



COMITÉ 38
ANÁLISIS Y TÉCNICAS DE SISTEMAS DE POTENCIA

EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE TENSIÓN EN UNA RED DE POTENCIA EN BASE A CRITERIOS DERIVADOS DE LA TEORÍA DE LA BIFURCACIÓN MÁS CERCANA

Michel Arstenstein (*)
Sector Estudios y Proyectos
UTE
Montevideo, Uruguay

Jorge Alonso
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería, UdelaR
Sector Protecciones, UTE
Montevideo, Uruguay

Pablo Monzón
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería, UdelaR
Montevideo, Uruguay

RESUMEN

La estabilidad de tensión en redes de potencia se evalúa clásicamente relevando el andamiaje de los estados de equilibrio del sistema cuando las cargas aumentan de una forma supuesta a partir de un estado de régimen inicial. Las teorías de cálculo de la bifurcación más cercana permiten independizarse de la necesidad de prever la forma en que evolucionará la carga, buscando las *peores direcciones* de aumento. En este trabajo se propone un método de planificación de redes frente al colapso de tensión basado en la teoría de la bifurcación más cercana, y se lo compara con métodos de planificación clásicos existentes.

PALABRAS CLAVE

Estabilidad de tensión - Bifurcación más cercana

1.0 INTRODUCCIÓN

Una de las formas clásicas de evaluar la estabilidad de tensión en redes de potencia es relevar el andamiaje de los estados de equilibrio del sistema cuando las cargas aumentan de una forma supuesta a partir de un estado de régimen inicial. Dado que el estado de colapso de tensión así encontrado depende fuertemente de la forma en que evolucionará la carga, este método está sujeto a la incertidumbre de prever correctamente dicha *dirección* de aumento de carga. La correcta predicción de la evolución de las cargas se hace particularmente crítica en sistemas muy exigidos, en los cuáles una desviación entre la dirección de carga supuesta y la real puede precipitar un colapso de tensión no previsto. Las teorías de cálculo de la bifurcación más cercana nos independizan de la necesidad de prever la forma en que evolucionará la carga, permitiendo calcular las *peores direcciones* de aumento de carga a partir de un estado inicial, de forma que los márgenes de seguridad al colapso así calculados sean razonablemente confiables. En este

trabajo se propone un método de planificación de redes frente al colapso de tensión basado en la teoría de la bifurcación más cercana, y se lo compara con métodos de planificación clásicos existentes.

En la sección 2 del trabajo se resume en forma sintética la teoría del colapso de tensión y su relación con las bifurcaciones silla-nodo, y se describe el método de cálculo de bifurcaciones silla-nodo adoptado al desarrollar nuestro programa de cálculo (método de continuación). En la sección 3 se repasan los métodos clásicos de planificación de redes en relación al colapso de tensión (métodos de curvas PV y QV). En las secciones 4 y 5 se resume en forma sintética la teoría de la bifurcación más cercana, y se propone un método de planificación de redes frente al colapso de tensión basado en esta teoría. En las secciones 6 y 7 se describe el programa de cálculo desarrollado y dos casos de prueba realizados sobre la red uruguaya, orientados fundamentalmente a comparar el método propuesto con los métodos clásicos.

2.0 COLAPSO DE TENSIONES Y BIFURCACIONES

Para entender el fenómeno de colapso de tensión y estudiar su relación con la Teoría de las Bifurcaciones es necesario contar con un adecuado modelo matemático de las redes eléctricas de potencia.

2.1 Modelo Estándar

Para modelar las redes eléctricas utilizaremos un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias con restricciones algebraicas, del tipo:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, y, \lambda) \\ 0 = g(x, y, \lambda) \end{cases} \quad (1)$$

donde el vector $x \in \mathfrak{R}^n$ representa las variables de

(*) UTE – Sector Estudios y Proyectos – Montevideo, Uruguay
martenstein@ute.com.uy

