

COMITÉ DE ESTUDIO: C1 - Desarrollo de Sistemas y Economía

APLICACIÓN DE MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AL FILTRADO DE CONTINGENCIAS PARA LA EVALUACIÓN DEL MARGEN AL COLAPSO DE TENSIÓN

Michel Artenstein (*)
Sector Estudios y Proyectos – UTE.
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería, UdelaR.
Montevideo, Uruguay

Pablo Monzón
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería, UdelaR
Montevideo, Uruguay

***Resumen** - Los criterios de seguridad habituales de operación y planificación de las redes de potencia exigen que la evaluación del margen al colapso de tensión se realice no sólo respecto a las condiciones normales de operación (“caso base”) sino también en escenarios de salida de líneas, transformadores o máquinas generadoras. Aun en redes de tamaño mediano el número de escenarios que se hace necesario analizar suele ser muy grande, por lo que resulta atractivo disponer de un algoritmo de filtrado de las contingencias, de forma de poder concentrarse en analizar en detalle sólo aquellos escenarios potencialmente más críticos. El trabajo describe la implementación de un algoritmo de cálculo para realizar este filtrado de contingencias en el caso particular de la salida de líneas, en base a la teoría general de aproximación lineal o cuadrática de la variedad que describen los puntos de colapso de tensión al variar uno o más parámetros de control de la red. Se describen asimismo los resultados de casos de prueba realizados sobre la red uruguaya.*

***Abstract-** The standard security criteria for operating and planning a power network require that the loading margin to voltage collapse will be evaluated not only under normal operating conditions (a “base case”), but also under contingency scenarios which involve outage of lines, transformers or generators. Even in medium size networks the number of scenarios to be analyzed is usually very large, so it becomes very useful to apply fast contingency filtering algorithms in order to estimate those scenarios which may be considered potentially critical. This paper describes the implementation of one of these filtering algorithms, based on the general theory of linear and quadratic estimates of the manifold described by the voltage collapse points when a set of selected control parameters of the network is changed. Some results obtained applying the algorithm to test cases on the uruguayan network are also described.*

***Palabras clave** - Estabilidad de tensión, Filtrado de contingencias, Margen de carga*

1 INTRODUCCIÓN

La salida de operación de una línea constituye una de las contingencias más comunes en los sistemas eléctricos de potencia, ya que puede llevar al sistema a trabajar más cerca de sus límites, resultando en un nuevo punto de operación más cercano a la inestabilidad, reduciendo los márgenes de seguridad. Nos centraremos en el caso particular del colapso de tensión. Dado un punto de operación y un esquema de aumento de la demanda, es posible determinar el margen de seguridad respecto del colapso de tensión utilizando el *método de continuación*. Cuando sale de operación una línea, se podría determinar el nuevo punto de operación y aplicar el mismo método de continuación para determinar el nuevo margen de seguridad. Realizar este procedimiento para cada línea y obtener un *ranking* de contingencias insume un tiempo excesivo, incluso cuando es un análisis que se realiza *off-line*. Un camino alternativo consiste en analizar en detalle el caso nominal y aplicar técnicas de *sensibilidad* para determinar los efectos que sobre los datos nominales tienen las variaciones en el comportamiento de una línea. Esencialmente se determina la influencia que una determinada línea tiene sobre el punto de colapso de tensión y a partir de allí se intenta predecir qué ocurrirá al salir de operación dicha línea.

En el presente trabajo hemos aplicado técnicas de sensibilidad a la clasificación de contingencias en la red uruguaya, que cuenta con cerca de un centenar de líneas. Hemos utilizado dos maneras diferentes de representar la salida de una línea: en primer lugar elegimos como parámetros a variar las admitancias longitudinales y transversales de la línea, desde su valor nominal hasta cero; en segundo lugar elegimos variar la potencia activa y reactiva transmitida por la línea, desde su valor nominal hasta cero. Luego hemos comparado esta clasificación con los resultados obtenidos analizando cada caso en forma precisa. En la siguiente Sección se recuerda brevemente el modelado del colapso de tensión y la idea del método de continuación, con énfasis en la importancia de tener en cuenta los límites de generación de potencia reactiva

de las máquinas, y se introduce la idea de la sensibilidad en un punto de colapso. Luego se presentan los resultados obtenidos usando técnicas de sensibilidad y se comparan con los resultados exactos, para cuatro diferentes configuraciones de la red uruguaya. Finalmente se presentan las principales conclusiones obtenidas.

