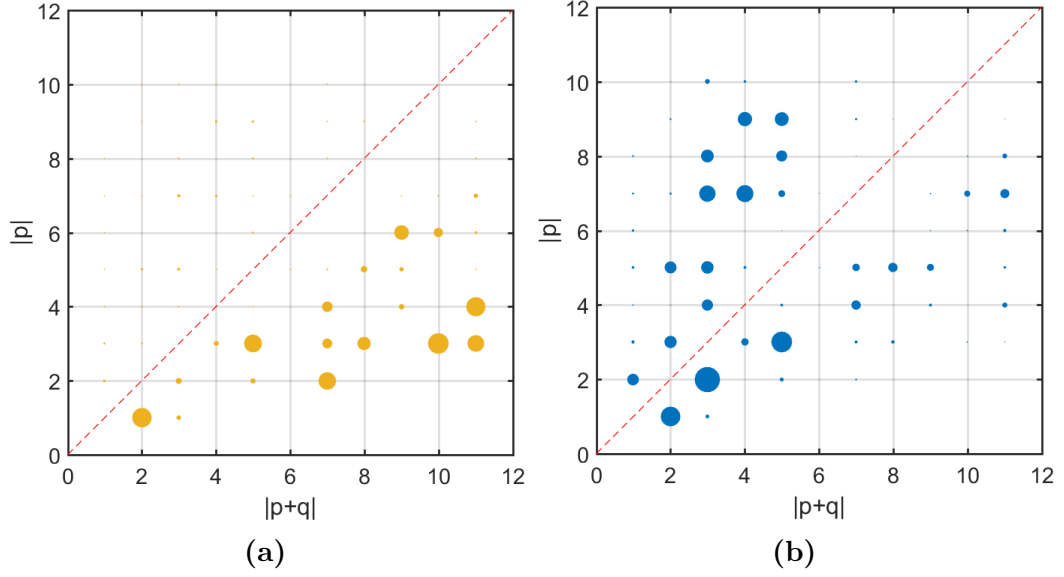


Figura 4.3: Distribución de capturas en resonancia de movimientos medios por al menos 100 años. El tamaño de los puntos se corresponde con **a)** el tiempo promedio de permanencia y **b)** con el número de cuerpos atrapados en dicha resonancia. El punto más grande correspondiente a 17414 años y 643 cuerpos para **a)** y **b)** respectivamente. La línea punteada divide a las resonancias externas (parte superior izquierda) de las internas (parte inferior derecha).

número entero. Si las resonancias son nombradas como $|p + q| : |p|$, con $p > 0$ para las resonancias internas (o sea, que la partícula tiene una órbita interior a la del planeta), $p < 0$ para las externas y $q \geq 0$ el orden de la resonancia, se define el ángulo crítico como (Murray y Dermott, 1999)

$$\sigma_{crit} = (p + q)\lambda_{plan} - p\lambda - q\varpi \quad (4.2)$$

con $\varpi = \omega + \Omega$ y $\lambda = \varpi + M$. Siguiendo la evolución temporal de este ángulo, identificamos una captura cuando sus variaciones no alcanzan a completar el rango comprendido entre 0 y 360 (*circulación*), sino que lo hacen en un rango más acotado (*libración*), además de tener un semieje comparable al nominal de la resonancia $a_R = a_P \left(\frac{|p|}{|p+q|} \right)^{2/3}$.

Fueron investigadas las capturas en resonancias con $|p| \leq 11$ y $|p+q| \leq 11$, obteniendo un total de 4330 partículas que fueron capturadas por al menos 100 años, lo que representa un 87% sobre el total de planetesimales simulados (Figura 4.3). Al analizar la mediana del tiempo de captura se halla que toma un valor de 157 años, mucho menor que el tiempo total de integración, y por

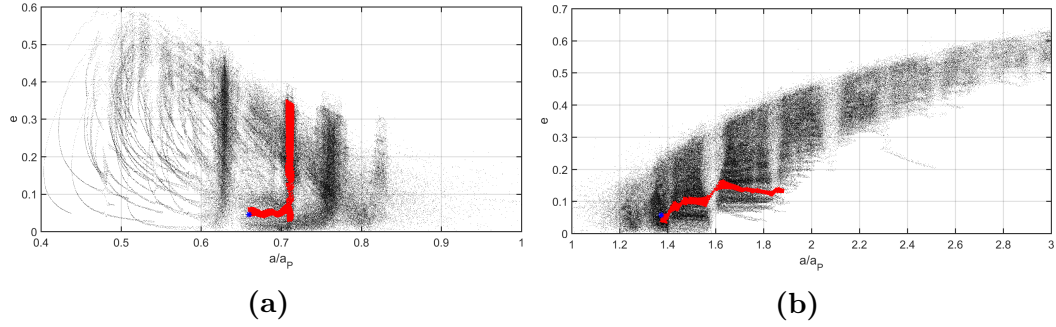


Figura 4.4: Acercamiento de la evolución de semieje vs. excentricidad para las posiciones de las resonancias **a)** internas y **b)** externas. Puede notarse que para las internas hay un exceso de puntos en las posiciones nominales de las resonancias, mientras que para las externas hay un déficit. Además, se superpone la evolución de un cuerpo en cada caso (*puntos rojos*) con su estado inicial indicado (*asterisco azul*)

ello podemos concluir que el destino más común de las partículas capturadas es salir de esa resonancia en algún momento de la evolución. Sin embargo, si diferenciamos entre cuerpos capturados en resonancias internas y externas puede verse que los tiempos de captura son sustancialmente distintos, con un promedio de 263 años para los externos y de 6698 para los internos. En cambio, el número de cuerpos capturados en ambos tipos de resonancia es similar, obteniéndose 2116 en internas y 2214 en externas.

Se puede arrojar luz sobre el origen de estas diferencias entre los tiempos de captura de las resonancias internas y las externas al analizar las estructuras vistas en la gráfica de semieje versus excentricidad de la Figura 4.2. Si nos concentramos en las posiciones nominales de las resonancias, vemos que mientras tiende a haber un exceso de puntos para las resonancias internas, ocurre lo opuesto para las externas (Figura 4.4). Mientras que en el caso de las internas se puede hablar de una captura en resonancia propiamente dicha, para las externas ocurre el denominado proceso de *sticking*. Este concepto, mencionado por [Duncan y Levison \(1997\)](#) y [Gladman et al. \(2002\)](#) en sus trabajos sobre objetos del disco disperso del Sistema Solar, relacionado con la fuerza de la resonancia por [Lykawka y Mukai \(2006\)](#) y modelado analíticamente por [Batygin y Morbidelli \(2013\)](#), se refiere a una oscilación rápida del semieje de las partículas en torno al valor nominal de la resonancia, un tiempo a un lado y luego al otro sobre el borde de la misma. Siguiendo a [Peale \(1986\)](#), la diferencia de comportamientos se da por una diferente dirección de captura: tanto para las resonancias interiores como exteriores de primer orden, si la

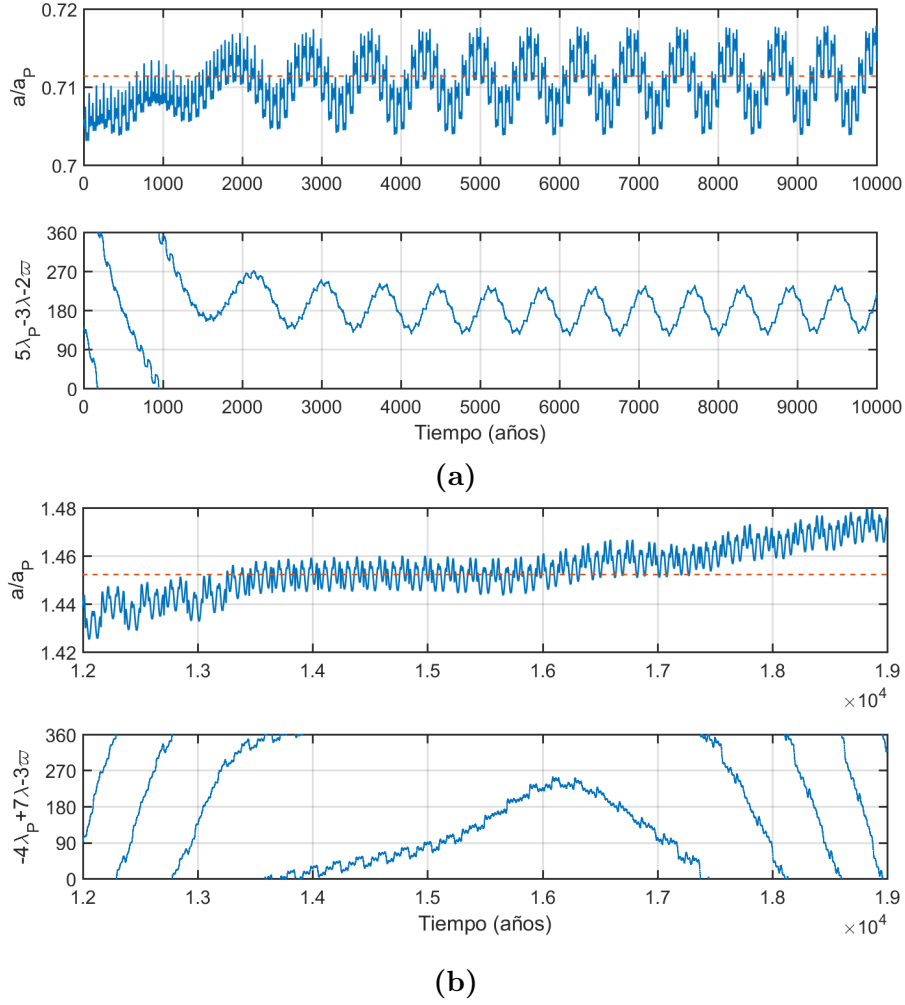


Figura 4.5: Dirección de aproximación al semieje nominal de resonancia para el caso a) una interna, donde el cociente de semiejes tiende a converger a la unidad, y b) externa, donde diverge.

dirección de captura es convergente, la probabilidad de captura dependerá del valor de la excentricidad, siendo más probable cuanto menor sea la excentricidad inicial, mientras que si es divergente no ocurren capturas. Sin embargo, en estos casos donde no es posible la captura en resonancia propiamente dicha, los cuerpos pueden permanecer algún tiempo “pegados” a la separatriz que divide la libración de la circulación del ángulo crítico.

Al analizar la dirección de capturas en resonancia (Figura 4.5), vemos que se cumple lo previsto por la teoría: el planeta tiene una tasa de migración superior a la de los planetesimales, por lo que las resonancias van acercándose hacia los semiejes de los planetesimales desde un valor superior a éste. Esto

implica que los cuerpos internos pueden caer en resonancia, mientras que los externos no, lo que explica las diferentes estructuras encontradas en la Figura 4.4. Es importante aclarar que si bien la teoría está desarrollada para las resonancias de primer orden, la experiencia indica que también se cumple para las de órdenes superiores.

