

# MEDIDAS DE RELACIÓN DE TENSIONES RMS CON BAJA INCERTIDUMBRE

Leonardo Trigo, Daniel Slomovitz

UTE, Montevideo, Uruguay, ltrigo@ute.com.uy

**Resumen:** En este trabajo se muestra que medidas de relación de tensiones alternas de muy alta precisión son posibles de hacer usando multímetros comerciales (HP 3458). Los algoritmos presentados logran incertidumbres del orden de 3 partes en  $10^6$ , valores no alcanzados hasta el momento a frecuencias de 1 kHz.

**Palabras clave:** Algoritmo de Swerlein, medida de relación, HP 3458, desvío, incertidumbre.

## 1. INTRODUCCIÓN

Muchos sistemas necesitan medir la relación entre dos voltajes de corriente alterna (ac). Ejemplos de éstos son puentes de ac (puentes LRC) donde un voltímetro de alterna mide la relación entre las caídas de voltaje entre las dos impedancias a ser comparadas [1], [2]. La mayoría de estos puentes trabajan a 1 kHz. Son bien conocidas las ventajas del multímetro digital (DMM) Hewlett Packard/Agilent 3458A para medir voltajes ac. La exactitud establecida en el manual, entre 40 Hz y 1 kHz está alrededor de  $100 \mu\text{V}/\text{V}$ . Este valor grande puede reducirse usando un algoritmo externo para computar el valor rms. Swerlein [3] y más recientes trabajos [4], proponen usar un algoritmo externo para computar el valor del rms. Exactitudes altas, en el orden de  $10 \mu\text{V}/\text{V}$ , pueden obtenerse a bajas frecuencias (frecuencia de red), pero ellas aumentan a  $40 \mu\text{V}/\text{V}$  a 1 kHz. Es un valor grande, pero se relaciona a las medidas absolutas. En medidas de relación, pueden lograrse incertidumbres más bajas. Para eso proponemos cambios en el algoritmo, imponiendo usar el mismo rango de voltaje para las dos medidas y seleccionando grandes tiempos de apertura del conversor. Adicionalmente, se recalcula la incertidumbre asociada, descartando todas las fuentes que no afectan las medidas de la relación.

Un programa propuesto anteriormente [4] para manejar el DMM fue modificado para permitir los cambios propuestos. Adicionalmente se calcula la incertidumbre de las medidas de la relación según esta propuesta.

## 2. ALGORITMO DE TENSION RMS

El algoritmo de Swerlein está basado en un método de muestreo, computando el valor rms  $V$  como

$$V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n}} \quad (1)$$

donde el  $v_i$  es la muestra número  $i$ , y  $n$  es el número total de muestras considerado (correspondiente a un número entero de períodos). El algoritmo se ejecuta en una computadora externa que realiza los cálculos de los parámetros con los cuales comanda el conversor analógico-digital (ADC) del multímetro, calcula el valor rms de la señal y las incertidumbres asociadas a la medida y al instrumento. El uso del multímetro HP 3458 (8 ½ dígitos) se basa en la capacidad de medir frecuencia, la velocidad del conversor analógico-digital y la precisión de la base de tiempo. Aunque esto parece ser muy simple, hay muchas fuentes de incertidumbre y de error, todos calculados en [3]. No es fácil disminuirlos, pero en nuestro caso, para medidas de relación, muchas de estas fuentes desaparecen y otras pueden reducirse cambiando el algoritmo original. En los párrafos siguientes, cada una de ellas será analizada.

### A. ERRORES DE TENSION CONTINUA

El manual del DMM establece exactitudes diferentes que dependen del período de calibración y de los rangos usados. Para conseguir incertidumbres bajas, se propone en este trabajo usar el mismo rango para ambas medidas (no cambiar el rango entre las dos medidas de voltaje), hasta relaciones de 10:1. En este caso se aplican las especificaciones de *Transfer Accuracy/Linearity*, porque sólo la estabilidad de corto plazo y la linealidad son las únicas fuentes de incertidumbre significativas. Los errores de escala desaparecen en medidas de relación, donde ambos voltajes tendrán el mismo error porcentual. Se asume que se realiza la rutina de auto calibración, y que la variación de temperatura ambiente es menor que  $1^\circ\text{C}$  durante la medida. Como ejemplo, para una relación de 10 (8 V/0.8 V), el valor de esta incertidumbre ( $k=2$ ) es 0.8 partes en  $10^6$  del valor de la relación, y se eleva a 2 partes en  $10^6$  si se usan los rangos de 1 V o 100 V. Se supone distribución rectangular para todos los valores de las especificaciones del fabricante.