2 EL COLAPSO DE TENSIÓN Y LA BIFURCACIÓN SILLA NODO

Como es usual, modelaremos el sistema eléctrico de potencia mediante una ecuación algebraico-diferencial que representa la dinámica de segundo orden de las máquinas síncronas acoplada al balance de potencia intercambiada en la red [Kun]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, y, \lambda) \\ 0 = g(x, y, \lambda) \end{cases} \quad (1)$$

donde el vector $x \in \mathfrak{R}^n$ representa las variables de estados asociadas a los ángulos de los generadores y sus respectivas velocidades, $y \in \mathfrak{R}^m$ representa las tensiones y ángulos en las barras de carga y $\lambda \in \mathfrak{R}^p$ es un vector de parámetros reales que asumiremos que modela la variación lenta (*cuasi-estacionaria*) de la carga demandada por el sistema [Kun].

Una manera adecuada de modelar el colapso de tensión es a través de la teoría de bifurcaciones de ecuaciones diferenciales, asociándolo a la aparición de una bifurcación silla-nodo en el sistema (1) al variar el parámetro λ [IEEE]. Con la siguiente notación,

$$z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad F(z, \lambda) = \begin{bmatrix} f(x, y, \lambda) \\ g(x, y, \lambda) \end{bmatrix}$$

las condiciones que debe satisfacer un punto (z^*, λ^*) de bifurcación silla-nodo son las siguientes [Cañ1]:

$$0 = F(z^*, \lambda^*) \quad (2)$$

$$0 = w^T D_x F(z^*, \lambda^*) \quad (3)$$

$$0 \neq w^T D_\lambda F(z^*, \lambda^*) \quad (4)$$

$$0 \neq w^T [D_{xx} F(z^*, \lambda^*) v] v \quad (5)$$

Las ecuaciones (2) y (3) indican que el punto de bifurcación es un punto de equilibrio del sistema, con Jacobiano singular con valor propio 0 simple y vectores propios izquierdo y derechos respectivos w y v . Las condiciones (4) y (5) se denominan *de transversalidad* y están asociadas a la genericidad de esta clase de bifurcaciones (se dice que son fenómenos robustos).

Si bien existen métodos directos para hallar los puntos de bifurcación silla-nodo, que son esencialmente las soluciones de las ecuaciones no lineales (2)-(5), en el presente trabajo hemos utilizado el denominado *método de continuación*, que consiste en obtener una descripción de la evolución del sistema al variar gradualmente un parámetro partiendo de un punto de operación estable. Esto da lugar a una curva de puntos de funcionamiento que se acercan al punto de bifurcación. Ver [Kun] para una descripción más detallada de esta técnica. La ventaja de este método es que permite tener en cuenta fácilmente los límites de generación de potencia reactiva de las máquinas síncronas [AMA].

3 FILTRADO DE CONTINGENCIAS MEDIANTE MÉTODOS DE SENSIBILIDAD

3.1 Descripción general de la teoría

Los métodos de sensibilidad utilizan la información correspondiente a un determinado punto de operación, junto con la *dependencia* de dicho punto con respecto a ciertos parámetros de interés, para estimar o predecir cómo variaciones en dichos parámetros influirán en el comportamiento del sistema. Cuando se habla simplemente de sensibilidad, se hace referencia a una aproximación lineal: la derivada respecto del parámetro. Una mejor estimación puede obtenerse si se trabaja con la aproximación de segundo orden.

