

Herramientas de Análisis del Colapso de Tensión y Aplicaciones

Michel Artenstein, *Senior Member, IEEE*, and Pablo Monzón, *Member, IEEE*

Resumen— En este trabajo se describen las características principales de una herramienta informática de cálculo experimental destinada a analizar el colapso de tensión en una red de potencia. El programa de análisis permite no sólo el cálculo del punto de colapso de tensión para una dirección de carga dada, sino también el cálculo de la “peor” dirección de carga, aplicando algoritmos basados en la teoría matemática de la bifurcación silla-nodo más cercana. El trabajo propone una aplicación de esta idea a la planificación de la expansión de las redes de potencia. El programa de cálculo incorpora también un algoritmo basado en métodos de sensibilidad, para filtrar rápidamente las contingencias de salida de líneas más críticas desde el punto de vista del colapso de tensión. Se describen los resultados obtenidos aplicando la herramienta desarrollada a diversos casos de prueba en la red uruguaya.

Palabras clave -Bifurcación más cercana, Colapso de tensión, Estabilidad de tensión, Filtrado de contingencias.

Abstract— This paper describes the main features of an in-house software applied to the analysis of voltage collapse in power networks. This software may be applied not only for computing the voltage collapse point for a given load direction, but also for the “worst” load direction, applying algorithms based on the closest saddle-node bifurcation mathematical theory. The paper proposes an application of this closest bifurcation computation algorithm to the network expansion planning problem. The software includes also a sensitivity based algorithm in order to perform a fast filtering of critical line outages. Some results obtained applying the software to test cases on the uruguayan network are also described.

Index Terms— Closest bifurcation, Contingency screening, Voltage collapse, Voltage stability.

I. INTRODUCCIÓN

En el presente artículo presentamos la descripción de una herramienta informática desarrollada en el Instituto de Ingeniería Eléctrica (IIE) de la Facultad de Ingeniería para analizar la estabilidad de tensión de una red eléctrica. Este desarrollo se enmarcó en las actividades del Grupo de Estabilidad y Control de Redes Eléctricas de Potencia del IIE, impulsado en sus comienzos por el querido Profesor Jorge Alonso. Nuestra intención es describir las características principales de la herramienta, sus bases teóricas, y algunas

aplicaciones de análisis de la red eléctrica uruguaya.

II. COLAPSO DE TENSIÓN

La forma estándar de modelar un sistema eléctrico de potencia es mediante un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales sujeta a restricciones algebraicas (DAE):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, \lambda) \\ 0 &= g(x, y, \lambda)\end{aligned}\quad (1)$$

donde el vector $x \in \mathfrak{R}^n$ representa las variables de estado (ángulo y velocidades de las máquinas), $y \in \mathfrak{R}^m$ contiene los módulos y ángulos de las tensiones en las barras de carga y $\lambda \in \mathfrak{R}^p$ es un vector de parámetros del sistema, que modela la variación lenta de la demanda del sistema [1].

La función f captura la dinámica de los generadores y sus relaciones con la carga. La función g refleja la interconexión de la red eléctrica y los balances de potencia activa y reactiva. Detalles del modelo matemático pueden encontrarse en [2]. Definiendo el vector $z = [x, y]^T$ y la función $F = [f, g]^T$, usamos la notación compacta

$$\begin{bmatrix} \dot{I} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{z} = F(z, \lambda)$$

El colapso de tensión se caracteriza por la desaparición de un punto de operación estable al variar el parámetro λ . Desde el punto de vista matemático, este importante cambio cualitativo del sistema al variar λ se conoce con el nombre de *bifurcación* [3], [4]. En particular, la naturaleza del colapso de tensión (caída sostenida de la tensión sin que se afecte significativamente a la frecuencia) lleva a asociar este fenómeno de los sistemas eléctricos con la bifurcación silla-nodo, un concepto matemático que en la década del 70 fue caracterizado por Sotomayor para el caso de parámetro escalar [3]. Estos resultados pueden ser extendidos al caso vectorial, resultando en el siguiente conjunto de ecuaciones e inecuaciones [5]:

$$0 = F(z^*, \lambda^*) \quad (2)$$

$$0 = w^T D_x F(z^*, \lambda^*) \quad (3)$$

$$0 \neq w^T D_\lambda F(z^*, \lambda^*) \quad (4)$$

$$0 \neq w^T [D_{xx} F(z^*, \lambda^*) v] v \quad (5)$$

En este contexto, las ecuaciones (2) y (3) indican que el

Parte de este trabajo ha sido financiado por CIC-FING, CSIC, CAP.