### B. TIEMPO DE APERTURA

Corrección por el tiempo de apertura del ADC.

Al medir voltajes sinusoidales, es deseable usar un ADC con tiempos de apertura  $t_a$  muy pequeños para conseguir una

señal prácticamente constante durante el tiempo que dura la conversión. Sin embargo, este criterio lleva a grandes errores en el ADC (ellos se analizarán después). Por otro lado, si se usa un tiempo de la apertura grande, la señal sinusoidal variará durante el tiempo de la medida. Como el ADC computa el valor medio, aparecerá un error en el cálculo del valor rms al usar la ecuación (1). Sin embargo, este error puede calcularse y corregirse con baja incertidumbre. Se muestra en [3] que el valor de este error es

$$e_a = \frac{\sin(\pi_a f)}{\pi_a f} - 1. \quad (2)$$

Depende de  $t_a$  y  $f$  (frecuencia de la señal), y ambas variables dependen de la base de tiempos interna del DMM. Sin embargo, los errores de la frecuencia del oscilador no causan ningún cambio en  $e_a$  porque los errores de los tiempos son opuestos a los errores de la frecuencia. Cuando tiempos y frecuencias se multiplican, ellos se compensan. Al contrario, inestabilidades de corto plazo del oscilador interno (las características técnicas de DMM declaran 50 ns) provocan variaciones al azar en cada tiempo de muestreo, produciendo incertidumbres tipo A [5]. Para la frecuencia señalada de  $f=1$  kHz, proponemos usar  $t_a=100$   $\mu$ s. Con este valor, (2) lleva a un error de apertura de  $-16.368 \times 10^{-6}$ , lo cual es corregido por el algoritmo del programa. Un cambio de  $t_a$  de 50 ns lleva a una variación en  $e_a$  de  $16 \times 10^{-6}$ , lo cual es todavía relativamente alto, pero debe tenerse en cuenta que el algoritmo toma más de 3000 muestras por cada medida. Así, la incertidumbre de cada medida del valor rms, debido a este efecto, está reducida en el orden de  $\sqrt{3000}$ , a valores por debajo de  $1 \times 10^{-6}$ . Incluso tiempos  $t_a=200$   $\mu$ s pueden usarse, con incertidumbres menores que  $1 \times 10^{-6}$ . Debe resaltarse que el programa original no permite estas selecciones, pues impone un número mínimo de muestras por ciclo de 20. En la selección de tiempo propuesta, las muestras por ciclo son respectivamente 10 y 5. El programa fue cambiado para permitir eso.

Errores en la ganancia del ADC debidos al tiempo de apertura.

El conversor aumenta su error de ganancia a medida que se reduce el tiempo de apertura. Según las especificaciones, un error de ganancia adicional de  $17 \times 10^{-6}$  aparece para  $t_a=200$   $\mu$ s y  $f=1$  kHz, creciendo a  $30 \times 10^{-6}$  si  $t_a=100$   $\mu$ s. Sin embargo, este error afecta ambas medidas de voltaje de la misma manera, por lo que no existirá ninguna influencia en la medida de relación.

Variación del ruido con el tiempo de apertura.

El ruido aumenta al disminuir la apertura. En el rango de 10 V, al 10% de fondo de escala y  $t_a=100$   $\mu$ s, el ruido de cada muestra individual puede ser tan grande como 40  $\mu$ V/V, aumentando la incertidumbre de tipo A. Sin embargo, cuando se toman 3000 medidas para cada cálculo del valor rms, el efecto del ruido está por debajo de 0.7  $\mu$ V/V. Este

ruido aumenta la incertidumbre de la relación en 1.8 partes en  $10^6$  del valor de la relación ( $k=2$ ).

Para los rangos de 1 V y 100 V, el ruido duplica el valor de 10 V, y es 20 veces más grande en el rango de 0.1 V. No es conveniente reducir el tiempo de apertura por debajo de 100  $\mu$ s porque el número de dígitos efectivos del ADC se reduce de  $6 \frac{1}{2}$  a  $5 \frac{1}{2}$ .