En conclusión, a pesar de que la amplia mayoría de las partículas simuladas entra en resonancia de movimientos medios con el planeta en algún momento de su evolución, los tiempos de permanencia en este estado, sobre todo para los cuerpos externos, es demasiado corto como para impedir de manera efectiva los encuentros entre el planeta y los planetesimales.

4.2. Captura en resonancia coorbital

Las resonancias coorbitales son un caso particular de las estudiadas en la Sección anterior, considerando $p = -1$ y $q = 0$. Con estos valores, el ángulo crítico resulta

$$\sigma_{1:1} = \lambda - \lambda_P. \quad (4.3)$$

Al igual que en el caso de las resonancias de movimientos medios, la condición para determinar si existe una captura como coorbital fue que el ángulo crítico de la partícula no circulara por al menos 100 años, con lo que encontramos 295 cuerpos que cumplen la condición, lo que representa un 5.9% del total de objetos integrados, compatible con trabajos anteriores sobre el tema (Lemos y Gallardo, 2018).

Si analizamos los tiempos de captura (Figura 4.6) encontramos que la mediana del tiempo de captura es de 228 años, y que para tiempos más largos se puede notar un descenso abrupto del número de cuerpos capturados, con solo 35 cuerpos con tiempos de captura mayores a 500 años.

Además, encontramos que la mayoría de los cuerpos capturados tiene una evolución como la de la Figura 4.7, por lo que aunque el tiempo de captura propiamente dicho es bajo, las partículas presentan más de un evento de captura en resonancia coorbital a lo largo de su evolución. Este efecto, que ya ha sido observado para cuerpos del Sistema Solar, es denominado *resonance hopping* (Tancredi et al. 1990, Belbruno y Marsden 1997), y consiste en el pasaje desde una resonancia interior a una exterior o viceversa por parte de

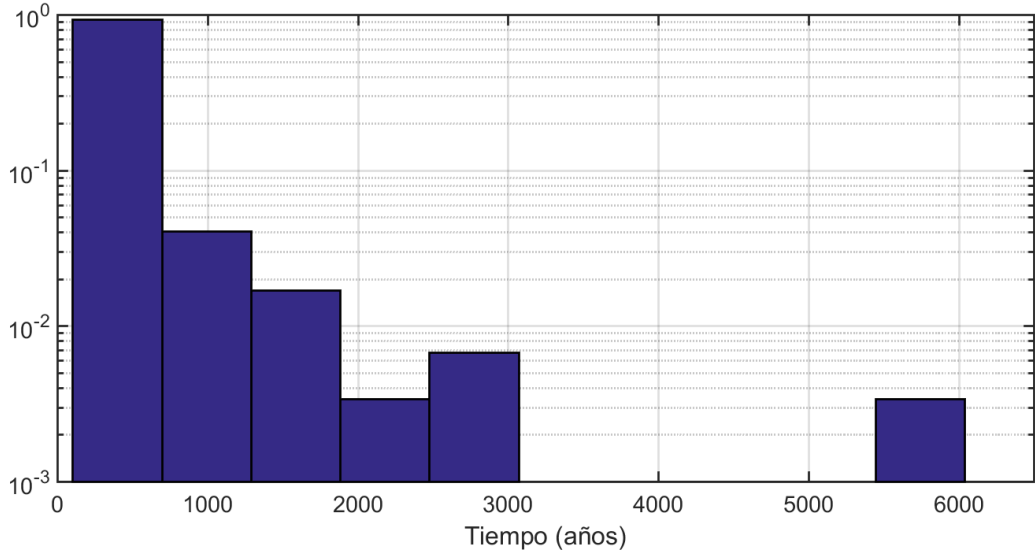


Figura 4.6: Proporción de cuerpos capturados como coorbitales en función del tiempo de captura. Se puede apreciar una caída brusca para tiempos mayores a ~ 500 años.

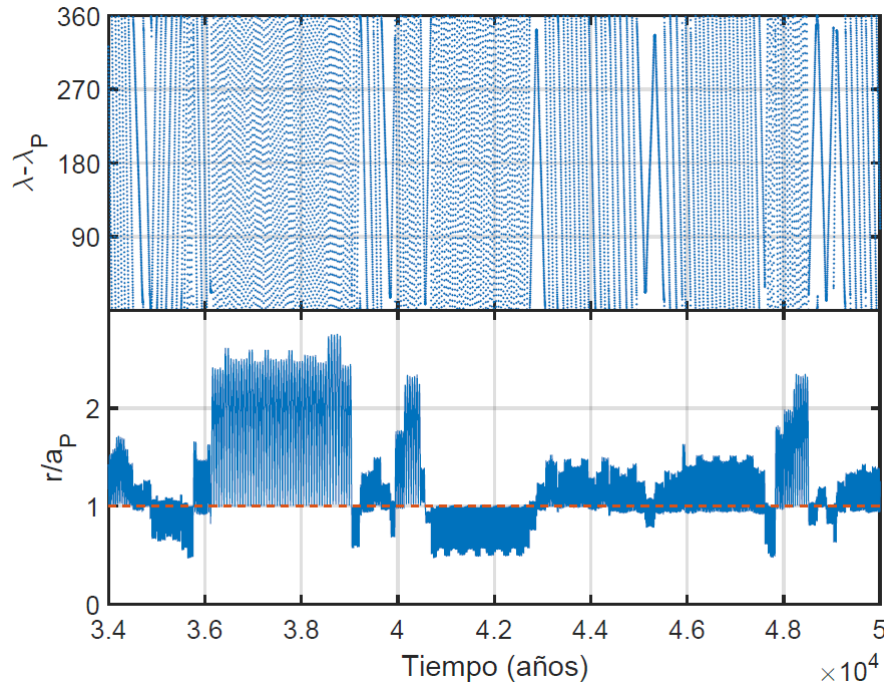


Figura 4.7: Ejemplo de la evolución del ángulo crítico $\sigma = \lambda - \lambda_P$ y de la distancia heliocéntrica para una partícula capturada temporalmente en resonancia coorbital, junto con la posición del planeta, donde se aprecia el fenómeno de *resonance hopping* entre resonancias internas y externas.

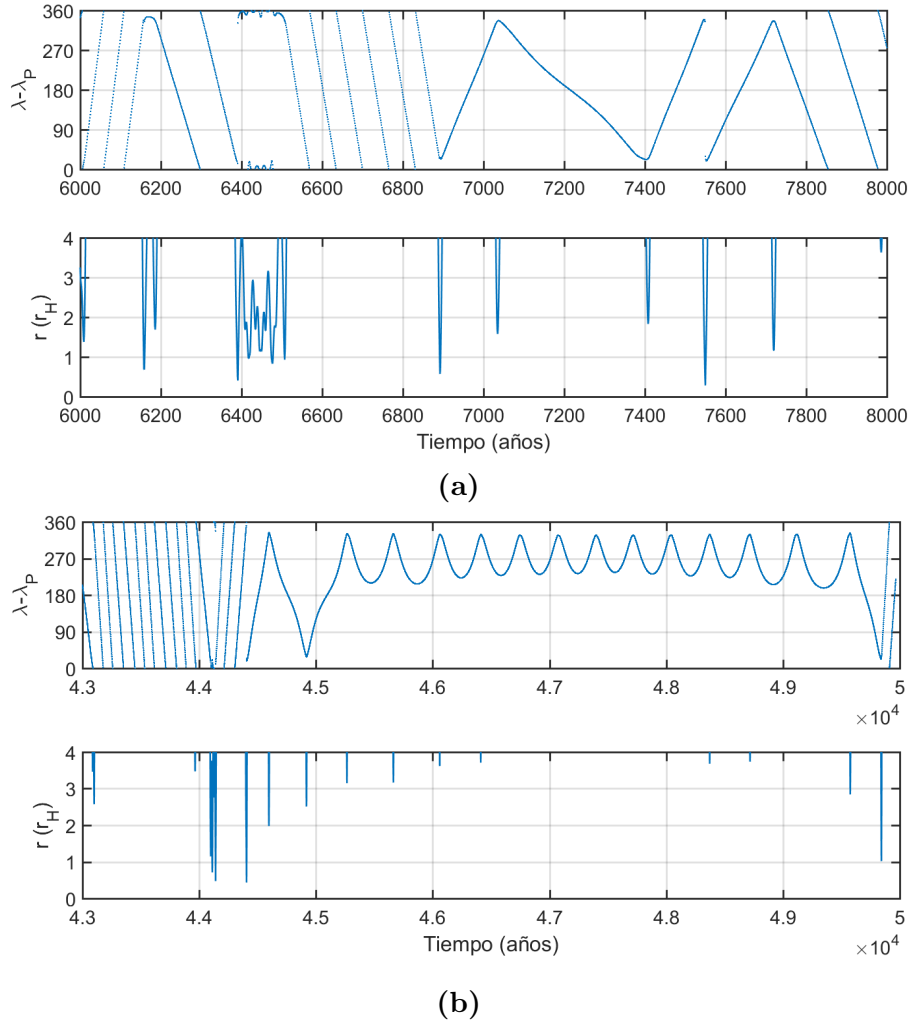


Figura 4.8: Ejemplos de cuerpos capturados **a)** como cuasi-satélite y **b)** Troyano. El pasaje por estos estados no está relacionado a una permanencia en la esfera de Hill por un tiempo prolongado una vez finalizada dicha etapa.

un planetesimal, mediado por el encuentro con el planeta, con un intercambio entre el perihelio y el afelio incluido.

Al observar los tipos de órbita que describen los cuerpos una vez capturados, notamos que todos presentan órbitas tipo herradura en torno al planeta, encontrando únicamente 5 cuerpos que en algún momento de su evolución atraviesan un estado tipo Troyano y 30 tipo cuasi-satélite (Figura 4.8). Analizando los encuentros con el planeta de este grupo especial de cuerpos, ninguno de ellos pasa un lapso considerable de tiempo dentro de la esfera de Hill del planeta una vez terminada esa etapa, por lo que podemos afirmar que no se convierten estrictamente en satélites.