M. Artenstein, IIE, Facultad de Ingeniería, Udelar; Sector Estudios y Proyectos, UTE. Uruguay (e-mail: martenstein@ute.com.uy).

P. Monzón, IIE, Facultad de Ingeniería, Udelar. Uruguay (e-mail: monzon@fing.edu.uy).

punto de bifurcación (z^*, λ^*) es un punto de equilibrio del sistema, con Jacobiano singular con valor propio 0 simple y vectores propios izquierdo y derechos respectivos w y v . Las condiciones (4) y (5) se denominan *de transversalidad* y están asociadas a la genericidad de esta clase de bifurcaciones (se dice que son fenómenos robustos).

III. MÉTODO DE CONTINUACIÓN

Las ecuaciones (2)-(5) pueden ser resueltas usando métodos directos de resolución numérica de ecuaciones no lineales, como Newton-Raphson. Sin embargo, hemos preferido una aproximación diferente, el llamado Método de Continuación, que nos permite no sólo encontrar el punto de colapso, sino también obtener la información de cómo el sistema, partiendo de un punto de operación estable, alcanzó dicho punto. Usualmente el perfil de tensiones del sistema eléctrico se obtiene hallando los puntos de equilibrio del sistema, es decir, los ceros de la ecuación (2), resolviendo sucesivos flujos de carga, variando el parámetro λ . Sin embargo, cerca del colapso, la resolución numérica de (2) no es posible debido a que el Jacobiano del sistema es prácticamente no invertible (ver ecuación (3)). El Método de Continuación supera esta dificultad, utilizando una estrategia de predictor-corrector reseñada en la figura 1.

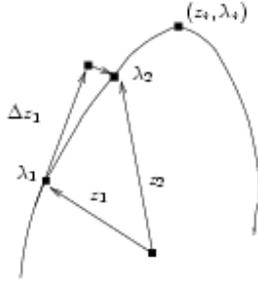


Fig. 1. Esquema predictor-corrector.

La curva que se muestra allí es la que queremos relevar y es el lugar de los puntos de equilibrios de (2) al variar λ . El punto (z^*, λ^*) denota la bifurcación silla-nodo (punto de colapso). Supongamos que estamos en el punto de operación estable dado por (z_1, λ_1) y queremos avanzar hacia un nuevo punto (z_2, λ_2) . En una primera instancia nos movemos a lo largo de la tangente a la curva hasta el punto $(z_1 + \Delta z_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1)$. La dirección tangente a la curva sale de resolver el sistema lineal

$$D_z F|_{(z_1, \lambda_1)} \cdot \frac{\partial z}{\partial \lambda} \Big|_{(z_1, \lambda_1)} = - \frac{\partial F}{\partial \lambda} \Big|_{(z_1, \lambda_1)}$$

El largo del desplazamiento es un parámetro de control del algoritmo. Luego efectuamos la correspondiente corrección para volver a estar en la curva. Una manera de hacerlo es resolviendo el sistema no lineal de ecuaciones

$$0 = F(z, \lambda)$$

$$0 = \Delta \lambda_1 \cdot (\lambda - \lambda_1 - \Delta \lambda_1) + \Delta z_1^T \cdot (z - z_1 - \Delta z_1)$$

que consiste en intersectar con la curva buscada, el hiperplano que pasa por el punto predicho, normal a la dirección tangente. Otras maneras de implementar la corrección pueden encontrarse en [1].

IV. CARACTERÍSTICAS DEL ALGORITMO

A continuación señalamos algunas de las características más relevantes de la herramienta de cálculo que implementamos. Mayores detalles pueden encontrarse en [6].

A. Cargas y generación

La carga en la barra j se representa por el siguiente modelo:

$$P_j = P_{0j} + P_{1j} \cdot V^{\alpha_{1j}} + P_{2j} \cdot V^{\alpha_{2j}} + \lambda \cdot \Delta P_j$$

donde V denota la tensión de la barra. Ajustando los exponentes, se pueden modelar cargas de impedancia, corriente o potencia constante. El coeficiente ΔP_j indica la forma en que la barra participa del incremento de carga al variar el parámetro λ . De manera análoga se modela la potencia reactiva:

$$Q_j = Q_{0j} + Q_{1j} \cdot V^{\beta_{1j}} + Q_{2j} \cdot V^{\beta_{2j}} + \lambda \cdot \Delta Q_j$$

Al incrementar la carga del sistema, es necesario establecer como se reparte dicho incremento entre las máquinas generadoras. El algoritmo permite repartir el incremento entre una (usualmente la *slack*) o varias máquinas, de forma proporcional a la respectiva potencia nominal.