estados asociadas a los ángulos de los generadores y sus respectivas velocidades, $y \in \mathfrak{R}^m$ representa las tensiones y ángulos en las barras de carga y $\lambda \in \mathfrak{R}^p$ es un vector de parámetros reales que asumiremos que modela la variación lenta (*cuasi-estacionaria*) de la carga demandada por el sistema [Kun]. La función f captura la dinámica de los generadores y sus relaciones con la carga. La función g representa la interconexión de la red eléctrica y el balance de potencia activa y reactiva en las barras de carga. Una hipótesis estándar que asumiremos es que el Jacobiano $D_y g(x, y, \lambda)$ es no singular para todo (x, y, λ) en consideración, de forma tal que la ecuación algebraico-diferencial (1) puede ser localmente reducida a $dx/dt = f[x, h(x, \lambda), \lambda]$ donde h se obtiene del Teorema de la Función Implícita [Kha]. Cuando $D_y g(x, y, \lambda)$ se vuelve singular, la situación se torna muy compleja y la propia hipótesis de variación cuasi-estacionaria del modelo dinámico fasorial de la red eléctrica, que sirve de base a las ecuaciones (1), pierde su validez [Zab].

2.2 Teoría de las bifurcaciones

Es un hecho aceptado en general que la bifurcación silla-nodo es una manera adecuada de modelar el fenómeno de colapso de tensión [IEEE]. La caracterización completa de esta clase particular de bifurcación, para el caso de un parámetro escalar y en ausencia de restricciones algebraicas fue realizada en [Sot] y puede encontrarse en la literatura clásica del tema, como por ejemplo [Per]. Dicha caracterización puede extenderse al caso de sistemas algebraico-diferenciales con parámetro vectorial. Con la siguiente notación:

$$z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad F(z, \lambda) = \begin{bmatrix} f(x, y, \lambda) \\ g(x, y, \lambda) \end{bmatrix}$$

las condiciones que debe satisfacer un punto de bifurcación silla-nodo son las siguientes [Cañ1; Cañ2]:

$$0 = F(z^*, \lambda^*) \quad (2)$$

$$0 = w^T D_x F(z^*, \lambda^*) \quad (3)$$

$$0 \neq w^T D_\lambda F(z^*, \lambda^*) \quad (4)$$

$$0 \neq w^T [D_{xx} F(z^*, \lambda^*)]v \quad (5)$$

Las ecuaciones (2) y (3) indican que el punto de bifurcación es un punto de equilibrio del sistema, con Jacobiano singular con valor propio 0 simple y vectores propios izquierdo y derechos respectivos w y v . Las condiciones (4) y (5) se denominan *de transversalidad* y están asociadas a la genericidad de esta clase de bifurcaciones (se dice que son fenómenos robustos).

Existen métodos estándar para resolver las ecuaciones anteriores. No consideramos otros tipos de bifurcación, como la *transcrítica* o la *pitchfork*, ya que las mismas no son genéricas en el sentido matemático del término [Per] y por lo tanto no resulta razonable esperar que

ocurran en general. Por otra parte, se descarta la bifurcación de *Hopf*, que sí es genérica, ya que la misma da lugar a comportamientos oscilatorios en el sistema, que no se condicen con el comportamiento observado en los colapsos de tensión.

2.3 Método de Continuación

Si bien existen métodos directos para hallar los puntos de bifurcación silla-nodo -que son esencialmente las soluciones de las ecuaciones no lineales (2)-(5)- nosotros hemos utilizado el denominado *método de continuación*, que consiste en obtener una descripción de la evolución del sistema al variar gradualmente un parámetro. Esto da lugar a una curva de puntos de funcionamiento que se acercan al punto de bifurcación. Ver [Kun, AMA, Sey] para una descripción más detallada de esta técnica.

3.0 MÉTODOS CLÁSICOS DE PLANIFICACIÓN DE REDES EN RELACIÓN AL COLAPSO DE TENSIÓN

La planificación de redes en relación al colapso de tensión se ha realizado clásicamente mediante métodos estáticos en base a dos técnicas ampliamente conocidas [WSC]