Consideremos el sistema (2), incorporando la dependencia de F con respecto a cierto parámetro p respecto del cual queremos calcular la sensibilidad. Denotemos por (z_0, λ_0, p_0) al punto de colapso, hallado por ejemplo con el método de continuación. Entonces $F(z_0, \lambda_0, p_0) = 0$. Un análisis infinitesimal en un entorno de dicho punto nos lleva a $dF = F_x \cdot \Delta x + F_\lambda \cdot \Delta \lambda + F_p \cdot \Delta p$, donde las derivadas están evaluadas en el punto de colapso. Variaciones admisibles deben resultar en $dF=0$. Premultiplicando (6) por w , el autovector izquierdo de F_x , nos conduce a la expresión $0 = w \cdot F_\lambda \cdot \Delta \lambda + w \cdot F_p \cdot \Delta p$.

Usualmente $\Delta \lambda = \Delta L \cdot \vec{k}$, donde \vec{k} denota el versor de dirección de aumento de carga en el espacio de la demanda de potencia activa y reactiva y ΔL mide en dicho espacio la distancia del punto de operación nominal al punto de colapso, por lo que representa el margen de seguridad respecto del colapso. Entonces

$$\Delta L = L_p \cdot \Delta p \quad , \quad L_p \stackrel{def}{=} - \frac{w \cdot F_p}{w \cdot F_\lambda \cdot \vec{k}} \quad (6)$$

Con las mismas ideas se llega a la expresión:

$$\Delta L = L_p \cdot \Delta p + \frac{1}{2} L_{pp} (\Delta p)^2 \quad (7)$$

donde L_{pp} representa la variación de segundo orden y tiene una fórmula explícita, cuya derivación puede encontrarse en [Gre1]. La sensibilidad sólo brinda información *local*, en el sentido de que pequeñas variaciones en el comportamiento de la línea pueden ser descritas a través de estas técnicas. La salida de una línea no es necesariamente una *pequeña variación*, por lo cual una clasificación de contingencias usando técnicas de sensibilidad respecto del punto de colapso va a ser necesariamente un método inexacto. Nos enfrentamos al clásico compromiso entre precisión y tiempo: clasificar exactamente cada contingencia relevando con el método de continuación la curva respectiva o clasificar inexactamente las salidas de líneas a partir de la determinación de un caso base y usando técnicas de sensibilidad.

3.2 Aplicación al caso de salida de líneas

Si $Y=G+j.B$ es la matriz de admitancias nodales del sistema y la línea que se supone fuera de servicio une los nodos k y m , el vector de parámetros a considerar es: $p=(G_{km}, B_{km}, B_{kk}, B_{mm})$, en que se ha despreciado la parte real de las admitancias transversales de la línea.

3.3 Aproximación λ /MVA

Una aproximación alternativa al problema es analizar como varía el margen de carga L al variar la potencia aparente transmitida por la línea que se supone fuera de servicio [Flu]. Si S_{br} es la potencia aparente inyectada en el nodo k de la línea $k-m$ cuando ésta está en servicio, la función $S^{br}(\mu)=\mu.S_{br}$, con el parámetro μ variando entre 0 y 1, toma el valor S_{br} (línea en servicio) cuando $\mu=1$ y el valor 0 (línea fuera de servicio) cuando $\mu=0$. La sensibilidad lineal $dL/dS^{br}=L_{MVA}$ del margen de carga L al parámetro S^{br} se calcula de la relación: $L_{MVA} \cdot dS^{br}/d\mu=dL/d\mu$.

4 CASOS ESTUDIADOS

4.1 Descripción general de la red

Los métodos de filtrado de contingencias descritos más arriba se han programado en ambiente MatLab y se han ensayado en diversos casos de prueba en la red de transmisión uruguaya, para escenarios de generación y carga proyectados al año 2007, con una demanda total del orden de 1600 MW. La red en estudio consta de 113 nodos, e incluye un equivalente simplificado de la red argentina, con la cuál la red uruguaya está fuertemente interconectada. En cada caso se simuló salidas de líneas exclusivamente en la red uruguaya, y sólo en aquéllos casos en que la salida de línea no destruye la conectividad de la red, provocando una separación de la red en dos subredes conexas. El

número total de salidas de líneas que obedecen estos criterios es de aproximadamente 65, variando ligeramente de acuerdo con la configuración de red supuesta en cada uno de los casos ensayados.