B. Límites de Reactiva y de Tap de Transformadores

El algoritmo permite manejar los límites de generación de potencia reactiva de las máquinas. Se monitorean las máquinas de forma de detectar con precisión en qué valor del parámetro una máquina genera exactamente su potencia reactiva límite. A partir de allí, la respectiva barra pasa a comportarse como barra PQ, liberando la tensión. De manera similar se trabaja con las barras asociadas a transformadores con tap. La figura 2 muestra las curvas P-V y Q-V correspondientes a un transformador que alcanza su relación de transformación límite.

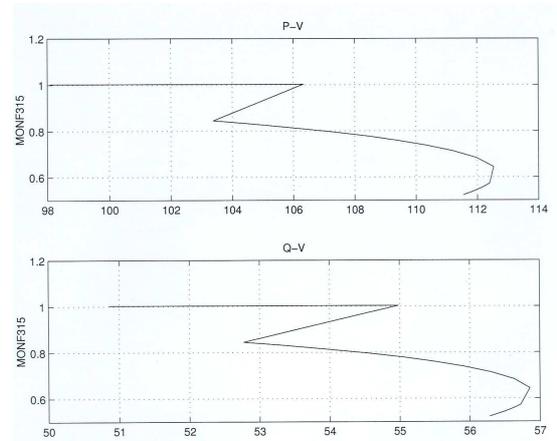


Fig. 2. Curvas P-V y Q-V de una barra de transformación que alcanza su límite.

C. Punto de Colapso

Luego de cada paso predictor-corrector, se chequea si hubo un cambio de signo en el determinante del Jacobiano, lo que permite detectar el paso por el punto de colapso. En caso de detectarlo, el algoritmo provee además la siguiente información relevante: los autovectores derecho e izquierdo asociados al valor propio nulo y las barras del sistema *más asociadas* al colapso, determinadas observando las componentes más relevantes del autovector derecho [7].

D. Aceleración

Para acelerar la detección del punto de colapso, el algoritmo contempla la posibilidad de comenzar con sucesivos flujos de carga hasta que éstos dejen de converger. A partir de allí, se continúa con el Método de Continuación.

V. TEORÍA DE LA BIFURCACIÓN MÁS CERCANA

En una red de potencia se pueden simular aumentos de carga de infinitas maneras, de acuerdo a cómo uno elija las barras en que se desea aumentar la carga activa y/o reactiva, y las proporciones relativas de los aumentos entre las cargas elegidas. Cuando se elige una de estas formas de aumentar la carga, que no es más que elegir un vector en el espacio multidimensional de las cargas activas y reactivas de la red, suele decirse que uno ha seleccionado una *dirección de carga* en el sistema. Formalmente, esto significa que se selecciona para cada barra j los valores de incrementos básicos de carga activa ΔP_j y reactiva ΔQ_j , de acuerdo con el modelo de variación de carga indicado más arriba en IV.

Es inmediato que el punto de colapso de tensión depende de la dirección de carga del sistema, por lo que cabe preguntarse naturalmente cuál es la dirección de carga del sistema que, a partir de un estado de operación inicial dado, lleva el sistema al colapso “lo más rápidamente posible”. Desde el punto de vista formal deseamos, por lo tanto, encontrar la dirección de carga que (para alguna métrica a precisar) nos lleve desde el punto inicial a la bifurcación silla-nodo más cercana.

Consideremos nuevamente la ecuación $0 = F(z, \lambda)$, $z \in \mathfrak{R}^n$, $\lambda \in \mathfrak{R}^p$. El conjunto de valores λ^* asociados a puntos (z^*, λ^*) de bifurcación silla-nodo constituye una hipersuperficie en el espacio de los parámetros [8]. Como se demuestra en [7], un vector n^* normal a dicha hipersuperficie se obtiene por la ecuación:

$$n^* = w^T D_\lambda F(z^*, \lambda^*) \quad (6)$$

donde w es un autovector izquierdo asociado al valor propio nulo de $D_\lambda F$. Precisamente en [7] se propone un algoritmo iterativo para obtener la bifurcación más cercana (z_C, λ_C) a un punto de funcionamiento dado (z_0, λ_0) . A continuación resumimos los pasos principales. Una descripción más detallada del algoritmo puede encontrarse en [9].