3.1 Método de las curvas PV

En una red de potencia se pueden simular aumentos de carga de infinitas maneras, de acuerdo a cómo uno elija las barras en que se desea aumentar la carga activa y/o reactiva, y las proporciones relativas de los aumentos entre las cargas elegidas. Cuando se elige una de estas formas de aumentar la carga, que no es más que elegir un vector en el espacio multidimensional de las cargas activas y reactivas de la red, suele decirse que uno ha seleccionado una *dirección de carga* en el sistema. Formalmente, esto significa que se selecciona para cada barra j los valores de incrementos básicos de carga activa ΔP_j y reactiva ΔQ_j , de forma que las cargas en esa barra se vayan incrementando, a partir de cargas iniciales P_{0j} , Q_{0j} , a medida que aumenta un parámetro escalar de carga λ , de acuerdo con una ley de la forma $P_j = P_{0j} + \lambda \Delta P_j$, $Q_j = Q_{0j} + \lambda \Delta Q_j$. La gráfica de la variación de tensiones $V_j(\lambda)$ en cada barra suele ser, al menos para un conjunto generalmente amplio de barras *involucradas* en el colapso, la clásica *curva nariz* o *curva PV*. Allí el valor máximo de λ identifica al estado del sistema en que se produce el colapso de tensión.

Si el planificador es capaz de seleccionar adecuadamente la dirección de carga del sistema, la distancia entre el estado inicial del sistema y el estado final de colapso, medida, por ejemplo, a través del valor final de λ , es una medida del margen de seguridad al colapso que posee el sistema **para esa dirección de carga**. Esta selección puede hacerse ya sea en base a observaciones previas del

comportamiento real del sistema o *forzando* direcciones de carga que, de acuerdo a la experiencia, se presume que serán críticas para el sistema en estudio.

3.2 Método de las curvas QV

El método de las curvas QV se basa en interpretar el colapso de tensión como un indicador de que existe un inadecuado balance de reactiva en una o más barras de la red. El método consiste en ir aumentando el consumo de reactiva en cada una de las barras de la red (o al menos en aquellas consideradas las más *débiles*, elegidas ya sea por evaluaciones intuitivas *a priori* o por diversos métodos de preselección), una por una, hasta conseguir el colapso. Las curvas $Q(V)$ obtenidas de esta forma para cada barra tienen la clásica forma en "U", en que el mínimo de la curva, máximo valor de la carga Q , identifica el punto de colapso, y proporciona una medida del margen de reactiva al colapso en esa barra. El mínimo absoluto de ese margen entre todas las barras sería, por lo tanto, una medida del margen al colapso del sistema. Es útil observar que el método de las curvas QV no es más que un caso particular del método de curvas PV resumido más arriba, en que la dirección de carga escogida es el aumento de reactiva en una sola barra. Visto de esta forma, se puede afirmar que este método será eficiente para planificar la red frente al colapso de tensión siempre y cuando en nuestro sistema:

- se puedan no tener en cuenta las variaciones de carga activa. Esto revelaría un alto grado de desacople entre las variables $Q-V$ y $P-\delta$.
- sea posible obtener una buena aproximación al colapso variando carga en una sola barra. Esto revelaría que hay una barra *mucho más débil* que el resto.

4.0 TEORÍA DE LA BIFURCACIÓN MÁS CERCANA

Desde el punto de vista del diseño, la planificación y la seguridad de un sistema, resulta interesante, además de lo visto en la sección 3, poder determinar si nuestro punto de operación está cerca de alguna bifurcación, en el sentido de saber si existe alguna dirección particular de variación de los parámetros que lleve rápidamente al sistema a un punto de colapso de tensión. En cierto sentido podemos pensar en la idea de una dirección de aumento de carga *de peor caso*. Con esa línea de razonamiento llegamos al concepto de la *bifurcación más cercana*.

Consideremos nuevamente la ecuación $0 = F(z, \lambda)$,

$z \in \mathfrak{R}^n$, $\lambda \in \mathfrak{R}^p$. El conjunto de valores λ^* asociados a puntos (z^*, λ^*) de bifurcación silla-nodo constituye una hipersuperficie en el espacio de los parámetros [Cho]. Como se demuestra en [Dob1], un vector n^* normal a dicha hipersuperficie se obtiene por la ecuación:

$$n^* = w^T D_\lambda F(z^*, \lambda^*) \quad (6)$$

donde nuevamente w es un autovector izquierdo asociado al valor propio nulo de $D_\lambda F$. Precisamente

en [Dob1] se propone un algoritmo iterativo para obtener la bifurcación más cercana (z_C, λ_C) a un punto de funcionamiento dado (z_0, λ_0) . A continuación resumimos los pasos principales. Una descripción más detallada del algoritmo puede encontrarse en [Dob2].