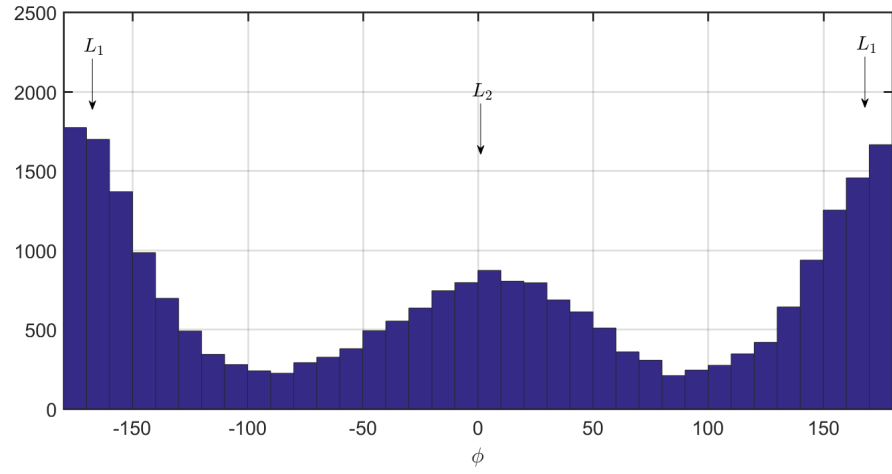
En suma, nuestro escenario favorece a que los planetesimales permanezcan en las cercanías de la región coorbital del planeta, aún sin estar propiamente capturados en dicha resonancia, debido al fenómeno de resonance hopping. Sin embargo, debido justamente a este último efecto, las capturas como coorbitales suelen ser por cortos periodos de tiempo y casi únicamente con órbitas tipo herradura.

4.3. Encuentros y capturas en el planeta migrante

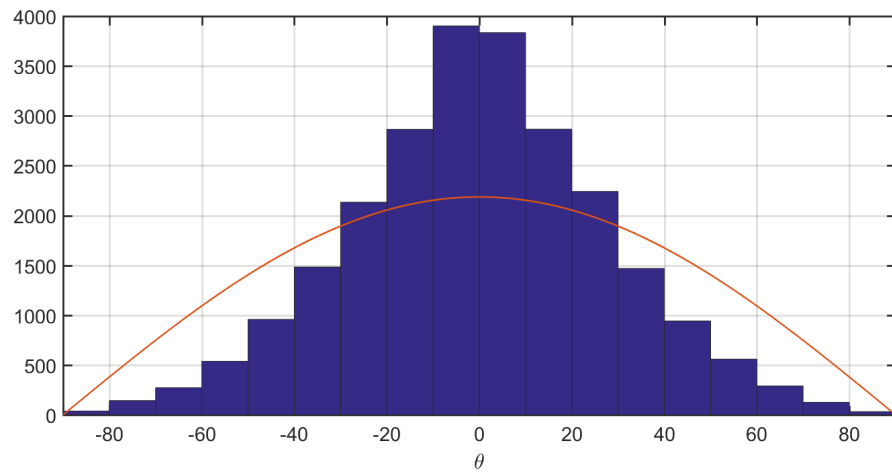
Como ya comentamos, para tener un encuentro es necesario que el planetesimal cruce la órbita del planeta, por lo que decimos que un cuerpo tiene una *órbita de cruce* si en algún momento de su evolución la diferencia entre la distancia a la estrella del cuerpo r y el semieje del planeta a_P cambia de signo. Encontramos que 1628 objetos cumplen esta condición, por lo que el análisis posterior se realizará en función de este número de cuerpos. Para este trabajo consideraremos que se produce un encuentro entre un planetesimal y el planeta cuando el primero entra a la *esfera de encuentros* del planeta, es decir, cuando la distancia mutua entre ambos es menor a 1.5 radios de Hill del planeta.

Sobre el total de cuerpos con órbitas de cruce encontramos que 799 se encuentran inicialmente en la región externa al planeta y 829 en la interna. Si bien el argumento esgrimido en la Subsección 4.1 implicaría que la zona interna se vea favorecida en cuanto a número órbitas de cruce, en la Figura 4.4 podemos ver como los cuerpos que atraviesan resonancias de movimientos medios tanto internas como las externas ven excitada su excentricidad, posibilitando así la existencia de este tipo de órbitas para ambas regiones.

Imponiendo estas condiciones encontramos que considerando el total de los cuerpos existen 21976 encuentros, lo que implica que se producen varios de estos eventos para una misma partícula. No obstante, la distribución de número de encuentros no es uniforme: para los cuerpos identificados como coorbitales con el criterio de la Sección anterior, el número medio de encuentros por partícula es de 26.4, mientras que para las partículas que no lo son es de 9.6. Esta diferencia está fundada en el efecto de resonance hopping tratado en la Subsección anterior.



(a)



(b)

Figura 4.9: a)) Ángulo acimutal y b) polar con los que las partículas entran a la esfera de encuentros del planeta. Se muestra también el ajuste por $\cos \theta$ a la latitud, correspondiente a una muestra aleatoria.

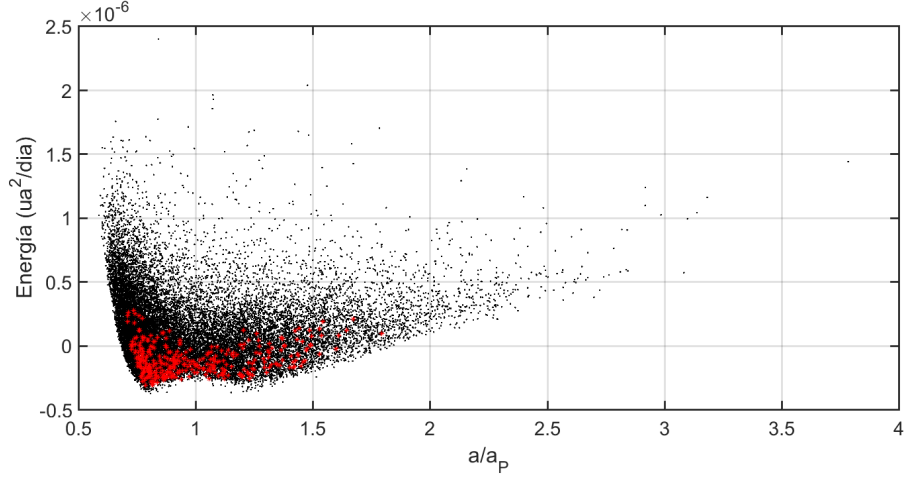


Figura 4.10: Energía Kepleriana de los planetesimales respecto al planeta al momento en que se produce el encuentro (distancia al planeta menor a $1.5r_H$) en función del semieje heliocéntrico. Se superponen además estos valores para los cuerpos capturados en rojo.

Al analizar la dirección del movimiento de las partículas al momento de entrar en la esfera encuentros medida desde un sistema rotante solidario con el planeta (Figura 4.9), encontramos que la mayoría de las entradas se dan en las cercanías de los puntos Lagrangeanos L_1 y L_2 , con una tendencia favorable al primero. Asimismo, si analizamos el ángulo formado entre la recta que une a la partícula con el planeta con el plano orbital de este último, al que llamaremos latitud, en esta Figura vemos que las entradas a la esfera de encuentros se dan principalmente sobre el plano central del disco, pero de todas formas hay entradas fuera del mismo. Si consideramos que las partículas entran de forma isotrópica a la esfera de encuentros, la probabilidad de que lo haga con un ángulo de latitud θ será proporcional a $\cos \theta$, por lo que graficamos una función de ese estilo, comprobando que existen diferencias entre ellas. Si bien este resultado es esperable debido a que inicialmente las partículas se encuentran cerca del plano central del disco, en un primer lugar se podría inferir que la diferencia entre latitudes altas y bajas sería aún mayor, por lo que podemos afirmar que existe una probabilidad no despreciable de que los planetesimales entren a la esfera de encuentros en direcciones cercanas a la vertical, incluso polares.

Para comprender mejor la dinámica de los encuentros es conveniente estudiar la energía Kepleriana de los planetesimales respecto al planeta, definida

como

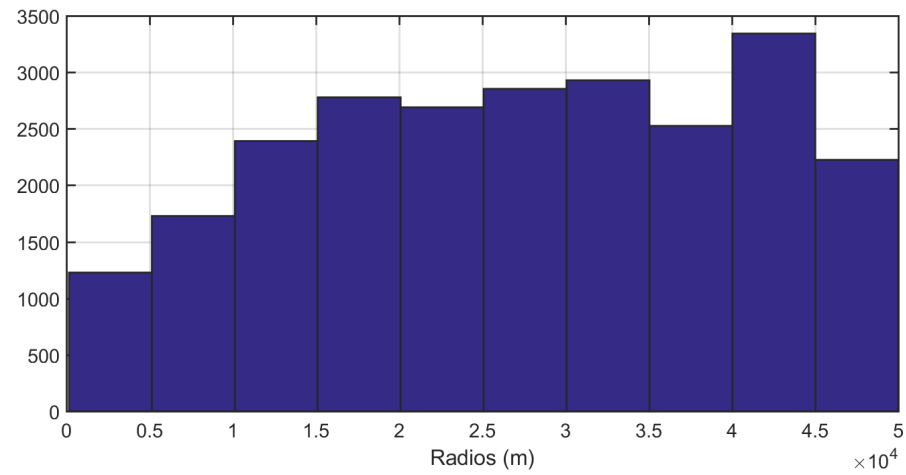
$$E_J = \frac{1}{2}v_R^2 - \frac{\mathcal{G}M_P}{r} \quad (4.4)$$

con r la distancia entre el planetesimal y el planeta y v_R la velocidad relativa entre ambos. Como se ve en la Figura 4.10, existe un gran rango de energías con las que los planetesimales entran a la esfera de encuentros del planeta, pero aquellos con energías relativas mayores tienden a estar más alejados del planeta. Esto se debe a que al estar más alejados, la excentricidad necesaria para alcanzar la órbita del planeta es mayor (llegando a valores de hasta 0.7), lo que implica que las velocidades relativas también lo sean.

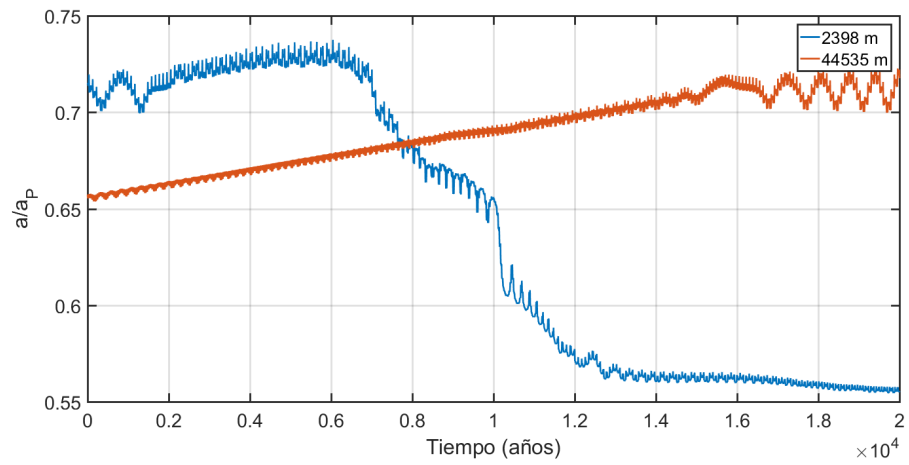
Si ahora analizamos la distribución de tamaños de los elementos que entran a la esfera de encuentros, notamos un descenso en la cantidad de cuerpos pequeños. Esto se debe a que éstos son más sensibles al efecto del arrastre gaseoso, lo que disminuye su semieje y circulariza sus órbitas muy rápidamente, impidiendo el acercamiento al planeta (Figura 4.11). Para cuerpos más grandes la distribución es aproximadamente uniforme.