Pasos del algoritmo de búsqueda de la bifurcación más cercana:

1. Elegir una dirección inicial de incremento de la demanda de carga.
2. Utilizando el Método de Continuación, encontrar el punto de colapso de tensión en dicha dirección de búsqueda partiendo desde (z_0, λ_0) .
3. Obtener el autovector izquierdo correspondiente al valor propio nulo.
4. Calcular el vector normal a la hipersuperficie de parámetros de bifurcación mediante la ecuación (6).
5. Elegir dicho vector como nueva dirección de búsqueda, partiendo desde el punto inicial (z_0, λ_0) .
6. Repetir desde el paso 2 hasta que haya poca variación en el vector normal obtenido en 4.

Cuando se adopta la métrica euclidiana en el espacio de los parámetros, este algoritmo converge a un punto que (localmente) es la bifurcación más cercana.

Una vez conocida la distancia a la bifurcación más cercana, resulta interesante, asimismo, determinar la sensibilidad de la misma frente a la variación de determinados parámetros de control de la red, como por ejemplo la potencia reactiva instalada en determinadas barras. Si denominamos por p al vector de parámetros de control y $|\lambda_C - \lambda_0|$ denota la distancia al punto de bifurcación más cercano, resulta que la sensibilidad de dicha distancia frente a los parámetros de control elegidos se calcula mediante la expresión [10]:

$$\frac{\partial |\lambda_C - \lambda_0|}{\partial p} = - \frac{w^T D_p F(z_C, \lambda_C)}{w^T D_p F(z_C, \lambda_C) \cdot n^*}$$

Las componentes más relevantes de dicha sensibilidad permiten identificar cuáles son los parámetros de control que conviene ajustar si se desea mitigar el colapso de tensión de una forma óptima.

VI. APLICACIÓN A LA PLANIFICACIÓN DE REDES E IMPLEMENTACIÓN

La metodología clásica de planificación de redes en relación al colapso de tensión consiste en prever (en base a la experiencia) cuál será la dirección de carga del sistema y, consecuentemente, planificar la red para mantener un margen de carga adecuado respecto al colapso de tensión asociado a esa dirección de carga. La teoría de la bifurcación más cercana nos permite diseñar métodos alternativos, ya sea planificando en base al colapso de tensión más cercano (el “peor caso” imaginable) o combinando la metodología clásica con la teoría de la bifurcación más cercana mediante algoritmos del siguiente tipo (ver Figura 3):

Paso 1: A partir del estado inicial E_0 del sistema, se escoge una dirección de carga inicial, en base a criterios basados en la experiencia del planificador, y se calcula el punto de colapso C_i asociado a esa dirección.

Paso 2: El planificador fija un margen m_0 respecto a ese punto de colapso a fin de encontrar un nuevo estado inicial E'_0 , intermedio entre el estado inicial original y el punto de colapso encontrado, a partir del cual abandonar la dirección de carga escogida, y pasar a planificar en base al cálculo de la bifurcación más cercana. Ese nuevo estado inicial se encuentra

retrocediendo sobre la curva PV , disminuyendo el parámetro de carga a partir de su máximo, hasta que se establezca el margen m_0 elegido.

Paso 3: A partir de ese nuevo estado inicial, se calcula un nuevo punto de colapso C_c mediante las técnicas descritas de cálculo de la bifurcación más cercana. Este nuevo punto de colapso es el que se considera a los efectos de la planificación del sistema y, en particular, del cálculo de márgenes de carga (m_c en la Figura 3) respecto al estado inicial original E_0 .

Los algoritmos descritos se han implementado en el programa de cálculo, de forma que (a partir de un estado de operación inicial) el programa es capaz de calcular tanto la bifurcación más cercana como el punto de colapso asociado a la metodología de planificación descrita más arriba.

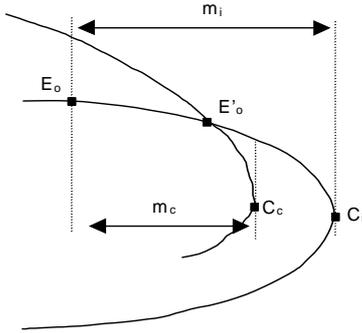


Fig. 3. Márgenes de estabilidad.

Una vez detectado el punto de colapso, el programa informa de la dirección de carga asociada, formada por el conjunto de los ΔP y ΔQ asociados a las barras de carga, e identifica a aquellas barras j cuyos ΔQ_j son máximos para esta dirección. Estas barras son candidatas naturales para instalar en ella equipos de generación de reactiva que permitan mitigar el posible colapso de tensión. Si lo que se desea instalar son bancos de condensadores, se debe tener en cuenta que la reactiva generada no es independiente de la tensión. Escogidas las barras $1, 2, \dots, k$ en que se desea instalar condensadores de admitancias Y_1, Y_2, \dots, Y_k , el programa calcula los valores de las mismas necesarios para un objetivo dado de aumento de distancia a la bifurcación más cercana mediante el cálculo del gradiente $\nabla_p |\lambda' - \lambda_c|$ (siendo λ' el parámetro multidimensional de carga en E'_0 y λ_c el correspondiente en el punto de colapso más cercano) respecto al conjunto de parámetros de control $p = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$, haciendo uso de la teoría descrita en la sección V.