Pasos del algoritmo de búsqueda de la bifurcación más cercana:

1. Elegir una dirección inicial de incremento de la demanda de carga.
2. Utilizando el Método de Continuación, encontrar el punto de colapso de tensión en dicha dirección de búsqueda partiendo desde (z_0, λ_0) .
3. Obtener el autovector izquierdo correspondiente al valor propio nulo.
4. Calcular el vector normal a la hipersuperficie de parámetros de bifurcación mediante la ecuación (6).
5. Elegir dicho vector como nueva dirección de búsqueda, partiendo desde el punto inicial (z_0, λ_0) .
6. Repetir desde el paso 2 hasta que haya poca variación en el vector normal obtenido en 4.

Este algoritmo converge a un punto que localmente es la bifurcación más cercana y en ese sentido es que es usado tal y como se explica en la sección 6. Una vez conocida la distancia a la bifurcación más cercana, resulta interesante determinar la sensibilidad de la misma frente a la variación de determinados parámetros de control de la red, como por ejemplo la potencia reactiva instalada en determinadas barras. Si denominamos por p al vector de parámetros de control y $|\lambda_C - \lambda_0|$ denota la distancia al punto de bifurcación más cercano, resulta que la sensibilidad de dicha distancia frente a los parámetros de control elegidos se calcula mediante la expresión [Dob3]:

$$\frac{\partial |\lambda_C - \lambda_0|}{\partial p} = - \frac{w^T D_p F(z_C, \lambda_C)}{w^T D_p F(z_C, \lambda_C) n^*}$$

Las componentes más relevantes de dicha sensibilidad permiten identificar cuáles son los parámetros de control que conviene ajustar si se desea mitigar el colapso de tensión de una forma óptima.

5.0 PROPUESTA DE CRITERIO DE PLANIFICACIÓN EN BASE AL CÁLCULO DE LA BIFURCACIÓN MÁS CERCANA

Nuestra propuesta de planificación del sistema frente al colapso de tensión consiste en combinar el método de las curvas PV con el cálculo de la bifurcación más cercana mediante el siguiente procedimiento, que se ilustra en la Figura 1:

Paso 1: A partir del estado inicial E_0 del sistema, se escoge una dirección de carga inicial, en base a criterios basados en la experiencia del planificador, como se indicó más arriba, y se traza la

correspondiente curva PV hasta encontrar el punto de colapso C_i asociado a esa dirección.

Paso 2: El planificador fija un margen m_0 respecto a ese punto de colapso a fin de encontrar un nuevo estado inicial E'_0 , intermedio entre el estado inicial original y el punto de colapso encontrado, a partir del cual abandonar la dirección de carga escogida, y pasar a planificar en base al cálculo de la bifurcación más cercana. Ese nuevo estado inicial se encuentra *retrocediendo* sobre la curva PV , disminuyendo el parámetro de carga a partir de su máximo, hasta que se establezca el margen m_0 elegido.

Paso 3: A partir de ese nuevo estado inicial, se calcula un nuevo punto de colapso C_c mediante las técnicas descritas de cálculo de la bifurcación más cercana. Este nuevo punto de colapso es el que se considera a los efectos de la planificación del sistema y, en particular, del cálculo de márgenes (m_c en la Figura 2) respecto al estado inicial original E_0 .

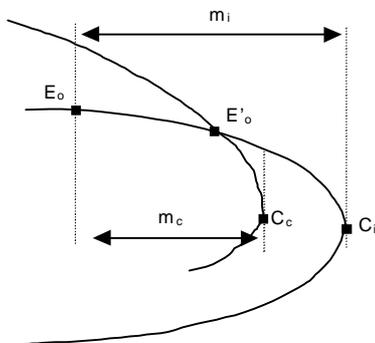


Figura 1: Márgenes de estabilidad.