Si un planetesimal permanece dentro de la esfera de encuentros durante 30 años consecutivos o más, lo que corresponde aproximadamente al periodo orbital inicial del planeta, diremos que el cuerpo fue capturado. El análisis de los resultados arroja que existen 429 eventos de este tipo, distribuidos entre 333 cuerpos, lo que corresponde a 20 % del total de cuerpos con órbitas de cruce, entran en esta categoría, siendo la mediana del tiempo de captura 42 años y su valor máximo 6903 años. Anteriormente planteamos que las capturas son más probables cuanto menor sea la energía Kepleriana. Esto se traduce en que la velocidad relativa entre el planeta y los planetesimales, y por ello la excentricidad, deben ser pequeñas. Analizando los valores de excentricidad al momento de iniciar la captura, encontramos que el máximo es de 0.4, significativamente menor al encontrado al analizar los encuentros. Esto puede notarse en la Figura 4.10, donde vemos que los puntos rojos, que representan partículas capturadas, se encuentran en el grupo de los cuerpos con energías menores.

Asimismo, dentro del grupo de los capturados podemos distinguir un nuevo subgrupo compuesto por los cuerpos capturados por más de 100 años, que llamaremos *capturas largas* (Figura 4.12). Aquí encontramos únicamente 49 objetos (2.7 % de los cuerpos con órbitas de cruce), con una mediana de tiempo de captura de 227 años. Las características de estos dos grupos son sustancial-



(a)



(b)

Figura 4.11: a) Histograma de radios de las partículas que entran a la esfera de encuentros. Se puede apreciar un descenso en el número de partículas con radios pequeños, lo que está explicado por b) Diferente efecto del arrastre gaseoso sobre partículas de distinto tamaño.

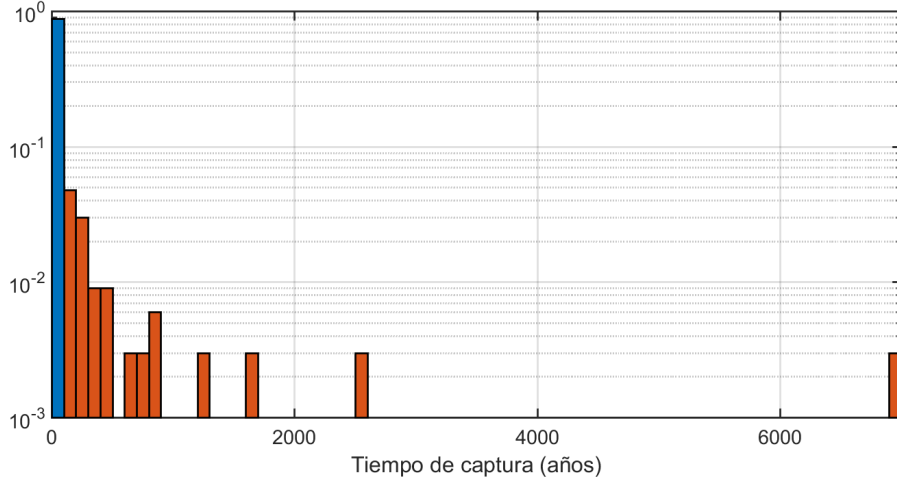


Figura 4.12: Proporción de los cuerpos capturados en función del tiempo de captura. La primer columna se corresponde a los cuerpos con tiempo de captura menor que 100 años, delimitando los eventos de capturas largas. Nótese la escala logarítmica de las ordenadas.

mente distintas, como se puede apreciar en la Figura 4.13, donde se ve que el perfil del histograma de todas las capturas es similar al de las partículas con encuentros, pero cambia para las capturas largas. Este cambio puede verse principalmente para dos tamaños: en primer lugar hay menos partículas de radios mayores a 4×10^4 metros, mientras que por otro lado se observa un comportamiento atípico de las partículas más pequeñas. En este caso el número de eventos estudiado es muy pequeño como para poder distinguir si se trata de una fluctuación estadística o de un efecto real, por lo que se necesitará un mayor número de casos para echar luz sobre esta cuestión.

Además, el lugar de origen de los planetesimales en ambos grupos también cambia. Mientras que para todos los cuerpos capturados el cociente entre el número de cuerpos con órbitas externas e internas $(N_{ext}/N_{int})_{CC} = 0.6404$, similar al obtenido para el número total de encuentros $(N_{ext}/N_{int})_E = 0.6769$, para las capturas largas el cociente toma valores $(N_{ext}/N_{int})_{CL} = 0.3793$, por lo que podemos afirmar que las capturas más largas están asociadas a objetos internos a la órbita del planeta. En cuanto a las direcciones de entrada, las partículas con capturas largas presentan el mismo patrón visto en los encuentros, con una predominancia a entrar a la esfera de encuentros por L_1 y con una latitud baja.

Otra de las diferencias que resalta en este grupo es al correlacionarlo con los

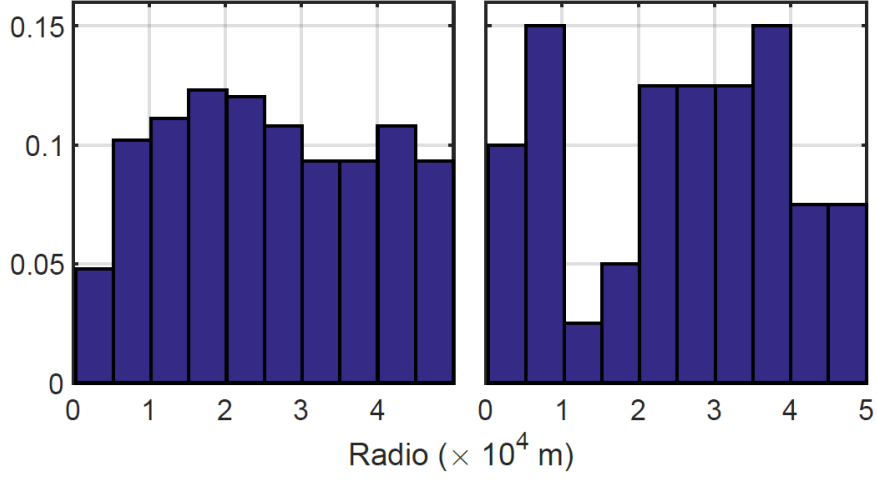


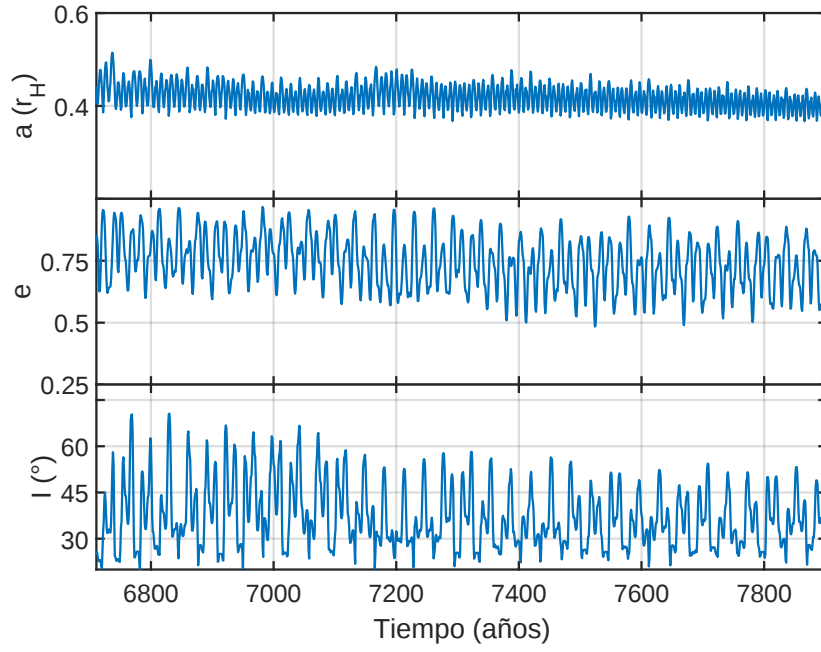
Figura 4.13: Histograma normalizado de los radios de los cuerpos capturados (*izquierda*) y de las capturas largas (*derecha*).

cuerpos con capturas como coorbitales. Si bien los coorbitales tienden a tener un gran número de encuentros con el planeta, ninguno de ellos tuvo una captura larga. La razón de este fenómeno es que para los coorbitales los encuentros ocurren intermediando en la captura en resonancias de movimientos medios internas y externas a través del mencionado efecto de resonance hopping, cuya escala de tiempo es del orden de los años (Belbruno y Marsden, 1997), menor que el umbral establecido para la definición de capturas.

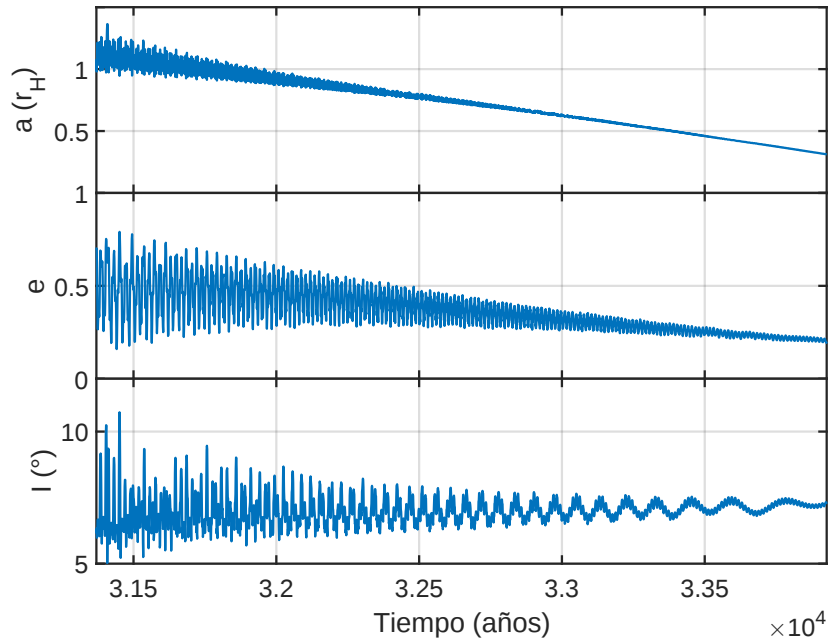
4.4. Evolución durante la captura

Para el estudio de la evolución de los estados de las partículas capturadas notamos que la excentricidad osculante calculada en un referencial planeocéntrico muestra grandes variaciones, pero que las mismas no son realistas debido a que el cálculo se realiza asumiendo que el movimiento del cuerpo entra dentro del marco del problema de dos cuerpos, condición no cumplida en el escenario estudiado por la gran cantidad de perturbaciones actuantes. Es por esto que para describir el estado orbital de una partícula nos referiremos a la distancia al planeta y a la inclinación respecto al plano ecuatorial del mismo.