VII. MÉTODOS DE SENSIBILIDAD

Como vimos al final de la sección V, una vez que se ha detectado el punto de colapso asociado a una determinada dirección de incremento de carga, se dispone de información para establecer la influencia sobre el sistema de ciertas acciones que podamos tomar. Tal es la idea de los métodos de sensibilidad. Más formalmente, la sensibilidad se refiere a la dependencia del punto de operación respecto de ciertos parámetros de interés. Lo usual es realizar una aproximación de primer orden del sistema, determinando la *derivada* del

punto de colapso respecto del parámetro, aunque también es posible realizar aproximaciones de orden superior [11]. Denotemos por p al vector de parámetros de interés y supongamos que la terna (z_c, λ_c, p_c) corresponde a un punto de colapso asociado a la dirección de incremento de carga definida por el versor \vec{k} . El margen de carga podemos escribirlo ΔL , donde $\Delta \lambda = \Delta L \vec{k}$. Como

$$F(z_c, \lambda_c, p_c) = 0$$

podemos realizar una aproximación de primer orden, del estilo

$$dF = F_z \cdot \Delta z + F_\lambda \cdot \Delta \lambda + F_p \cdot \Delta p$$

que aproxima por un hiperplano la superficie de ternas (z, λ, p) asociadas a puntos de colapso. Esta aproximación sólo vale en las cercanías de (z_c, λ_c, p_c) . Variaciones admisibles de $\Delta z, \Delta \lambda, \Delta p$ deben resultar en $dF = 0$. Premultiplicando por el autovector izquierdo w y operando, obtenemos la identidad

$$\Delta L = L_p \cdot \Delta p \quad , \quad L_p \stackrel{def}{=} - \frac{w \cdot F_p}{w \cdot F_\lambda \cdot \vec{k}}$$

donde L_p denota la sensibilidad (de primer orden) del margen de carga respecto del parámetro p . De forma análoga es posible definir una sensibilidad de segundo orden. La respectiva deducción puede encontrarse en [11]. Allí también se muestra cómo la sensibilidad puede usarse para diferentes aplicaciones en sistemas de potencia. Nosotros nos centraremos en el análisis de la contingencia asociada a la salida de una línea. Si bien la salida de servicio de una línea no puede considerarse una *pequeña perturbación* al sistema, intentaremos igual aproximarnos al problema usando la sensibilidad. Podemos hacerlo de dos maneras distintas: eligiendo como parámetro a variar la admitancia de la línea, desde su valor nominal hasta cero; también podemos tomar como parámetro la potencia transmitida por la línea nuevamente desde su valor nominal hasta cero (conocido como método λ/MVA [12]). Este último enfoque ha dado mejores resultados, como mostraremos en la siguiente sección.

VIII. CASOS DE PRUEBA EN LA RED URUGUAYA

La herramienta de cálculo descrita se ha ensayado en diversos casos de prueba sobre un modelo de la red uruguaya. La red utilizada consta de cerca de 120 nodos y 9 centrales generadoras, e incluye un equivalente simplificado de la red argentina con la cuál la red uruguaya está fuertemente interconectada.

A. Casos de prueba para el método de la bifurcación más cercana.

El método de planificación propuesto en base a la teoría de la bifurcación más cercana se ha ensayado en dos casos extremos de la red uruguaya, a saber:

Caso 1: Análisis del radial Terra Rivera.

Caso 2: Análisis de la red de Montevideo.

Los principales resultados se indican en la Tabla 1. En el Caso 1 la dirección de carga inicial corresponde a un aumento de carga en la Estación Rivera, en tanto que en el Caso 2 corresponde a un aumento de carga uniforme en todas las estaciones de Montevideo. En el Caso 1 se ha supuesto, adicionalmente, que las restantes cargas del radial son despreciables, a los solos efectos de poder interpretar más claramente los resultados.

Los escenarios analizados corresponden a máximos hidráulicos del año 2007, y en condiciones de contingencia severa en el sistema (salida de servicio de una de las líneas de 500 kV Palmar-Montevideo). A efectos de centrar el análisis en la zona de estudio, se supusieron generadores de reactiva adecuados en los radiales alejados de la zona a analizar, de forma de evitar que el colapso de tensión se produzca en esos radiales lejanos.