### C. PERÍODO DE MUESTREO

Si el tiempo entre las muestras  $T_s$  multiplicado por el número de muestras  $n$  no es un número entero del período de la señal, aparecerá un error. Este error puede reducirse si  $n$  es muy grande, pero en el DDM analizado, esto está limitado por la memoria interna (4000 muestras). El cálculo de este error se muestra en [3]. Para  $f=1$  kHz y  $T_s=100$   $\mu$ s, este error puede alcanzar 100  $\mu$ V/V. Para reducir este valor, el algoritmo [3] propone desfazar los sucesivos trenes de lecturas, mostrando que el valor medio de seis trenes sucesivos e igualmente espaciados eliminan este error para la fundamental y la segunda armónica. Para armónicos más altos, quedan ciertos errores. Ésta es la razón para restringir el uso de este algoritmo a señales de baja distorsión. En nuestro caso, los puentes usan señales sinusoidales, y fuentes con distorsión armónica por debajo del 0.1%. Bajo esta condición, esta fuente de error contribuye con 1 parte en  $10^6$  a la incertidumbre del valor de la relación ( $k=2$ ).

### D. ANCHO DE BANDA

Los circuitos de entrada tienen un filtro pasa bajos de un polo con un ancho de banda nominal de 150 kHz en los rangos de 1 V y 10 V, y 30 kHz para los rangos superiores. En el rango de 100 mV se agrega otro polo a 80 kHz, aproximadamente. Este comportamiento afecta las medidas absolutas ( $-22$   $\mu$ V/V para rangos de 1 V y 10 V con 1 kHz, y errores más grandes en los otros rangos), pero respecto a la medida de relación no tiene influencia alguna porque ambos voltajes están reducidos en el mismo porcentaje. Por tanto, no se asume ningún error o incertidumbre debido a este efecto.

### E. FACTOR DE DISIPACIÓN

En los rangos de 100 V y 1000 V, el factor de disipación de las capacidades parásitas del divisor de la entrada produce un comportamiento dependiente de la frecuencia. En 1 kHz, el error de voltaje llega a  $-60$   $\mu$ V/V [3]. En los rangos de 1 V y 10 V, el error es de  $-6$   $\mu$ V/V. Aunque este error es significativo, su influencia es la misma para ambas medidas de voltaje, no influyendo en medidas de la relación.

### F. INCERTIDUMBRES COMBINADAS

Para combinar todas las fuentes de incertidumbre, fue usado el procedimiento del GUM [5]. Un ejemplo del cálculo de incertidumbre, en la relación 8 V a 0.8 V (rango de 10 V), 1 kHz, se muestra en Tabla I. La incertidumbre extendida ( $k=2$ ) es 2.6 partes en  $10^6$  del valor de la relación nominal.

Tabla I. Cálculo de incertidumbre para relación 8 V a 0,8 V, 1 kHz (k=1).

| Magnitud   | Valor | Especificaciones | Distribución de probabilidad | Incertidumbre estándar | Coefficiente de sensibilidad | Contribución de incertidumbre |
|--|-------|------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| Accuracy/linearity de DC. Voltaje alto.          | 8 V   | 9,0E-07 V        | Rectangular                  | 5,2E-07 V              | 1,25 V-1                     | 6,5E-07                       |
| Accuracy/linearity de DC. Voltaje bajo.          | 0,8 V | 5,4E-07 V        | Rectangular                  | 3,1E-07 V              | -12,5 V-1                    | -3,9E-06                      |
| Corrección por tiempo de apertura. Voltaje alto. | 0 ns  | 50 ns            | Normal 3000                  | 5,8E-07                | 10                           | 3,0E-06                       |
| Corrección por tiempo de apertura. Voltaje bajo. | 0 ns  | 50 ns            | Normal 3000                  | 5,8E-07                | -10                          | -3,0E-06                      |
| Ruido. Voltaje alto.                             | 0 V   | 4,0E-05 V        | Normal 3000                  | 7,3E-07 V              | 1,25 V-1                     | 9,1E-07                       |
| Ruido. Voltaje bajo.                             | 0 V   | 4,0E-05 V        | Normal 3000                  | 7,3E-07 V              | -12,5 V-1                    | -9,1E-06                      |
| Distorsión armónica. Voltaje alto.               | 0 %   | 0.1 %            | Rectangular                  | 5,0E-07                | 10                           | 5,0E-06                       |
| Distorsión armónica. Voltaje bajo.               | 0 %   | 0.1 %            | Rectangular                  | 5,0E-07                | -10                          | -5,0E-06                      |
| Relación   | 10    |                  |                              |                        |                              | 1,3E-05                       |

### 3. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL

Para confirmar las conclusiones teóricas, se utilizó como patrón un divisor inductivo en la relación 32/3, calibrado previamente, siendo su desvío a 1 kHz de  $-2.5 \times 10^{-6} \pm 0.5 \times 10^{-6}$  (k=2). Sobre dicho divisor y en la escala anteriormente citada, se realizaron medidas de relación utilizando el algoritmo original y la variante propuesta en este artículo. Mediante un calibrador se le aplicó una tensión de 8 V y 1000 Hz. El desvío y las incertidumbres deben solaparse con los valores de calibración del divisor. Se midió alternadamente tensión de entrada y salida, durante 10 ciclos. Cada ciclo consta de 5 medidas de entrada y 5 medidas de salida. Al realizar medidas siguiendo esta secuencia es posible descontar la deriva del calibrador, aunque en las medidas realizadas no se apreció gran influencia de la deriva en el tiempo.