En cada uno de los archivos de datos de la red se identifica la dirección de carga (identificación de las barras en las cuáles se aumentará la carga y la proporción relativa de carga activa y/o reactiva a aumentar en cada una de ellas) y los generadores que se suponen en regulación primaria (estos generadores son los que absorberán ese aumento de carga), a efectos de poder calcular los correspondientes puntos de colapso de tensión.

4.2 Descripción general de los cálculos realizados

Para cada configuración de red inicial supuesta se corre un flujo de cargas para construir el punto de partida inicial. A partir de ese punto de partida inicial, se aumenta la carga en la dirección prefijada, y se calcula por el método de continuación el punto de colapso de tensión y el margen de carga correspondiente $L_0 = \sum_j ((P_j - P_{j0})^2 + (Q_j - Q_{j0})^2)^{1/2}$ (en que P_{j0}, Q_{j0} son las cargas de la barra "j" en el punto inicial, y P_j, Q_j son las cargas de la barra "j" en el punto de colapso). A partir de este punto de colapso inicial, el programa simula una por una la salida de las líneas del sistema y calcula las correspondientes aproximaciones al margen de carga: L_1 = aproximación lineal, L_2 = aproximación cuadrática y L_{MVA} = aproximación λ /MVA.

En base a los criterios que se manejan habitualmente para decidir si un estado de red es aceptable desde el punto de vista de la estabilidad de tensión [WSC], se ha adoptado el siguiente criterio de *captura* de las contingencias de salida críticas:

una contingencia de salida de líneas se entiende que es crítica toda vez que disminuya en al menos un 5 % el margen de carga en cualquiera de las 3 aproximaciones. (Formalmente: la contingencia es crítica $\Leftrightarrow \min(L_1, L_2, L_{MVA}) \leq 0,95.L_0$).

A fin de evaluar la bondad del método, para cada una de las contingencias se ha calculado el margen de carga *exacto* L_R , calculando el punto de colapso de tensión con el método de continuación sobre una red idéntica a la inicial, pero suponiendo la línea correspondiente fuera de servicio. El método podrá considerarse efectivo toda vez que un porcentaje alto de las contingencias que cumplan $L_R \leq 0,95.L_0$ sean detectadas aplicando el criterio de captura definido anteriormente.

El cálculo de L_R nos permite, asimismo, evaluar qué tan beneficioso es aplicar este método aproximado para el filtrado de contingencias, en términos de velocidad

de cálculo. Para una de las redes típicas evaluadas (Caso Tipo 1, cuyos resultados se indican más abajo) el cálculo de L_R para 66 salidas de línea insumió aproximadamente 44 minutos, en tanto que el cálculo de márgenes aproximados insumió 153 segundos (corridas hechas en una Pentium IV, 256 Mb RAM, 2.66 GHz).

4.3 Análisis de resultados

El análisis de los resultados obtenidos mostró un conjunto de casos en que el método en ensayo mostró buenos resultados, y otro conjunto de casos en que el método en ensayo no fue para nada efectivo. Se ejemplifican a continuación los resultados obtenidos para dos casos típicos.

4.3.1 Resultados: caso Tipo 1

Se supusieron aumentos de carga en forma uniforme en las estaciones de Transmisión de Montevideo, que es el centro de carga principal del país y de cuya red depende, a su vez, la alimentación a diversos centros de carga regionales cercanos. Se obtuvo $L_0=310,9$ MVA, por lo que el método será efectivo si captura la mayor parte de los casos en que $L_R \leq 295$ MVA. En la Tabla 1 se sintetizan los resultados para los 13 casos en que se cumplió $L_R \leq 295$ MVA.

TABLA 1: CASO TIPO 1

Nº línea	L_1	L_2	L_{MVA}	L_R
23	310.7	310.7	302.8	289.6
24	285.2	278.7	276.0	260.7
25	301.7	295.6	228.7	238.9
26	274.7	264.2	256.4	243.6
27	254.0	220.5	-149.8	No C
29	200.3	177.5	173.6	132.7
30	197.4	175.2	174.9	131.4
32	302.5	298.4	206.9	209.8
33	283.2	282.7	250.2	225.2
36	303.4	299.3	294.4	294.2
61	306.6	303.5	288.3	293.5
80	310.6	310.3	304.5	277.5
98	307.1	304.8	294.0	263.1

Nota: No C significa que no converge el flujo inicial

Se observa que el método aproximado captura 11 de las 13 contingencias críticas, no detectando las salidas de línea críticas 23 y 80 (que ocupan respectivamente las posiciones 11 y 10 en orden descendente de L_R). Vale la pena comentar, asimismo, que el método aproximado identifica 3 contingencias como críticas sin que en realidad lo sean ($\min(L_1, L_2, L_{MVA}) \leq 295$ pero $L_R > 295$).