TABLA 1: CASOS ANALIZADOS UTILIZANDO LA TÉCNICA DE LA BIFURCACIÓN MÁS CERCANA

	Caso 1; X/R=3	Caso 2; X/R=9	Caso 2
P_0	5842	5842	5895
P_i	5901	5910	6021
m_i	65.9	75.1	43.1
P'_0	5842	5842	5895
P_c	5877	5878	5986
m_c	60.3	69.9	20.1
m_{QV}	63.9	69.9	73.6
Barra _{QV}	Rivera	Rivera	Rocha

Notación:

P_0 (MW): Carga total del sistema en el estado inicial E_0 .

P_i (MW): Carga total del sistema en el punto de colapso asociado a la dirección inicial de incremento de carga C_i .

m_i (MVA_c): Margen de carga desde E_0 al colapso C_i

P'_0 (MW): Carga total del sistema en el estado inicial E'_0 desde el cual se busca la bifurcación más cercana.

P_c (MW): Carga total del sistema en la bifurcación más cercana C_c .

m_c (MVA_c): Margen de carga desde E_0 a la bifurcación más cercana C_c .

m_{QV} (MVA_c): Margen desde E_0 a la bifurcación más cercana obtenido a través del método de las curvas QV.

Barra_{QV}: Barra crítica asociada a la bifurcación más cercana obtenida por el método de las curvas QV.

Nota: Los márgenes m_i y m_c están definidos como la norma euclídea del parámetro de carga multidimensional λ en los puntos C_i y C_c respectivamente (donde $\lambda=0$ se refiere al estado inicial E_0). Hemos denotado por "MVA_c" a la unidad respectiva, teniendo en cuenta que dimensionalmente es una potencia, pero no coincide con el incremento de potencia aparente que ocurre entre el estado inicial y los puntos de colapso. El caso particular del margen m_{QV} , el respectivo valor en MVA_c coincide con el margen de MVAR al punto de colapso en la barra crítica.

En la Tabla 1 se compara asimismo el método de planificación propuesto con el método clásico de análisis del colapso de tensión mediante curvas QV [13]. Este método simplificado analiza el colapso de tensión mediante el análisis de aumentos de carga (una barra por vez) exclusivamente reactiva y, por lo tanto, (en los casos reales, en que también aumenta la activa) es de esperar que proporcione resultados razonables toda vez que se pueda suponer un fuerte desacoplamiento entre las ecuaciones P- δ y Q-V de la red.

Análisis de los resultados del caso 1

Si identificamos la dirección de carga de la bifurcación más cercana por medio de los incrementos de carga activa y/o reactiva (ΔP y ΔQ) entre el estado inicial E'_0 y la bifurcación más cercana C_c en cada una de las barras del sistema, se obtiene (como era de esperar) que la única barra que contribuye significativamente a la dirección de la bifurcación más cercana es la propia barra Rivera (con $\Delta P=31,7$ MW y $\Delta Q=50,9$ MVAR).

Si bien los márgenes al colapso obtenidos aplicando la metodología propuesta y la de las curvas QV no coinciden, se observa que están bastante cercanos. La explicación cualitativa de la no coincidencia de ambos métodos es que la dirección de la bifurcación más cercana tiene un componente no despreciable de aumento de potencia activa (ver valor de ΔP más arriba) unido a un acoplamiento no despreciable de las ecuaciones P- δ y Q-V de la red.

Esta hipótesis se verifica "forzando" un mayor desacoplamiento entre estas ecuaciones, lo cual se puede conseguir variando en forma ficticia la relación X/R (que en la realidad vale aproximadamente 3) de la línea de alimentación radial Terra-Rivera. Se observa en tal caso (ver en la Tabla 1 el caso X/R=9) que ahora sí hay una buena coincidencia entre ambos métodos.

Análisis de los resultados del caso 2

En la Tabla 2 se indican las 5 barras con ΔP o ΔQ más grandes en la dirección de la bifurcación más cercana. Dado que la red de Montevideo alimenta la zona SurEste del país, es de esperar que, como muestra la Tabla, la dirección de la bifurcación más cercana se concentre en esa zona. Se observa, asimismo, que el margen al colapso obtenido por medio de las curvas QV difiere sensiblemente del obtenido mediante la metodología propuesta. Este resultado no es sorprendente, si se tiene en cuenta que el análisis de la dirección de carga asociada a la bifurcación más cercana muestra que el colapso se obtiene aumentando la carga (tanto activa como reactiva) en cantidades pequeñas (por lo general inferiores al 10 % de la carga inicial) en muchas barras del sistema simultáneamente.