Se observa que el método expuesto, en la medida que plantea abandonar la dirección de carga inicial al acercarnos al colapso inicial, disminuye el riesgo de que en redes muy exigidas aparezcan aumentos inesperados de carga (no previstos al escoger la dirección de carga inicial) que precipiten el colapso. Es, por lo tanto, un método de planificación más conservador que el basado en las curvas PV . El margen m_0 (a escoger por el planificador) entre el estado de colapso inicial C_i y el nuevo estado inicial E'_0 para cálculo de la bifurcación más cercana le permite al planificador, por lo tanto, definir, al menos en forma cualitativa, qué tan conservador se desea ser. Se observa, no obstante, que hay que tener precaución en cuanto a ser excesivamente conservador, no sólo porque puede ser exagerado suponer que el sistema puede cargarse según cualquier dirección de carga a partir de un estado de régimen *normal*, sino porque la propia teoría de la bifurcación más cercana está sujeta a imprecisiones si nos alejamos excesivamente de la hipersuperficie de puntos de bifurcación. Se observa también que el método de las curvas QV no juega ningún papel en la metodología planteada, dado que se entiende que las hipótesis sobre el sistema en que se basa la planificación por medio de curvas QV son demasiado restrictivas para ser aplicables a la mayoría de los casos reales. Más adelante en este artículo se muestran algunos resultados de casos de prueba en la

red uruguaya que permiten respaldar un poco mejor esta afirmación.

6.0 IMPLEMENTACIÓN DEL PROGRAMA

Hemos desarrollado un programa en ambiente Matlab que implementa el método de planificación expuesto, con las siguientes características principales:

6.1 Datos de entrada y modelos del sistema

Los datos de entrada son similares a los de los flujos de carga convencionales, con algunas particularidades adicionales que permiten mejorar la precisión de los cálculos de régimen cerca del colapso (en que habrá condiciones de baja tensión en algunas de las barras del sistema):

- Las cargas en las barras PQ se pueden modelar con una ley de variación de la potencia activa con la tensión de la forma

$$P_j = P_{0j} + P_{1j} V^{\alpha_{1j}} + P_{2j} V^{\alpha_{2j}} + \lambda \Delta P_j$$

y con un modelo similar para la potencia reactiva. Las constantes ΔP_j (y ΔQ_j) identifican la dirección inicial de carga, y λ es el parámetro cuya variación define la carga de la barra en cada estado de régimen.

- Los límites superiores de generación de reactiva no son fijos, sino que dependen de la potencia activa generada. A esos efectos, se asocia a cada máquina una curva de límite de reactiva, obtenida de su diagrama P-Q de capacidad.

- Se han implementado en el programa los modelos clásicos de barras de tensión controlada por medio de cambiadores de toma bajo carga.

- Cada generador tiene asociada una *flag* que permite definir si participará o no en generar los aumentos de carga activa necesarios para mantener el balance de potencia activa en el sistema, a medida que va aumentando el parámetro de carga (y si el generador participa, lo hace generando un exceso de potencia activa en proporción a su potencia nominal).

6.2 Método de cálculo de curvas PV

El cálculo de las curvas PV , ya sea para la dirección de carga inicial como en las iteraciones necesarias para encontrar la bifurcación más cercana, se hace por medio del conocido método de continuación descrito en la Sección 2.

6.3 Tratamiento de límites

Toda vez que el programa calcula un estado del sistema (un punto de la curva PV), se realiza una verificación de los límites de la reactiva generada por las máquinas y de los límites de los cambiadores de tomas bajo carga que operan automáticamente regulando tensión. Si los límites no se respetan, se *retrocede* en la curva PV hasta encontrar un estado de

menor carga en que sí se respeten, mediante una técnica de bipartición [AMA]

6.4 Cálculo de la bifurcación más cercana.

A partir del estado E'_0 , el programa va calculando sucesivas curvas PV, corrigiendo las direcciones de carga mediante la técnica descrita más arriba, hasta encontrar la bifurcación más cercana C_c . Las direcciones de carga definidas en cada paso de iteración se implementan modificando los correspondientes ΔP y ΔQ de cada una de las barras de carga PQ.

6.5 Cálculo de curvas QV

El programa permite elegir la opción de calcular curvas QV a partir del estado E'_0 , a los solos efectos de comparar los resultados con los obtenidos con el método de planificación propuesto.

El programa selecciona las barras candidatas para calcular sus curvas QV mediante un ordenamiento de los factores de participación asociados a los autovectores derecho e izquierdo de los autovalores más pequeños del jacobiano del sistema en E'_0 [Gao].