En líneas generales, se entiende que en este caso el método funciona razonablemente bien. Se observa en la tabla de resultados, asimismo, que el margen L_{MVA} es

en todos los casos la mejor aproximación al margen real L_R .

4.3.2 Resultados: caso Tipo 2

Se supuso aumento de carga exclusivamente en el extremo Rivera del radial Rincón del Bonete-Rivera, que es una estación alejada de los principales centros de carga y generación, ubicada en el extremo Norte de la red. Se obtuvo $L_0=56,9$ MVA, por lo que el método será efectivo si captura la mayor parte de los casos en que $L_R \leq 54,1$ MVA. En la Tabla 2 se muestran los resultados para los 7 casos en que se cumplió $L_R \leq 54,1$ MVA:

TABLA 2: CASO TIPO 2

Nº línea	L_1	L_2	L_{MVA}	L_R
24	56.6	56.5	56.7	53.8
26	56.6	56.6	56.8	53.3
27	56.6	56.9	56.2	No C
29	55.7	55.5	56.2	50.6
30	55.6	55.4	56.1	50.5
33	55.9	55.9	55.5	52.6
81	56.9	56.9	56.6	51.5

Nota: No C significa que no converge el flujo inicial

Se observa que el método es en este caso altamente ineficiente, dado que no captura ninguna de las 7 contingencias críticas.

En un intento de explicar los motivos por los cuáles en este caso el método se muestra tan poco adecuado, se realizaron los siguientes estudios adicionales:

a) Límite de reactiva de los generadores

Una de las posibles fuentes de error de estos métodos es que el conjunto de generadores que están en su límite de generación de reactiva en el punto de colapso del caso básico (aquél que define L_0) no necesariamente coincide con el correspondiente conjunto de generadores en el punto de colapso con una línea fuera de servicio [Gre1, Gre2]. La inspección del conjunto de generadores en límite de reactiva en el caso básico (cálculo de L_0) y en las corridas para las 7 contingencias críticas (cálculo de L_R) no muestra diferencias, por lo que en estos casos no es ésta la explicación.

Cabe hacer notar que una forma de tener en cuenta en forma aproximada el eventual cambio del conjunto de generadores en límite es incorporar al método aproximado el cálculo de la sensibilidad de la generación de reactiva respecto a los parámetros de salida de líneas (ver Apéndice), de forma de poder detectar, en aproximación lineal, si alguno de los generadores excederá su límite de reactiva durante la contingencia. El costo computacional de incorporar este cálculo adicional al método aproximado no es muy grande, pero en ninguno de los casos ensayados (ni en

los casos Tipo 1 ni los casos Tipo 2) se consiguió mejorar la cantidad de casos *capturados* mediante la inspección de los generadores aproximadamente en límite durante la contingencia.

b) Valores propios pequeños cercanos

Otra posible fuente de error es la presencia de dos valores propios pequeños (cerca de 0) en el caso base, de forma que al ocurrir alguna de las contingencias *cambie* el valor propio que se anula, introduciendo fuertes alinealidades que las aproximaciones propuestas son incapaces de detectar [Gre1]. Una inspección de los menores valores propios en el caso base, mostró que tampoco es ésta la fuente de error: se detecta un único valor propio aproximadamente nulo en el punto de colapso base.

c) Comportamiento de los autovectores derechos

Una particularidad de los casos Tipo 2 es que los aumentos de carga se producen en nodos alejados de los principales centros de generación y carga. Es de prever, por lo tanto, que el colapso de tensión se manifieste en forma más notoria en las barras cercanas a ese radial alejado, en tanto que (de acuerdo al conocimiento cualitativo que se tiene de la red) muchas de las salidas de líneas simuladas afectan en forma notoria la transferencia de potencia a otras zonas del país.