Se utilizaron dos multímetros midiendo a la vez con el algoritmo original y con la modificación propuesta para evaluar la similitud de los resultados entre diferentes instrumentos, lo cual valida lo genérico de la hipótesis de trabajo.

Para uno de los instrumentos, el desvío medido fue de  $-1.0 \times 10^{-6}$  con una desviación estándar de  $3.6 \times 10^{-6}$  para el algoritmo original, y  $-3.6 \times 10^{-6}$  con una desviación de  $5.7 \times 10^{-6}$  para el modificado. El segundo instrumento presenta valores similares. Las diferencias entre los desvíos están cubiertas por las incertidumbres combinadas de ambas medidas (entrada y salida), calculadas por el algoritmo. La Tabla II resume los desvíos medidos experimentalmente a 1000 Hz por ambos instrumentos y ambos métodos, y sus incertidumbres (k=2).

Tabla II. Desvíos medidos con algoritmo original y modificado

| Instrumento  | Original  | Modificado |
|--------------|-----------|------------|
| Multímetro 1 | -1.0 (81) | -3.6 (2.6) |
| Multímetro 2 | -1.2 (81) | -1.7 (2.6) |

Si bien el algoritmo original también muestra desvíos bajos, las incertidumbres ( $81 \times 10^{-6}$ ) son muy altas y no pueden justificar esos valores. Eso se debe a que seguramente los instrumentos ensayados poseen menores errores a los detallados en su manual.

### 4. CONCLUSIONES

Este trabajo muestra que usando el algoritmo propuesto es posible determinar el valor de medidas de relación hasta 10:1 con incertidumbres del orden de pocas partes en  $10^6$ , para frecuencias de 1000 Hz. Este rango es en el cual funcionan la mayoría de los puentes de impedancias. Se propone bajar el muestreo de la señal hasta 5 muestras por ciclo, para mantener el tiempo de apertura por encima de 200  $\mu$ s (precisión de 6 ½ dígitos) y poder usar los datos asegurados en las especificaciones del fabricante. Valida este criterio los cálculos teóricos de incertidumbres, y experimentalmente se verifica que el algoritmo puede compensar las pocas muestras por ciclo logrando incertidumbres menores a 3 partes en  $10^6$ .

### 5. REFERENCIAS

- [1] Waltrip, B.C., Oldham, N.M., "Digital impedance bridge," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 44, no. 2, pp. 436 – 439, Apr. 1995.
- [2] Muciek, A., "Digital impedance bridge based on a two-phase generator," *Trans. Instrum. Meas.*, vol. 46, no. 2, pp. 467 – 470, Apr. 1997.
- [3] Swerlein, R. L., "A 10 ppm accurate digital AC measurement algorithm," *Proc. NCSL Workshop Symp.*, 1991, pp. 17–36.
- [4] Kyriazis, G. A., Swerlein, R. "Evaluation of Uncertainty in AC Voltage Measurement Using a Digital Voltmeter and Swerlein's Algorithm," *Conference on Precision Electromagnetic Measurements*, 2002, Ottawa. CPEM Digest. pp. 24-25.
- [6] ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 1995.

### BIOGRAFÍAS



Leonardo Trigo (M'98) nació en Montevideo, Uruguay, en 1969. Se graduó de Ingeniero Tecnológico en Electrónica, título expedido por el Instituto Tecnológico Superior en 1993. Desde 1994 desempeña funciones en el Departamento de Electrotecnia, Subgerencia de Laboratorio, UTE.



Daniel Slomovitz (M'86–SM'89) nació en Montevideo, Uruguay, en 1952. Recibió el título de Ingeniero Eléctrico en 1977 y Doctor en Ingeniería en 2000, en la Universidad de la República, Uruguay. Actúa como Profesor Catedrático en la misma universidad. En 1977, se incorporó al Laboratorio de UTE como Ayudante de Ingeniero, ocupando actualmente el cargo de Jefe del Laboratorio. Ha llevado a cabo investigación en mediciones de baja frecuencia, habiendo publicado más de 80 trabajos y el libro "Mediciones Eléctricas" del IEEE.