6.6 Medidas de mitigación mediante bancos de condensadores

Una vez detectada la bifurcación más cercana, el programa informa de la dirección de carga asociada, formada por el conjunto de los ΔP y ΔQ asociados a las barras de carga, e identifica a aquellas barras j cuyos ΔQ_j son máximos para esta dirección. Estas barras son candidatas naturales para instalar en ella equipos de generación de reactiva que permitan mitigar el posible colapso de tensión¹. Si lo que se desea instalar son bancos de condensadores, se debe tener en cuenta que la reactiva generada no es independiente de la tensión. Escogidas las barras $1, 2, \dots, k$ en que se desea instalar condensadores de admitancias Y_1, Y_2, \dots, Y_k , el programa calcula los valores de las mismas necesarios para un objetivo dado de aumento de distancia a la bifurcación más cercana mediante el cálculo del gradiente $\nabla_p |\lambda' - \lambda_c|$ (siendo λ' el parámetro multidimensional de carga en E'_0 y λ_c el correspondiente en el punto de colapso más cercano) respecto al conjunto de parámetros de control $p = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$, haciendo uso de la teoría descrita en la sección 4.

7.0 CASOS DE PRUEBA EN LA RED URUGUAYA

La metodología propuesta se ha aplicado a diversos casos de prueba en el Sistema de Transmisión del Uruguay. La red modelada incluye un equivalente de la

¹ En efecto: quitar carga reactiva de estas barras en las proporciones indicadas por la dirección de carga hacia la bifurcación más cercana, permite alejarse del colapso aproximadamente en la dirección opuesta a la que nos lleva al colapso más cercano.

red argentina (con la cuál la red uruguaya está fuertemente interconectada), y consta de aproximadamente 120 barras y 9 centrales generadoras.

7.1 Caso 1

Objetivo

En este caso de prueba se intenta *forzar* un caso de coincidencia entre el método de las curvas QV y el método propuesto, a través del análisis del subsistema puramente radial Terra-Rivera en 150 kV

Escenario inicial

Las condiciones iniciales supuestas del sistema son las siguientes:

- Escenario de máxima carga del sistema para el año 2007, y en que éste es alimentado exclusivamente desde las centrales hidráulicas del Centro del país (Centrales sobre el Río Negro), y desde el Litoral Norte del Río Uruguay (Central de Salto Grande e interconexión con Argentina).
- Una de las 2 líneas de 500 kV provenientes de la Central Palmar que alimentan Montevideo, el mayor centro de consumo, se asume fuera de servicio (esto se considera una contingencia de importancia para el sistema).
- A efectos de centrar el problema del colapso de tensión en la zona en estudio, se asume generación de reactiva ficticia (no presente al día de hoy) en líneas radiales de 150 kV existentes en el sistema y alejadas de la zona en estudio, en cantidad suficiente para evitar que los problemas de colapso de tensión se concentren en esos radiales.
- Aumento de carga uniforme de activa y reactiva exclusivamente en la estación extrema del radial (Estación Rivera), y se asume (en forma ficticia) que las cargas en las restantes estaciones del radial son despreciables.

Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 1 ubicada al final del trabajo (Caso1; X/R=3). La dirección de la bifurcación más cercana se identifica por medio de los incrementos de carga activa y/o reactiva (ΔP y ΔQ) entre el estado inicial E'_0 y la bifurcación más cercana C_c en cada una de las barras del sistema. La única barra que contribuye significativamente a la dirección de la bifurcación más cercana es la propia barra Rivera, con $\Delta P=31,7$ MW y $\Delta Q=50,9$ MVAR.

Análisis de resultados

Si bien los márgenes al colapso obtenidos aplicando la metodología propuesta y la de las curvas QV no coinciden, se observa que están bastante cercanos. El análisis de la dirección de la bifurcación más cercana muestra que el sistema avanza hacia esta bifurcación cargando esencialmente una sola barra (Rivera), pero no sólo con carga reactiva, sino también con un

porcentaje importante de carga activa. Esto sugiere una influencia no despreciable de las variaciones de activa sobre las tensiones, y explica cualitativamente la diferencia entre los márgenes al colapso obtenidos con ambos métodos.