Una interpretación clásica del autovector derecho “ v ” correspondiente al autovalor nulo en el punto de colapso [Dob1] indica que sus componentes más grandes asociadas a las tensiones de barra identifican las barras más *comprometidas* en el colapso (en el sentido de que sus tensiones varían más fuertemente al variar el parámetro de carga). La hipótesis que se quiere ensayar es, por lo tanto, que las aproximaciones calculadas no son precisas debido a que la dirección del autovector en el caso base es bien distinta a la correspondiente dirección en algunas de las contingencias.

A fin de ensayar esta hipótesis se calcularon los autovectores derechos en el caso base y en las contingencias críticas que el método no captura. La Tabla 3 muestra los valores de componentes asociados a tensiones de barra obtenidos para las diversas zonas geográficas del país (para facilitar la comparación, se ha asignado el valor 100 a la componente más grande), tanto en el caso base como en una de las contingencias críticas no capturadas.

TABLA 3: INTERPRETACIÓN GEOGRÁFICA DEL AUTOVECTOR DERECHO.

Zona	Caso base	Salida de línea 30
Norte	67 a 100	80 a 100
Noreste	10	80 a 100
Centro	4,8 a 10	31 a 44

Noroeste	2,6 a 3	19 a 28
Suroeste	1,3 a 1,6	56 a 69
Sureste	1,1 a 1,3	38 a 50
Montevideo	1,1 a 1,3	38 a 44

Nota: El aumento de carga se produce en la zona Norte

Se observa que el autovector derecho *apunta* claramente a la zona Norte en el caso base, en tanto que sus componentes se distribuyen en forma mucho más pareja entre las restantes zonas en la contingencia.

Siguiendo esta línea, se ha hecho el intento de incorporar una evaluación aproximada de la desviación del autovector derecho en el filtrado de contingencias, mediante el siguiente método:

- Se calcula el autovector derecho v_0 en el caso base, su sensibilidad v_p respecto a la variación del parámetro (ver Apéndice) y la correspondiente aproximación lineal al autovector derecho en la contingencia $v_I = v_0 + v_p \Delta p$.
- Normalizando v_I y v_0 como versores, se evalúa qué tanto se desvía v_I de v_0 por medio de $\Delta v = ||v_I - v_0||$ (en que para el cálculo se consideran exclusivamente las componentes asociadas a las tensiones de barra).
- Aquellas contingencias con Δv grande deben verse como *sospechosas*, en el sentido de que los márgenes aproximados L_1 , L_2 y L_{MVA} pueden tener errores apreciables.

Si se aplica este método al caso Tipo 2, se obtiene que las 3 peores contingencias no capturadas (las de menor margen L_R : salidas de líneas 27, 29 y 30 de la Tabla 2) son, precisamente, las 3 contingencias con mayor Δv . Las restantes 4 contingencias no capturadas, en cambio, no son detectables por este método (sus Δv no son particularmente grandes).

5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo hemos aplicado técnicas de sensibilidad a la clasificación de contingencias de salida de líneas en la red uruguaya, obteniendo las siguientes conclusiones principales:

- En la mayoría de los casos la aproximación λ/MVA es una mejor aproximación al margen de carga que las aproximaciones lineal y cuadrática respecto a la variación de admitancias de la línea.
- Estas técnicas muestran un desempeño pobre en los casos en que las líneas que salen de servicio están muy alejadas de las barras en que el colapso de tensión del caso base se manifiesta más fuertemente.
- No es posible mejorar el desempeño en estos casos ni mediante la inspección de los autovalores pequeños en el punto de colapso base ni mediante técnicas de sensibilidad aplicadas a la reactiva generada por las

máquinas.

- Mediante técnicas de sensibilidad del autovector derecho es posible mejorar en estos casos la tasa de captura de las contingencias más críticas.