En relación a las posibles medidas de mitigación frente al colapso, los resultados sugieren que la barra "Rocha" es una candidata natural para instalar en ella bancos de condensadores. Aplicando la metodología descrita, resulta que es necesario instalar **22,6 MVAR** (medidos a una tensión de 1 p.u) en esa barra para conseguir aumentar en un 10 % el margen m_c .

TABLA 2: BARRAS CON MAYOR VARIACIÓN DE POTENCIA EN LA DIRECCIÓN DE BIFURCACIÓN MÁS CERCANA.

Barra	ΔP (MW)	ΔQ (MVAR)
Rocha	2,9	2,8
PdelE	2,7	2,7
Mald	2,6	2,7
PdeAz	2,6	2,7
Bif	2,6	2,7

B. Casos de prueba para el análisis de contingencias de salida de líneas

Se simuló salidas de líneas exclusivamente en la red uruguaya, y sólo en aquellos casos en que la salida de línea no destruye la conectividad de la red, provocando una separación de la red en dos subredes conexas. El número total de salidas de líneas que obedecen estos criterios es de aproximadamente 65, variando ligeramente de acuerdo con la configuración de red supuesta en cada uno de los casos ensayados.

A partir del punto de colapso inicial, el programa simula una por una la salida de las líneas del sistema y calcula las correspondientes aproximaciones al margen de carga: L_1 = aproximación lineal, L_2 = aproximación cuadrática y L_{MVA} = aproximación λ /MVA.

En base a los criterios que se manejan habitualmente para decidir si un estado de red es aceptable desde el punto de vista de la estabilidad de tensión [13], se ha adoptado el siguiente criterio de *captura* de las contingencias de salida críticas:

una contingencia de salida de líneas se entiende que es crítica toda vez que disminuya en al menos un 5 % el margen de carga en cualquiera de las 3 aproximaciones. (Formalmente: la contingencia es crítica $\Leftrightarrow \min(L_1, L_2, L_{MVA}) \leq 0,95.L_0$, siendo L_0 el margen de carga inicial).

A fin de evaluar la bondad del método, para cada una de las contingencias se ha calculado el margen de carga *exacto* L_R , calculando el punto de colapso de tensión con el método de continuación sobre una red idéntica a la inicial, pero suponiendo la línea correspondiente fuera de servicio. El método podrá considerarse efectivo toda vez que un porcentaje alto de las contingencias que cumplan $L_R \leq 0,95.L_0$ sean detectadas aplicando el criterio de *captura* definido anteriormente.

TABLA 3: SALIDA DE LÍNEAS

Nº línea	L_1	L_2	L_{MVA}	L_R
23	310.7	310.7	302.8	289.6
24	285.2	278.7	276.0	260.7
25	301.7	295.6	228.7	238.9
26	274.7	264.2	256.4	243.6
27	254.0	220.5	-149.8	No C
29	200.3	177.5	173.6	132.7
30	197.4	175.2	174.9	131.4
32	302.5	298.4	206.9	209.8
33	283.2	282.7	250.2	225.2
36	303.4	299.3	294.4	294.2
61	306.6	303.5	288.3	293.5
80	310.6	310.3	304.5	277.5
98	307.1	304.8	294.0	263.1

Nota: No C significa que no converge el flujo inicial

El cálculo de L_R nos permite, asimismo, evaluar qué tan beneficioso es aplicar este método aproximado para el filtrado de contingencias, en términos de velocidad de cálculo. Para una de las redes típicas evaluadas el cálculo de L_R para 66 salidas de línea insumió aproximadamente 44 minutos, en tanto que el cálculo de márgenes aproximados insumió 153

segundos (corridas hechas en una Pentium IV, 256 Mb RAM, 2.66 GHz). Se ejemplifican a continuación los resultados obtenidos para un caso típico :

Se supusieron aumentos de carga en forma uniforme en las estaciones de Transmisión de Montevideo. Se obtuvo $L_0=310,9$ MVA, por lo que el método será efectivo si captura la mayor parte de los casos en que $L_R \leq 295$ MVA. En la Tabla 3 se sintetizan los resultados para los 13 casos en que se cumplió $L_R \leq 295$ MVA.

Se observa que el método aproximado captura 11 de las 13 contingencias críticas, no detectando las salidas de línea críticas 23 y 80 (que ocupan respectivamente las posiciones 11 y 10 en orden descendente de L_R). Vale la pena comentar, asimismo, que el método aproximado identifica 3 contingencias como críticas sin que en realidad lo sean ($\min(L_1, L_2, L_{MVA}) \leq 295$ pero $L_R > 295$).