Es de prever que ambos métodos darán resultados más próximos si el sistema fuera tal que se lo pudiera *desacoplar* en ecuaciones P- δ y Q-V. A efectos de comprobar esta presunción, se modificó ligeramente el sistema en estudio, aumentando en forma ficticia la relación X/R de la línea radial Terra-Rivera (se supuso que la línea tiene un conductor tal que su relación X/R aumenta de su valor real X/R=3 al valor X/R=9), obteniéndose los resultados esperados. (Ver Tabla 1, Caso 1; X/R=9).

7.2 Caso 2

Objetivo

Las mayores cargas del sistema se concentran en la zona Sur del país (Montevideo y su área de influencia), por lo que en este segundo caso de prueba se intenta planificar con la metodología propuesta frente a aumentos de carga concentrados en esa zona. Cabe destacar que la zona SurEste del país se alimenta en forma no radial desde líneas de 150 y 500 kV que salen de Montevideo, por lo que es de esperar que un aumento de carga en Montevideo afecte también la tensión en esa otra zona.

Escenario inicial

El escenario inicial asumido es similar al del Caso 1, con la siguiente modificación:

- Se supone un aumento de carga uniforme de activa y reactiva exclusivamente en todas las barras de carga de Montevideo.

Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 1 ubicada al final del trabajo (Caso2). En la Tabla 2 se indican las 5 barras con ΔP o ΔQ más grandes en la dirección de la bifurcación más cercana. Se aclara, no obstante, que existen más de 30 barras adicionales en el sistema (concentradas principalmente en la zona en estudio) con aportes significativos de ΔP y ΔQ a la dirección de la bifurcación más cercana.

En relación a las posibles medidas de mitigación frente al colapso, los resultados sugieren que la barra "Rocha" es una candidata natural para instalar en ella bancos de condensadores. Aplicando la metodología descrita, resulta que es necesario instalar **22,6 MVAR** (medidos a una tensión de 1 p.u) en esa barra para conseguir aumentar en un 10 % el margen m_c .

Análisis de resultados

La Tabla 1 de resultados muestra diferencias importantes entre los márgenes obtenidos por los tres métodos analizados: buscando el punto de colapso de acuerdo a la dirección prefijada (método de curvas PV), de acuerdo al método de las curvas QV y de acuerdo a la metodología de planificación propuesta. El análisis de la dirección de carga asociada a la bifurcación más cercana muestra que el colapso se obtiene aumentando la carga (tanto activa como reactiva) en

cantidades pequeñas (por lo general inferiores al 10 % de la carga inicial) en muchas barras del sistema, lo cuál parece un resultado natural si se tiene en cuenta el carácter fuertemente mallado de la zona en estudio. Este mismo razonamiento explica las grandes diferencias encontradas con el margen calculado de acuerdo al método de las curvas QV, en que los aumentos de carga se producen exclusivamente en la reactiva, y de a una barra por vez.

Tabla 2: Barras con mayor variación de potencia en la dirección de bifurcación más cercana.

| Barra | ΔP (MW) | ΔQ (MVAR) |
|-------|-----------------|-------------------|
| Rocha | 2,9 | 2,8 |
| PdelE | 2,7 | 2,7 |
| Mald | 2,6 | 2,7 |
| PdeAz | 2,6 | 2,7 |
| Bif | 2,6 | 2,7 |

8.0 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un método de planificación de redes frente al colapso de tensión basado en la teoría de la bifurcación más cercana, y se lo ha comparado con el método clásico basado en el cálculo de curvas PV y QV. Mediante casos de prueba implementados en la red uruguaya, se ha mostrado que el método propuesto permite detectar formas de cargar el sistema hasta llevarlo al colapso de tensión no contempladas en estos métodos clásicos.

9.0 DEDICATORIA

Este artículo está dedicado a la memoria del coautor Prof.Ing. Jorge Alonso, destacado profesional y docente, compañero y amigo, a quién el destino no le concedió ver finalizado este trabajo.

10.0 BIBLIOGRAFÍA

[AMA] J. Alonso, M. Arntstein, P. Monzón, "An implementation of the Continuation Method for Voltage Stability Analysis including Reactive Power Generation limits and Tap Changer limits" en Proceedings of the Second Iasted International Conference on Power and Energy Systems, June, 2002, Greece; pp. 171-176.