Con respecto a la evolución orbital de los cuerpos, para las capturas largas son fácilmente reconocibles 2 subgrupos: aquellos cuyo plano orbital está próximo al plano orbital del planeta, que se corresponde con inclinaciones plane-



(a)



(b)

Figura 4.14: Elementos orbitales planetocéntricos de dos cuerpos capturados por un periodo largo (> 100 años), pertenecientes a los subgrupos de **a)** inclinación alta y **b)** órbitas cuasi coplanares.

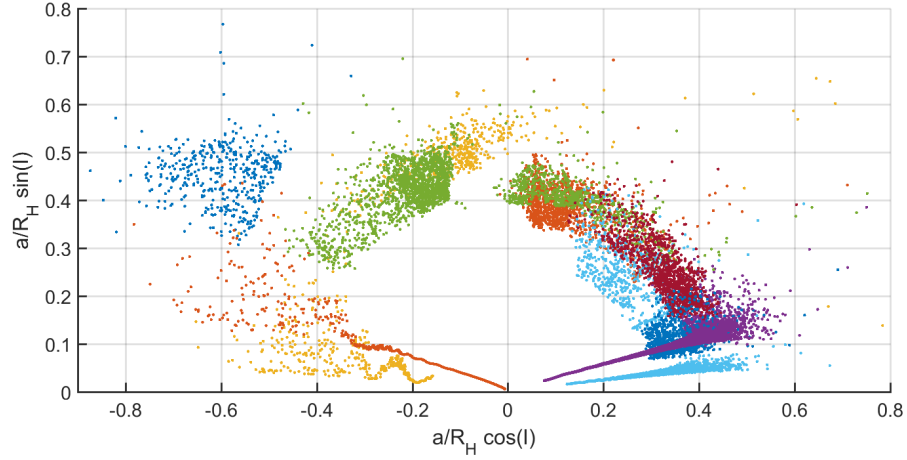


Figura 4.15: Evolución de los estados orbitales de una submuestra de planetesimales con capturas largas, donde cada color representa la evolución de un cuerpo distinto.

tocéntricas menores a 20° y mayores a 160° , y que denominamos grupo *cuasi coplanar*, y en los que la inclinación está entre 20° y 160° , que denominaremos de *alta inclinación* (Figura 4.14).

La evolución de los elementos orbitales planetocéntricos de los cuerpos cuasi coplanares muestra una disminución de la distancia hacia el planeta y una circularización de la órbita notada como un descenso en la amplitud de oscilación de la distancia, mientras que esto no ocurre para los de alta inclinación. Esto se debe a que los primeros recorren una parte importante de su órbita dentro del disco circumplanetario, donde la densidad de gas es muy grande y el efecto del arrastre gaseoso se ve incrementado. Este efecto explica además la posibilidad de que objetos de radios muy pequeños puedan permanecer capturados en torno al planeta por largos periodos de tiempo sin que su órbita decaiga hacia una colisión con él.

En la Figura 4.15 se analiza la evolución de las órbitas de una submuestra de cuerpos con capturas largas. Aquí nuevamente se puede apreciar la diferencia entre los dos grupos previamente discutidos. Si se compara con la Figura 2.6, puede observarse por un lado que el rango de inclinaciones posibles es coherente con la distribución actual de satélites, y por otro que la tendencia de que las órbitas de los cuerpos retrógrados sean más alejadas que las de los directos se mantiene, aunque en promedio todos los cuerpos capturados en nuestra simulación tienen órbitas más alejadas del planeta que las mostradas por los

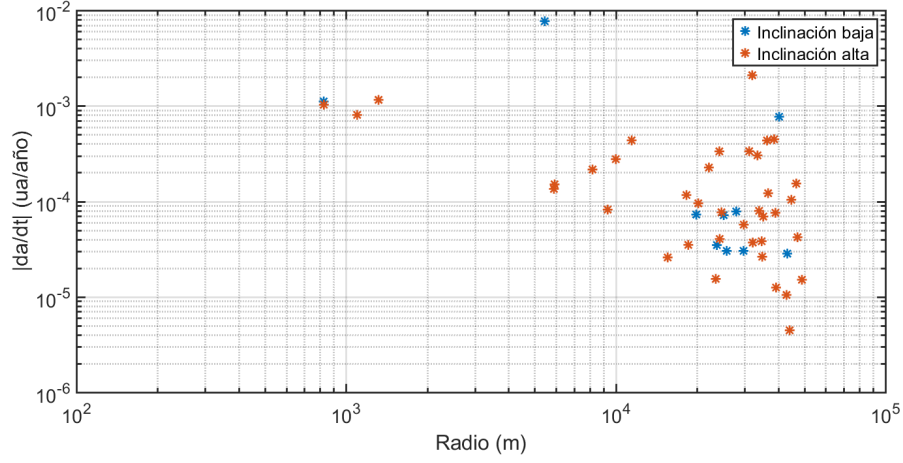


Figura 4.16: Valor absoluto de la variación promedio del semieje en función del radio de la partícula para cuerpos con capturas largas.

irregulares observados.

En este sentido, es posible hallar la tasa de variación de semieje promedio $\langle \dot{a} \rangle$ ajustando la variación temporal de su semieje por una función lineal, que dará una idea sobre el tiempo de vida esperable para un cuerpo capturado. Como es de esperar, la tasa promedio de variación del semieje es distinta entre los cuerpos cuasi coplanares y los de alta inclinación. Realizando un ajuste lineal a la evolución del semieje, obtenemos que para los cuerpos cuasi coplanares $\langle \dot{a} \rangle_{CC} = -9.93 \times 10^{-4}$ ua/año, mientras que los de inclinación alta tienen $\langle \dot{a} \rangle_{IA} = -6.15 \times 10^{-5}$ ua/año. Utilizando estas tasas promedio, un cuerpo podría mantenerse por cerca de 1000 años en una órbita de inclinación baja y por 15000 años en una de inclinación alta dentro de la esfera de encuentros antes de chocar con el planeta, lo que ofrece una cota al tiempo en el que debería suceder el fenómeno de captura.

Esta variación no depende únicamente de la inclinación del plano orbital, sino que también está condicionada por el radio del planetesimal, obteniéndose variaciones más lentas para cuerpos mayores, como puede verse en la Figura 4.16.

4.5. Relevancia de los efectos

Una vez mostrada la posibilidad de existencia de fenómenos de captura en el escenario estudiado, nos propusimos analizar cuál de los efectos incluidos

Integración	$\#T_{cap} > 50$	Promedio	Mediana	Máximo
Completa	11	102.2	38	2567
(A) Mig + CE	6	42.1	37	96
(B) Mig + CE + grav	18	66.3	39	628
(C) Mig + CE + CP	12	53.3	39	410

Tabla 4.2: Capturas de los planetesimales en las integraciones de prueba. Los tiempos están expresados en años.

en el modelo es el más relevante a la hora de hacerla posible. Es por esto que realizamos otra serie de simulaciones con una submuestra aleatoria del 10 % de las partículas integradas originalmente, que si bien resulta poco para poder realizar un análisis estadístico completo, dará una idea aproximada sobre esta cuestión. Para cada partícula se realizaron 3 integraciones adicionales por un lapso de 5×10^4 años que incluyen el arrastre provocado por el gas del disco circunestelar (CE) afectado por el planeta (brazos + brecha), sumado a los efectos *A*) migración del planeta gigante, *B*) migración del planeta gigante y gravedad del disco y *C*) migración del planeta gigante y arrastre gaseoso del disco circumplanetario (CP). En la Tabla 4.2 se presentan los resultados referentes a las capturas para cada una de las simulaciones de esta Sección.

Analizando estos resultados, puede apreciarse en primer lugar que las medianas de todas las simulaciones son casi idénticas, mientras que el valor máximo del tiempo de captura es altamente dependiente del escenario estudiado. La primera conclusión es entonces que los efectos estudiados no afectan demasiado a los encuentros y capturas cortas, pero sí modifican la dinámica de las capturas largas. En este sentido, si no se incluye el disco circumplanetario ni la gravedad del disco, como ocurre en la integración (*A*), tanto el número de capturas como su duración se ven disminuidas.

Al comparar las integraciones (*B*) y (*C*) con la completa podemos comprobar que no es posible distinguir un único factor como el más relevante al momento de generar captura o extender su tiempo, sino que es la combinación de la gravedad del disco con el arrastre generado por el disco circumplanetario la que permite obtener los valores de las Secciones anteriores.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En esta Tesis se estudió una hipótesis alternativa sobre el proceso de captura de los satélites irregulares en etapas tempranas de la evolución del sistema planetario, donde el disco de gas y polvo genera efectos que pueden explicar la captura permanente en torno al planeta. En particular, se pretende definir en primer lugar si el escenario planteado favorece las capturas, y en segundo cuáles son las características tanto físicas como orbitales de los objetos que resultan capturados.

Aunque no está directamente relacionado al tema de la Tesis, encontramos que el efecto gravitatorio del disco gaseoso sobre los planetesimales resulta relevante a la hora de estudiar su evolución pues introduce una oscilación en los elementos orbitales, principalmente en la inclinación. Este resultado es muy interesante pues dicho efecto no ha sido tenido en cuenta en estudios cosmogónicos anteriores, y más aún, los descubrimientos recientes sobre la estructura de estos discos implica que su perturbación pueda ser expresada analíticamente, lo que convierte su implementación en integradores numéricos en sencilla y poco costosa.

Al analizar los encuentros con el planeta, encontramos que las capturas en resonancia de movimientos medios son un factor que podría evitar que sucedan estos eventos, pero que los tiempos que los planetesimales pasan en resonancia, sobre todo en aquellas con semiejes nominales mayores al del planeta, son demasiado cortos en relación al tiempo total de evolución como para que el número de encuentros se vea sustancialmente disminuido.

Comparando con el escenario estudiado por [Kortenkamp y Joseph \(2011\)](#), donde cuerpos inicialmente capturados como troyanos se transforman en cuasi-

satélites y desde allí tienen encuentros con el planeta, comprobamos que si bien existen capturas en resonancia coorbital, particularmente en órbitas tipo cuasi-satélite, estos estados no son precursores de capturas como satélites en torno al planeta gigante. Sin embargo, si bien los tiempos de captura como coorbital son cortos, los cuerpos que sufren estos procesos son más propensos a tener encuentros con el planeta, donde juega un rol importante el fenómeno de *resonance hopping*, que consiste en que un cuerpo capturado en una resonancia de movimientos medios interna pase a una externa o viceversa, mediando este intercambio un pasaje por la región coorbital que incluye encuentros con el planeta.