6 BIBLIOGRAFÍA

[AMA] J. Alonso, M. Artenstein, P. Monzón, “An implementation of the Continuation Method for Voltage Stability Analysis including Reactive Power Generation limits and Tap Changer limits” en Proceedings of the Second IASTED International Conference on Power and Energy Systems, June, 2002, Greece; pp. 171-176.

[Cañ1] Cañizares C., *Voltage Collapse and Transient Energy Functions of AC/DC Systems*, Ph.D. Thesis, University of Wisconsin-Madison, 1991.

[Dob1] Dobson I., Observations on the geometry of saddle-node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems. *IEEE Trans on Circuits and Systems – I*, 39(3):240-243, March, 1992.

[Flu] Flueck, Gonella, Dondeti, A new power sensitivity method for ranking branch outage contingencies for voltage collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, Num.2, May 2002.

[Gre1] Green S.; Dobson I.; Alvarado F., Sensitivity of the load margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.12, Num.1, Feb 1997.

[Gre2] Green S.; Dobson I.; Alvarado F., Contingency ranking for voltage collapse via sensitivities from a single nose curve, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.14, Num.1, Feb 1999.

[IEEE] *Proceedings of the IEEE – special issue on nonlinear phenomena in Power Systems*, 83(11), November, 1995.

[Kun] Kundur P., *Power Systems Stability and Control*, McGraw-Hill, New York, 1994.

[WSC] Western Systems Coordinating Council, *Voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy and reactive power reserve monitoring methodology-Final Report*, May 1998.

APÉNDICE

FÓRMULAS DE SENSIBILIDAD DE LA REACTIVA GENERADA Y DEL AUTOVECTOR DERECHO

1) Sensibilidad de la reactiva generada

La ecuación de las reactivas generadas por las máquinas es de la forma $Q_g = g(z, p)$, cuya forma explícita, para cada generador “h”, es:

$$Q_{g,h} = \sum_{i \neq h} V_h V_i [G_{hi} \sin(\delta_h - \delta_i) - B_{hi} \cos(\delta_h - \delta_i)] - V_h^2 B_{hh}$$

Resulta: $d(Q_g)/dp = g_z \cdot z_p + g_p$, en que z_p es una matriz de sensibilidades de las variables de estado respecto de los parámetros que se ha calculado previamente como parte del proceso de cálculo de la aproximación cuadrática [Gre1].

2) Sensibilidad del autovector derecho

Se trabaja con las ecuaciones del sistema en el punto de colapso (z(p), L(p)) formuladas con el autovector derecho:

$$1) F(z, L, p) = 0$$

$$2) F_z \cdot v = 0$$

$$3) v^T \cdot v = 1$$

Derivando la 2) respecto de p, y teniendo en cuenta que z y L son función de p:

$$0 = \frac{d}{dp} (F_z \cdot v) = (F_z \cdot v)_z \cdot z_p + (F_z \cdot v)_L \cdot L_p + (F_z \cdot v)_p = \\ = F_{zz} \cdot v \cdot z_p + F_{z_z} \cdot v \cdot z_p + F_{z_L} \cdot v \cdot L_p + F_{z_L} \cdot v \cdot L_p + F_{z_p} \cdot v + F_z \cdot v_p$$

Observemos que $F_{z_L} = 0$, por la forma explícita de F, lineal en L. Entonces

$$0 = F_{zz} \cdot v \cdot z_p + F_{z_p} \cdot v + F_z \cdot [v_z \cdot z_p + v_L \cdot L_p + v_p]$$

$$0 = F_{zz} \cdot v \cdot z_p + F_{z_p} \cdot v + F_z \cdot \frac{dv}{dp}$$

Derivando también la 3), resulta que dv/dp se obtiene de resolver el sistema:

$$\begin{cases} F_z \cdot \frac{dv}{dp} = -[F_{zz} \cdot v \cdot z_p + F_{z_p} \cdot v] \\ v^T \cdot \frac{dv}{dp} = 0 \end{cases}$$

Observaciones:

-Todos los elementos del término independiente de la primer ecuación deben ya calcularse al calcular la aproximación cuadrática [Gre1].

-Si F_z es de dimensión N, su rango es N-1, por lo que es de esperar que el sistema de N+1 ecuaciones y N incógnitas sea compatible determinado.