[Cañ1] Cañizares C., *Voltage Collapse and Transient Energy Functions of AC/DC Systems*, Ph.D. Thesis, University of Wisconsin-Madison, 1991.

[Cañ2] Cañizares C., Calculating optimal system parameters to maximize the distance to saddle-node bifurcations. *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I*, 45(3):225-237, March 1998.

[Cho] Chow S., Hale J., *Methods of Bifurcation Theory*, Springer-Verlag, New York, 1982.

[Dob1] Dobson I., Observations on the geometry of saddle-node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems. *IEEE Trans on Circuits and Systems - I*, 39(3):240-243, March, 1992.

[Dob2] Dobson I., Computing an optimum direction in control space to avoid saddle-node bifurcation and voltage collapse in electric power systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37(10):1616-1620, Oct, 1992.

[Dob3] Dobson I., Computation of Closest Bifurcations in Power Systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 2(9):918-928, May 1994.

[Gao] Gao, Morison, Kundur, Voltage stability evaluation using modal analysis, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.7, Num.4, Nov 1992.

[IEEE] *Proceedings of the IEEE – special issue on nonlinear phenomena in Power Systems*, 83(11), November, 1995.

[Iri] Ejebe, Irisarri et al, Methods for contingency screening and ranking of voltage stability analysis of power systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.11, Num.1, Feb 1996.

[Kun] Kundur P., *Power Systems Stability and Control*,

McGraw-Hill, New York, 1994.

[Kha] Khalil H., *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 1996.

[Per] Perko L., *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer-Verlag, 1990.

[Sot] Sotomayor J., Generic bifurcations of dynamical systems. In *Dynamical Systems*, M.M.Peixoto, Academic Press, 1973.

[Sey] Seydel R., *From equilibrium to chaos – Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier, New York, 1988.

[WSC] Western Systems Coordinating Council, *Voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy and reactive power reserve monitoring methodology-Final Report*, May 1998.

[Zab] Venkatasubramanian V., Schattler H., Zaborsky J., Dynamic on large constrained nonlinear systems – a taxonomy theory. *Proceedings of the IEEE*, 83(11):1530-1561, Nov, 1995.

Tabla 1: Casos analizados en la Sección 7.

| | P_0 | P_i | m_i | P'_0 | P_c | m_c | m_{QV} | Barra _{QV} |
|---------------------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|----------|---------------------|
| Caso1; X/R=3 | 5842 | 5901 | 65.9 | 5842 | 5877 | 60.3 | 63.9 | Rivera |
| Caso1; X/R=9 | 5842 | 5910 | 75.1 | 5842 | 5878 | 69.9 | 69.9 | Rivera |
| Caso2 | 5895 | 6021 | 43.1 | 5895 | 5986 | 20.1 | 73.6 | Rocha |

Notación:

P_0 (MW): Carga total del sistema en el estado inicial E_0 .

P_i (MW): Carga total del sistema en el punto de colapso C_i según la dirección de carga inicial.

m_i (MVA_e): Margen desde E_0 al punto inicial de colapso C_i .

P'_0 (MW): Carga total del sistema en el estado inicial E'_0 desde el que se comienza la búsqueda de la bifurcación más cercana.

P_c (MW): Carga total del sistema en la bifurcación más cercana C_c .

m_c (MVA_e): Margen desde E_0 a la bifurcación más cercana C_c .

m_{QV} (MVA_e): Margen desde E_0 al punto de colapso más cercano obtenido según el método de las curvas QV.

Barra_{QV}: Barra crítica asociada al punto de colapso más cercano según el método de las curvas QV.

Nota:

Los márgenes m_i y m_c se definen como la norma euclidiana del parámetro de carga multidimensional λ en los puntos C_i y C_0 respectivamente (y en que se supone $\lambda=0$ en el estado inicial E_0). Su unidad de medida se ha indicado como "MVA_e", dado que dimensionalmente es una potencia, pero no coincide con el incremento de la potencia aparente total del sistema entre el estado inicial y los puntos de colapso. Para el caso particular del margen m_{QV} , los MVA_e obtenidos coinciden con el margen de MVAR al punto de colapso en la barra crítica.