Centrándonos en la hipótesis que pretendíamos estudiar, encontramos que el 20% de los cuerpos estudiados que cruzan la órbita del planeta resultan capturados por al menos un periodo orbital de este último. No obstante, tanto las características de las órbitas como los radios de las partículas capturadas resultan muy similares a las de los cuerpos que únicamente tienen encuentros con el planeta por un periodo menor de tiempo. En cambio, si consideramos los cuerpos con tiempos de captura mayores a 100 años, la probabilidad de captura es de 2.7% y las diferencias en las mencionadas características si son apreciables. En particular, se observa que las capturas se ven favorecidas para las partículas que en el momento del encuentro tienen órbitas internas al planeta.

En cuanto a los tamaños de los objetos con capturas, observamos que cuerpos de todos los tamaños estudiados fueron capturados, pero no de manera uniforme. Mientras que para las capturas por más de 30 años se observa una disminución en el número de partículas menores a 10 km de radio, debido al efecto del arrastre gaseoso que genera que sus órbitas decaigan a la estrella central rápidamente, impidiendo así los encuentros con el planeta, para las capturas mayores a 100 años se observa una distribución de tamaños muy irregular. El bajo número de eventos no permite determinar con certeza si esto se debe a una fluctuación estadística o a un efecto real.

Si comparamos las órbitas planetocéntricas de los cuerpos capturados con las de los satélites irregulares observados en la actualidad, podemos notar que como se obtienen capturas con inclinaciones en todo el rango posible (0° a 180°), nuestro modelo es compatible con la distribución observada actualmente, incluidos los cuerpos con órbitas retrógradas. Asimismo, se pueden diferenciar dos tipos de órbitas planetocéntricas: el primer tipo está compuesto por aque-

llos cuerpos cuyo plano orbital está próximo al plano ecuatorial del planeta, lo que genera un descenso más rápido de sus semiejes y excentricidades debido a que el gas del disco circumplanetario se concentra en torno a dicho plano, favoreciendo una disipación rápida de la energía. Dentro del segundo tipo se encuentran aquellos cuyas órbitas se encuentran menos afectadas por el arrastre gaseoso debido a que su plano orbital se encuentra lejos del ecuatorial del planeta. Para ambos tipos de órbita el arrastre gaseoso genera que, en caso de ser capturado de forma permanente, éstas decaigan hasta colisionar con el planeta en determinado periodo de tiempo. Este efecto ofrece una cota superior al tiempo transcurrido entre la captura y la disipación del disco circumplanetario si aceptamos este método como el responsable de las capturas de los satélites irregulares. En este sentido, al comparar los cuerpos capturados por este mecanismo con los satélites irregulares actuales vemos que, salvo para los de Saturno, ambas poblaciones tienden a orbitar al planeta en un plano alejado al ecuatorial del mismo.

Comparando con [Carruba et al. \(2002\)](#), encontramos 3 cuerpos pertenecientes al grupo de capturas largas cuyas inclinaciones se encuentran dentro del rango previsto. Sin embargo, no es posible afirmar que esas órbitas pueden mantenerse por largos periodos de tiempo sin realizar un estudio exhaustivo de su evolución secular.

Como nombramos anteriormente, el modelo más aceptado en la actualidad es el propuesto por [Nesvorný et al. \(2014\)](#), en el que encuentros entre planetas gigantes afectan las órbitas de planetesimales que se encuentran temporalmente en las esferas de Hill de dichos planetas, generando capturas permanentes. Este modelo no solo reproduce a grandes rasgos el número de objetos observados hoy en día, así como las características de sus órbitas, sino que proporciona un marco unificado para explicar la captura de satélites irregulares de todos los planetas gigantes en el contexto de su evolución. Sin embargo, en el trabajo de [Nesvorný et al.](#) se asume que cualquier objeto capturado previamente a los encuentros planetarios es removido de su posición, afirmación que ya ha sido puesto en duda por las características de las órbitas de algunos satélites, como los jovianos Pasiphae y Sinope, que parecen haber sufrido una disipación lenta de energía ([Saha y Tremaine 1993](#), [Beaugé y Nesvorný 2007](#)), incompatible con el mencionado modelo. En este sentido, nuestro modelo ha demostrado proveer de un mecanismo prometedor para explicar estas capturas previas puesto que el 2.7% de los cuerpos con órbitas de cruce presentan eventos de capturas largas.

Recordando que nuestro perfil inicial de densidad de partículas es 4.42×10^4 veces menor que el previsto por la teoría, el número de objetos capturados resulta lo suficientemente grande como para que sea esperable encontrar cuerpos en este estado una vez disipado el gas, y por ello que puedan sobrevivir capturados hasta el momento de un hipotético encuentro planetario.

El trabajo a futuro puede dividirse en tres etapas. Por un lado pretendemos mejorar el modelo utilizado en este trabajo, incluyendo los efectos gravitacionales de las estructuras generadas en el disco por el planeta (disco circunplanetario, brazos y brecha), el aumento de masa del planeta y la disipación del gas del disco, junto con la realización de más simulaciones para explorar con profundidad el espacio de parámetros involucrados y obtener así una mejor estadística para responder interrogantes que no pudieron ser resueltas en esta oportunidad. En segundo lugar está el estudiar la evolución secular de las órbitas de los cuerpos capturados. Por último pretendemos estudiar un tema que no está del todo relacionado con el tópico de esta Tesis pero que demostró tener una gran relevancia como lo es el efecto de la gravedad del disco de gas sobre la evolución dinámica de cuerpos menores embebidos en él.

Referencias bibliográficas

- Andrews, S. M., Wilner, D. J., Hughes, A. M., Qi, C., y Dullemond, C. P. (2009). Protoplanetary Disk Structures in Ophiuchus. *ApJ*, 700:1502–1523.
- Armitage, P. J. (2007). Lecture notes on the formation and early evolution of planetary systems. *ArXiv Astrophysics e-prints*.
- Armitage, P. J. (2010). *Astrophysics of Planet Formation*. Cambridge University Press, 1 edition.
- Bate, M. R., Lubow, S. H., Ogilvie, G. I., y Miller, K. A. (2003). Three-dimensional calculations of high- and low-mass planets embedded in protoplanetary discs. *MNRAS*, 341:213–229.
- Batygin, K. y Morbidelli, A. (2013). Analytical treatment of planetary resonances. *Astron. Astrophys.*, 556:A28.
- Beaugé, C. y Nesvorný, D. (2007). Proper Elements and Secular Resonances for Irregular Satellites. *Astron. J.*, 133:2537–2558.
- Belbruno, E. y Marsden, B. G. (1997). Resonance Hopping in Comets. *Astron. J.*, 113:1433.
- Benítez-Llambay, P. y Masset, F. S. (2016). FARGO3D: A New GPU-oriented MHD Code. *Astrophys. J. Supp.*, 223:11.
- Binney, J. y Tremaine, S. (2011). *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton Series in Astrophysics. Princeton University Press.
- Bodenheimer, P. y Pollack, J. B. (1986). Calculations of the accretion and evolution of giant planets The effects of solid cores. *Icarus*, 67:391–408.

- Brasser, R., Morbidelli, A., Gomes, R., Tsiganis, K., y Levison, H. F. (2009). Constructing the secular architecture of the solar system II: the terrestrial planets. *Astron. Astrophys.*, 507:1053–1065.
- Burns, J. A. (1986). *The evolution of satellite orbits*, páginas 117–158.
- Cameron, A. G. W. (1978). Physics of the primitive solar accretion disk. *Moon and Planets*, 18:5–40.
- Carruba, V., Burns, J. A., Nicholson, P. D., y Gladman, B. J. (2002). On the Inclination Distribution of the Jovian Irregular Satellites. *Icarus*, 158:434–449.
- Chambers, J. E. (1999). A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *MNRAS*, 304:793–799.
- Colombo, G. y Franklin, F. A. (1971). On the formation of the outer satellite groups of Jupiter. *Icarus*, 15:186–189.
- D’Angelo, G. y Podolak, M. (2015). Capture and Evolution of Planetesimals in Circumjovian Disks. *Astrophys. J.*, 806:203.
- Duncan, M. J. y Levison, H. F. (1997). A scattered comet disk and the origin of Jupiter family comets. *Science*, 276:1670–1672.
- Fernández, J. A. y Ip, W.-H. (1984). Some dynamical aspects of the accretion of Uranus and Neptune - The exchange of orbital angular momentum with planetesimals. *Icarus*, 58:109–120.
- Fung, J. y Chiang, E. (2016). Gap Opening in 3D: Single-planet Gaps. *ApJ*, 832:105.
- Gladman, B., Holman, M., Grav, T., Kavelaars, J., Nicholson, P., Aksnes, K., y Petit, J.-M. (2002). Evidence for an Extended Scattered Disk. *Icarus*, 157:269–279.
- Goldreich, P. y Tremaine, S. (1979). The excitation of density waves at the Lindblad and corotation resonances by an external potential. *ApJ*, 233:857–871.
- Goldreich, P. y Tremaine, S. (1980). Disk-satellite interactions. *Astrophys. J.*, 241:425–441.

- Goldreich, P. y Ward, W. R. (1973). The Formation of Planetesimals. *Astrophys. J.*, 183:1051–1062.
- Haisch, Jr., K. E., Lada, E. A., y Lada, C. J. (2001). Disk Frequencies and Lifetimes in Young Clusters. *Astrophys. J.*, 553:L153–L156.
- Heppenheimer, T. A. y Porco, C. (1977). New contributions to the problem of capture. *Icarus*, 30:385–401.
- Hernández, J., Hartmann, L., Megeath, T., Gutermuth, R., Muzerolle, J., Calvet, N., Vivas, A. K., Briceño, C., Allen, L., Stauffer, J., Young, E., y Fazio, G. (2007). A Spitzer Space Telescope Study of Disks in the Young σ Orionis Cluster. *Astrophys. J.*, 662:1067–1081.
- Kokubo, E. y Ida, S. (1995). Orbital evolution of protoplanets embedded in a swarm of planetesimals. *Icarus*, 114(2):247–257.
- Kortenkamp, S. J. y Joseph, E. C. S. (2011). Transformation of Trojans into quasi-satellites during planetary migration and their subsequent close-encounters with the host planet. *Icarus*, 215:669–681.
- Kozai, Y. (1962). Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity. *Astron. J.*, 67:591.
- Kuiper, G. P. (1951). On the Origin of the Solar System. *Proceedings of the National Academy of Science*, 37:1–14.
- Lemos, P. (2014). *Captura de planetesimales debido a la migración en discos protoplanetarios*. Trabajo Especial de Licenciatura, Udelar.
- Lemos, P. y Gallardo, T. (2018). Co-orbital resonance with a migrating protogiant planet. *P&SS*, 161:76–83.
- Lidov, M. L. (1962). The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies. *Planetary and Space Science*, 9:719–759.
- Lin, D. N. C. y Papaloizou, J. (1979). Tidal torques on accretion discs in binary systems with extreme mass ratios. *MNRAS*, 186:799–812.
- Lissauer, J. J. (1993). Planet formation. *ARA&A*, 31:129–174.