En líneas generales, se entiende que en este caso el método funciona razonablemente bien. Se observa en la tabla de resultados, asimismo, que el margen L_{MVA} es en todos los casos la mejor aproximación al margen real L_R .

Cabe destacar que en otros casos de prueba realizados (particularmente en aquellos casos en que los aumentos de carga se simulan en nodos alejados de los principales centros de generación y carga) el método ensayado se muestra sensiblemente menos eficiente, siendo necesario introducir correcciones adicionales a efectos de mejorar la tasa de *captura* [14].

IX. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado y probado una herramienta de cálculo que permite el análisis de diversos aspectos del fenómeno del colapso de tensión en redes de potencia.

El programa permite, en particular, implementar un método de planificación de la expansión de la red basado en el cálculo de la "peor" dirección de carga, cuyos resultados pueden diferir sensiblemente de los obtenidos usando métodos clásicos.

El programa implementa, asimismo, un algoritmo de cálculo capaz de filtrar rápidamente las contingencias de salida de línea críticas desde el punto de vista del colapso de tensión. Los resultados obtenidos con este algoritmo se entienden confiables en los casos en que los aumentos de carga se producen en nodos no excesivamente alejados de los principales centros de generación y carga de la red.

X. REFERENCIAS

- [1] Kundur P., *Power Systems Stability and Control*, McGraw-Hill, New York, 1994.
- [2] Venkatasubramanian V., Schattler H., Zaborsky J., Dynamic on large constrained nonlinear systems – a taxonomy theory. *Proceedings of the IEEE*, 83(11):1530-1561, Nov, 1995.
- [3] Perko L., *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer-Verlag, 1990.

- [4] *Proceedings of the IEEE – special issue on nonlinear phenomena in Power Systems*, 83(11), November, 1995.
- [5] Cañizares C., *Voltage Collapse and Transient Energy Functions of AC/DC Systems*, Ph.D. Thesis, University of Wisconsin-Madison, 1991.
- [6] J. Alonso, M. Arstein, P. Monzón, “An implementation of the Continuation Method for Voltage Stability Analysis including Reactive Power Generation limits and Tap Changer limits” en Proceedings of the Second IASTED International Conference on Power and Energy Systems, June, 2002, Greece; pp. 171-176.
- [7] Dobson I., Observations on the geometry of saddle-node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems. *IEEE Trans on Circuits and Systems – I*, 39(3):240-243, March, 1992.
- [8] Chow S., Hale J., *Methods of Bifurcation Theory*, Springer-Verlag, New York, 1982.
- [9] Dobson I., Computing an optimum direction in control space to avoid saddle-node bifurcation and voltage collapse in electric power systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37(10):1616-1620, Oct, 1992.
- [10] Dobson I., Computation of Closest Bifurcations in Power Systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 2(9):918-928, May 1994.
- [11] Green S; Dobson I., Alvarado F., Sensitivity of the load margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.12, Num.1, Feb. 1997.
- [12] Flueck A., Gonella R., Dondetti J., A new power sensitivity method for ranking branch outage contingencies for voltage collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.17, Num.2, May 2002.
- [13] Western Systems Coordinating Council, *Voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy and reactive power reserve monitoring methodology-Final Report*, May 1998.
- [14] M. Arstein, P. Monzón, “Aplicación de métodos de sensibilidad al filtrado de contingencias para la evaluación del margen al colapso de tensión”, Proceedings del XI Encuentro Regional Iberoamericano del CIGRE (ERIAC), Hernandarias, Paraguay, Mayo 2005.

XI. BIOGRAFÍAS

M. Arstein obtuvo sus títulos de Ingeniero Industrial (opción Mecánica) en 1979 y de Licenciado en Matemática en 1989, en la Universidad de la República, Uruguay. Se desempeña actualmente como funcionario de la empresa eléctrica UTE y como Profesor Adjunto del Departamento de Potencia del Instituto de Ingeniería Eléctrica. Sus principales líneas de trabajo son el análisis de sistemas de potencia y el diseño de instalaciones de alta tensión.

P. Monzón obtuvo sus títulos de Ingeniero Electricista en 1996 y Master en Ingeniería Eléctrica en 1999, en la Universidad de la República, Uruguay. Se desempeña actualmente como Profesor Adjunto del Departamento de Control y Electrónica Industrial del Instituto de Ingeniería Eléctrica. Sus principales líneas de trabajo son la teoría del control no lineal y la estabilidad de redes eléctricas.