- Lubow, S. H. y Ida, S. (2011). *Planet Migration*, páginas 347–371. University of Arizona Press.
- Lykawka, P. S. y Mukai, T. (2006). Exploring the 7:4 mean motion resonance II: Scattering evolutionary paths and resonance sticking. *P&SS*, 54:87–100.
- Mamajek, E. E. (2009). Initial Conditions of Planet Formation: Lifetimes of Primordial Disks. En Usuda, T., Tamura, M., y Ishii, M., editores, *American Institute of Physics Conference Series*, volumen 1158 de *American Institute of Physics Conference Series*, páginas 3–10.
- Mizuno, H. (1980). Formation of the Giant Planets. *Progress of Theoretical Physics*, 64:544–557.
- Murray, C. D. y Dermott, S. F. (1999). *Solar system dynamics*.
- Nesvorný, D. (2011). Young Solar System’s Fifth Giant Planet? *ApJL*, 742:L22.
- Nesvorný, D., Alvarelos, J. L. A., Dones, L., y Levison, H. F. (2003). Orbital and Collisional Evolution of the Irregular Satellites. *Astron. J.*, 126:398–429.
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., y Deienno, R. (2014). Capture of Irregular Satellites at Jupiter. *ApJ*, 784:22.
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., y Morbidelli, A. (2007). Capture of Irregular Satellites during Planetary Encounters. *Astron. J.*, 133:1962–1976.
- Peale, S. J. (1986). *Orbital resonances, unusual configurations and exotic rotation states among planetary satellites*, páginas 159–223.
- Pollack, J. B., Burns, J. A., y Tauber, M. E. (1979). Gas drag in primordial circumplanetary envelopes - A mechanism for satellite capture. *Icarus*, 37:587–611.
- Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J. J., Podolak, M., y Greenzweig, Y. (1996). Formation of the Giant Planets by Concurrent Accretion of Solids and Gas. *Icarus*, 124:62–85.
- Pollack, J. B., Lunine, J. I., y Tittlemore, W. C. (1991). *Origin of the Uranian satellites*, páginas 469–512.

- Rafikov, R. R. (2004). Fast Accretion of Small Planetesimals by Protoplanetary Cores. *Astron. J.*, 128:1348–1363.
- Safronov, V. S. (1972). *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets.*
- Saha, P. y Tremaine, S. (1993). The orbits of the retrograde Jovian satellites. *Icarus*, 106:549.
- Schulz, E. (2012). The Gravitational Force and Potential of the Finite Mestel Disk. *ApJ*, 747:106.
- Shakura, N. I. y Sunyaev, R. A. (1973). Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astron. Astrophys.*, 24:337–355.
- Sheppard, S. S., Williams, G. V., Tholen, D. J., Trujillo, C. A., Brozovic, M., Thirouin, A., Devogele, M., Fohring, D., Jacobson, R., y Moskovitz, N. A. (2018). New Jupiter Satellites and Moon-Moon Collisions. *Research Notes of the American Astronomical Society*, 2(3):155.
- Stahler, S. W. y Palla, F. (2005). *The Formation of Stars.*
- Stevenson, D. J., Harris, A. W., y Lunine, J. I. (1986). *Origins of satellites*, páginas 39–88.
- Stoer, J., Bartels, R., Gautschi, W., Bulirsch, R., y Witzgall, C. (2002). *Introduction to Numerical Analysis.* Texts in Applied Mathematics. Springer New York.
- Suetsugu, R. y Ohtsuki, K. (2016). Capture of Planetesimals by Waning Circumplanetary Gas Disks. *ApJ*, 820:128.
- Tanaka, H., Takeuchi, T., y Ward, W. R. (2002). Three-Dimensional Interaction between a Planet and an Isothermal Gaseous Disk. I. Corotation and Lindblad Torques and Planet Migration. *ApJ*, 565:1257–1274.
- Tancredi, G., Lindgren, M., y Rickman, H. (1990). Temporary satellite capture and orbital evolution of Comet P/Helin-Roman-Crockett. *Astron. Astrophys.*, 239:375–380.
- Tanigawa, T., Ohtsuki, K., y Machida, M. N. (2012). Distribution of Accreting Gas and Angular Momentum onto Circumplanetary Disks. *ApJ*, 747:47.

- Testi, L., Birnstiel, T., Ricci, L., Andrews, S., Blum, J., Carpenter, J., Dominik, C., Isella, A., Natta, A., Williams, J. P., y Wilner, D. J. (2014). Dust Evolution in Protoplanetary Disks. En Beuther, H., Klessen, R., Dullemond, C., y Henning, T., editores, *Protostars and Planets VI*, páginas 339–361.
- Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., y Levison, H. F. (2005). Origin of the orbital architecture of the giant planets of the Solar System. *Nature*, 435:459–461.
- Weidenschilling, S. J. (1977). Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula. *MNRAS*, 180:57–70.
- Ziegler, U. (2008). The NIRVANA code: Parallel computational MHD with adaptive mesh refinement. *Computer Physics Communications*, 179:227–244.

APÉNDICES

Apéndice 1

Potencial del disco de Mestel

Siguiendo el enfoque planteado en [Binney y Tremaine \(2011\)](#), el potencial de un disco puede hallarse a partir de una familia de homeoides (región entre dos esferoides de cociente de radios constante). Para ello se considera que el disco es plano y con simetría acimutal, y se lo aproxima por un esferoide biaxial homogéneo muy fino de densidad ρ y radios a y c , por lo que $M(a) = \frac{4}{3}\pi\rho qa^3$. Para un observador con la línea de visión perpendicular al plano central del esferoide, la densidad superficial que observa es (Figura 1.1)

$$\Sigma(a, R) = 2d\rho = 2\rho q\sqrt{a^2 - R^2} \quad (1.1)$$

con $q = c/a$. Al diferenciar estas expresiones con respecto a a se obtiene la masa y densidad superficial de un homeoide de densidad ρ , semiejes a y c , y ancho δa

$$\delta M(a) = 4\pi\rho qa^2\delta a \quad (1.2)$$

$$\delta\Sigma(a, R) = \frac{2\rho qa}{\sqrt{a^2 - R^2}}\delta a. \quad (1.3)$$

Para conseguir un disco fino basta imponer $q \rightarrow 0$ manteniendo $2\rho qa \equiv \Sigma_0$ constante, con lo que estas expresiones resultan

$$\delta M(a) = 2\pi\Sigma_0 a\delta a \quad (1.4)$$

$$\delta\Sigma(a, R) = \frac{\Sigma_0}{\sqrt{a^2 - R^2}}\delta a. \quad (1.5)$$

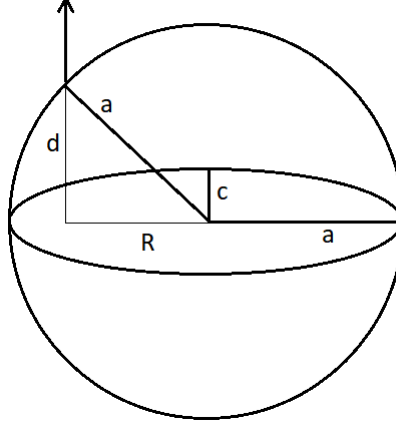


Figura 1.1: Un esferoide con simetría acimutal que es visto desde una dirección perpendicular a su plano central la corta en una distancia $2d$

La idea se basa en que se puede construir un disco fino de densidad arbitraria $\Sigma(R)$ al encontrar la familia de homeoides cuya densidad combinada se iguale a ésta para todo R , es decir

$$\Sigma(R) = \sum_{a \geq R} \delta \Sigma(a, r) = \int_R^\infty \frac{\Sigma_0(a)}{\sqrt{a^2 - R^2}} da. \quad (1.6)$$

Esto es una ecuación integral de Abel, y su solución es

$$\Sigma_0(a) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{da} \int_a^\infty \frac{R \Sigma(R)}{\sqrt{R^2 - a^2}} dR. \quad (1.7)$$

Para completar el cálculo falta encontrar la expresión para el potencial de un homeoide axisimétrico de densidad uniforme Σ_0 , masa M y semiejes a y c . Esto se consigue aplicando el teorema de Gauss $4\pi \mathcal{G} M = \int d^2 \vec{S} \cdot \nabla \Phi$ sobre un sistema de coordenadas esferoidales oblatas. Este sistema utiliza el ángulo acimutal del sistema cilíndrico junto con las coordenadas (u, v) , definidas como

$$R = \cosh u \sin v ; \quad z = \sinh u \cos v. \quad (1.8)$$

Haciendo uso de estas coordenadas, resulta

$$\Phi = -\frac{\mathcal{G} M}{ae} \times \begin{cases} \sin^{-1}(e), & (u < u_0) \\ \sin^{-1}(\operatorname{sech}(u)), & (u \geq u_0) \end{cases} \quad (1.9)$$

con $e \equiv \sqrt{1 - c/a} = \operatorname{sech}(u_0)$. La expresión superior vale para el interior del

homeoide, mientras que la inferior para la región externa. Como en este caso se considera un disco plano debe utilizarse la expresión para el exterior del homeoide, además de imponer que el semieje $c \rightarrow 0$, con lo que $e \rightarrow 1$. Usando esto y la Ecuación 1.4, se obtiene

$$\delta\Phi = -2\pi\mathcal{G}\Sigma_0\delta a \sin^{-1}(\operatorname{sech}u) \quad (1.10)$$

que al convertir u a coordenadas cilíndricas se transforma en

$$\delta\Phi = -2\pi\mathcal{G}\Sigma_0\delta a \sin^{-1}\left(\frac{2a}{\sqrt{z^2 + (a+R)^2} + \sqrt{z^2 + (a-R)^2}}\right). \quad (1.11)$$

Finalmente, sustituyendo la Ecuación 1.7 e integrando esta ecuación se obtiene

$$\Phi(r, z) = 4\mathcal{G} \int_0^\infty da \sin^{-1}\left(\frac{2a}{\sqrt{+} + \sqrt{-}}\right) \frac{d}{da} \int_a^\infty dR \frac{R\Sigma(R)}{\sqrt{R^2 - a^2}} \quad (1.12)$$

donde

$$\sqrt{\pm} = \sqrt{z^2 + (a \pm r)^2}. \quad (1.13)$$

Apéndice 2

Modificaciones al código

El código *Mercury* cuenta con una subrutina, llamada *mfo user*, que permite que el usuario ingrese una aceleración personalizada a ser aplicada sobre cualquiera de los cuerpos de la simulación. Haciendo uso de esta subrutina incluimos los efectos que pretendemos estudiar en este trabajo.

```
      subroutine mfo_user (time,nbod,nbig,m,x,v,a,Hr,der,S0,Cd,
% rhob,fact)
c
      implicit none
      include 'mercury.inc'
c
c I/O
      integer nbod, nbig
      real*8 time,m(nbod),x(3,nbod),v(3,nbod),a(3,nbod),Hr,der
      real*8 S0,Cd,rhob,fact
```

```
c nbod: Numero total de cuerpos
c nbig: Numero de cuerpos masivos (int. grav. entre ellos)
c m: Masas de los cuerpos
c x,v,a: Posicion, velocidad y aceleracion de los cuerpos
c Hr: Escala de altura del disco
c der: Diferencial distancia
c S0: Densidad superficial sin modificar
c Cd: Coeficiente de arrastre
c rhob: Densidad volumetrica de los planetesimales
c fact: Factor de migracion
```

```

c
c LOCAL
    integer j
c Arrastre gaseoso
    real*8 r,rp,rh,sig,sb,rb,thb,dth,disb,dis,gap,Sg,aes
    real*8 pic,pic1,rhocp,rhocp1,hcp,hcp1,rhog,rhog1,apl
    real*8 vk,vr,vaz,vxg,vyg,vzg,vrel,h,cs,lam,nu,re,coef
c r,rp: Distancia radial planetesimal y planeta-estrella
c rh: Radio de Hill del planeta
c sig: Desviacion estandar de la brecha
c sb: Desviacion estandar de los brazos
c thb: Angulo en funcion de la distancia para el brazo
c dth: Angulo acimutal del planetesimal
c disb: Distancia planetesimal-brazo
c dis: Distancia planetesimal-planeta
c gap: Factor de disminucion de densidad del gas por brecha
c Sg: Densidad modificada por brecha
c aes: Angulo acimutal del planeta
c pic,pic1: Factor de aumento de densidad del gas
c rhocp,rhocp1: Densidad del gas del disco circumplanetario
c hcp,hcp1: Escala de altura del disco circumplanetario
c rhog,rhog1: Densidad del gas
c apl: Angulo acimutal del planetesimal en un referencial solidario
    al planeta
c vk: Velocidad Kepleriana
c vr,vaz,vxg,vyg,vzg: Velocidad radial, acimutal y cartesiana del gas
c vrel: Velocidad relativa planetesimal-gas
c h: Escala de altura del disco
c cs: Velocidad del sonido
c lam: Camino libre medio del gas
c nu: Viscosidad
c re: Numero de Reynolds

c Potencial
    real*8 rmax,md,T1,T2,ar
c rmax: Radio maximo del disco
c md: Masa del disco

```

```

c T1,T2: Parametros de Schultz (2012)
c ar: Aceleracion radial

```

```

c
c-----
c

```

```

do j = 1, nbod
  a(1,j) = 0.d0
  a(2,j) = 0.d0
  a(3,j) = 0.d0
end do

```

```

C----- MIGRACION -----

```

```

do j = 2,nbig
  a(1,j) = a(1,j) + fact*v(1,j)
  a(2,j) = a(2,j) + fact*v(2,j)
  a(3,j) = a(3,j) + fact*v(3,j)
end do

```

```

rp = dsqrt(x(1,2)**2+x(2,2)**2)
rh = rp * (m(2)/m(1)/3.)*(1./3.)
sig = (0.2*rp)/5.
sb = 0.0321*rp

```

```

do j = nbig+1, nbod

```

```

C----- ARRASTRE -----

```

```

  vr = 0.
  vrel = 0.
  r = dsqrt(x(1,j)**2+x(2,j)**2)
  rb = (3.*m(j)/K2/(4.*PI*rhob))*(1./3.)
  vk = dsqrt(m(1)/r)
  thb = -28.3616*(r/rp-1)**3+8.290314*(r/rp-1)**2
  dth = datan2(x(2,j),x(1,j))-datan2(x(2,2),x(1,2))
  if (dth .LT. -PI) then
    dth = dth + PI
  elseif (dth .GT. PI) then

```

```

        dth = dth - PI
    endif
    disb = dabs(thb-dth)*r
    if (dabs(r/rp-1.) .LT. 0.2) then
        dis = dsqrt((x(1,j)-x(1,2))**2+(x(2,j)-x(2,2))**2+
%      (x(3,j)-x(3,2))**2)
        gap = (dexp(-(r-rp)**2/(2*sig**2)))*800.+1.
        Sg = S0/gap
C CIRCUMPLANETARIO
        if (dis .LT. rh) then
            pic = 1.0e4 * dexp(-dis**2/(2*(rh/5)**2))
            pic1 = 1.0e4 * dexp(-(dis+der)**2/(2*(rh/5)**2))
            rhocp = Sg/(dsqrt(TWOPI)*Hr*r) * pic
            rhocp1 = Sg/(dsqrt(TWOPI)*Hr*(r+der)) * pic1
            if (dis .LT. 0.3*rh) then
                hcp = 0.12*dis/rh
                hcp1 = 0.12*((dis+der)/rh)
            else
                hcp = 0.44*(dis/rh-0.3)**2-0.264*(dis/rh-0.3)+0.036
                hcp1 =
                    0.44*((dis+der)/rh-0.3)**2-0.264*((dis+der)/rh-0.3)
%      +0.036
            endif
            if (dabs(x(3,j)-x(3,2)) .LT. 5*hcp) then
                rhog = rhocp * dexp(-(x(3,j)-x(3,2))**2/(2.*hcp**2))
                rhog1 = rhocp1 * dexp(-(x(3,j)-x(3,2))**2/(2.*hcp1**2))
                vk = dsqrt(m(2)/dis)
                vaz = vk*dsqrt(1.-hcp**2*(1-(dlog(rhog1)-dlog(rhog))/
%      (dlog(dis+der)-dlog(dis))))
                apl = datan2(x(2,j)-x(2,2),x(1,j)-x(1,2))
                vxg = -vaz*dsin(apl)+v(1,2)
                vyg = -vaz*dcos(apl)+v(2,2)
                vzg = 0.
            else
                goto 200
            endif
C GAP
        else

```

```

200      h = (dexp(-(r-rp)**2/(2*sig**2)))*2.+1.
      vr = -0.1*Hr*vk*dsin(10*PI*(r/rp-1.))
C BRAZOS EN EL GAP
      if ((disb . LT. sb) .AND. (dabs(thb) .LT. PI)) then
        pic = 3. * dexp(-disb**2/(2.*(sb/5.）**2))
        Sg = pic*Sg
      end if
      rhog = (Sg/r) * dexp(-x(3,j)**2/(2*(r*Hr/h)**2))
      rhog1 = (Sg/(r+der))*
        dexp(-x(3,j)**2/(2*((r+der)*Hr/h)**2))
      vaz = vk*dsqrt(1.-(Hr/h)**2*(1-(dlog(rhog1)-dlog(rhog)))/
%      (dlog(r+der)-dlog(r))))
      vzg = 1.1*Hr*vk*dexp(-(r-rp)**2/(2*sig**2))
      vxg = -vaz*dsin(aes)+vr*dcos(aes)
      vyg = vaz*dcos(aes)+vr*dsin(aes)
    end if
C BRAZOS FUERA DEL GAP
    elseif ((disb . LT. sb) .AND. (dabs(thb) .LT. PI)) then
      pic = 3. * dexp(-disb**2/(2.*(sb/5.）**2))
      Sg = pic*S0
      rhog = (Sg/r) * dexp(-x(3,j)**2/(2*(r*Hr)**2))
      rhog1 = (Sg/(r+der)) * dexp(-x(3,j)**2/(2*((r+der)*Hr)**2))
      vaz = vk*dsqrt(1.-Hr**2*(1-(dlog(rhog1)-dlog(rhog)))/
%      (dlog(r+der)-dlog(r))))
      aes = datan2(x(2,j),x(1,j))
      if (dabs(r/rp-1.) .LT. 0.3) then
        vr = -dsign(0.1*Hr*vk,r/rp-1.)*dexp(-(r/rp-1.2)**2/
%      2*(0.1*rp/5.）**2)
      endif
      vxg = -vaz*dsin(aes)+vr*dcos(aes)
      vyg = vaz*dcos(aes)+vr*dsin(aes)
      vzg = 0.
C DISCO SIN MODIFICAR
    else
      rhog = (S0/r) * dexp(-x(3,j)**2/(2*(r*Hr)**2))
      rhog1 = (S0/(r+der)) * dexp(-x(3,j)**2/(2*((r+der)*Hr)**2))
      vaz = vk*dsqrt(1.-Hr**2*(1-(dlog(rhog1)-dlog(rhog)))/
%      (dlog(r+der)-dlog(r))))

```

```

aes = datan2(x(2,j),x(1,j))
if (dabs(r/rp-1.) .LT. 0.3) then
    vr = -dsign(0.1*Hr*vk,r/rp-1)*dexp(-(r/rp-1.2)**2/
%      2*(0.1*rp/5.))**2)
endif
vxg = -vaz*dsin(aes)+vr*dcos(aes)
vyg = vaz*dcos(aes)+vr*dsin(aes)
vzg = 0.
end if
vrel = dsqrt((v(1,j)-vxg)**2+(v(2,j)-vyg)**2+(v(3,j)-vzg)**2)
cs = Hr*vaz
lam = (1/AU)*r**(11./4.)
nu = lam*cs/3.
re = vrel*rb/nu
if (re.LE.27.) then
    Cd = 6.*PI/re
else
    Cd = 0.7
end if
coef = Cd*(3./(4.*PI))*(rhog/(rhob*rb)) * vrel
a(1,j) = a(1,j) + coef * (vxg-v(1,j))
a(2,j) = a(2,j) + coef * (vyg-v(2,j))
a(3,j) = a(3,j) + coef * (vzg-v(3,j))

```

C----- POT DISCO -----

```

rmax = 100.
md = 0.1
T1 = (dsqrt(x(3,j)**2+(rmax+r)**2)-dsqrt(x(3,j)**2+
% (rmax-r)**2))/(2.*r)
T2 = (dsqrt(r**2+x(3,j)**2)/rmax)*T1
a(3,j) = (-md*dsign(K2,x(3,j))/(rmax*dsqrt(r**2+x(3,j)**2)))*
% dacos(T2)
ar = -(md*K2/(r*rmax))*(dasin(T1)-
% (dabs(x(3,j))/dsqrt(r**2+x(3,j)**2))*dacos(T2))
a(1,j) = ar * dcos(datan2(x(2,j),x(1,j)))
a(2,j) = ar * dsin(datan2(x(2,j),x(1,j)))
end do

```

c

c-----

c

return

end
