Selección óptima de bancos de condensadores en base a sensibilidad del margen de carga

Alejandro Alonso, y Arturo Ferenczi.

Resumen- El conocimiento del margen de carga es un dato de vital importancia para la correcta y segura operación de todo sistema eléctrico de potencia.

Este trabajo presenta una forma de obtener ese margen de carga, para luego aplicar medidas correctivas con el objetivo de incrementarlo.

Las medidas correctivas que se utilizaron fueron la instalación de bancos de condensadores. Los bancos a instalar se seleccionaron resolviendo un problema de programación lineal optimizando el costo de la capacidad instalada).

Para los casos de prueba se utilizó la red uruguaya en forma parcial en un caso y luego completa, discriminando entre los casos en que se consideraron los límites de generación y en los que no.

Los resultados obtenidos muestran que el estudio de la sensibilidad del margen de carga constituye una herramienta fundamental en la operación y planificación de los sistemas de potencia.

Palabras claves—Colapso de tensión, margen de carga, optimización, sensibilidad, aproximación lineal.

I. INTRODUCCIÓN

El continuo aumento de la carga puede eventualmente conducir al sistema de potencia a un estado inestable caracterizado por un descenso rápido de la tensión en algunas de las barras sin afectar significativamente la frecuencia. Este fenómeno es conocido en la literatura como "Colapso de Tensión". En la planificación de redes de potencia frente al colapso de tensión, interesa conocer el margen de carga. El margen de carga (L) es una medida de la "distancia" que separa el punto de funcionamiento inicial (estable) del sistema del punto de colapso de tensión, el cual puede ser definido de acuerdo a diferentes normas. Existen diversas medidas que se pueden implementar para mejorar el margen de carga. En este trabajo se analiza una medida basada en la sensibilidad del margen con respecto a la aplicación de bancos de condensadores. El objetivo es determinar el valor óptimo de condensadores así como las barras donde se conectarán con el fin de obtener la mejora planteada del margen de carga inicial. análisis de medidas correctivas y sus ecuaciones.

II. ANALISIS DE MEDIDAS CORRECTIVAS Y SUS ECUACIONES

De las diferentes posibles medidas a adoptar, se analizará una medida basada en la utilización de bancos de condensadores. Las barras que se considerarán como candidatas a la conexión de condensadores son aquellas que tienen asociadas a sus tensiones las mayores componentes en un vector propio normalizado correspondiente al valor propio nulo del Jacobiano del sistema calculado en el punto de colapso, [4]. En este caso, en particular, se seleccionarán con este criterio cinco barras de carga, las cuales serán denominadas como barras críticas. Por lo cual el objetivo es determinar el valor óptimo de susceptancia (en p.u.) a conectar en cada una de estas barras dentro de las hipótesis que se detallarán a continuación.

Objetivo Propuesto:

La definición del margen de carga que se utilizó fue el siguiente:

$$L = \lambda^* \|\Delta P, \Delta Q\| \quad (1)$$

donde λ^* designa al parámetro escalar calculado en el punto de bifurcación, y $\Delta P, \Delta Q$ valores constantes para cada barra de carga que identifican la dirección de carga del sistema.

El objetivo planteado es entonces obtener una expresión lineal (a efectos de simplificar el problema) del margen L en función de cualquier parámetro vectorial "p" ($L(p)$), y elegir estos parámetros de modo de aumentar el margen al Punto de Colapso. La expresión del margen obtenido se aplicará a nuestro caso particular, en el cuál las componentes del parámetro "p" son las susceptancias de los bancos de condensadores instalados en las barras críticas.

El porcentaje de mejora del margen se fijó arbitrariamente en 5 %.

Hipótesis adicionales: como criterio para elegir una solución óptima entre las infinitas posibles, se eligieron los siguientes criterios:

Mínimo costo: tomando como aproximación un costo de condensadores proporcional a su capacidad, se buscó minimizar la función:

$$Costo = \Delta p_1 + \dots + \Delta p_n \quad (2)$$

Este trabajo formo parte de un proyecto de fin de carrera para título de Ingeniero Electricista opción Potencia (UDELAR) bajo la tutoría de los Profesores Michel Arstein y Pablo Monzón.

donde los Δp son los valores incógnita, de las susceptancias de los condensadores a agregar.

Adicionalmente se impuso la restricción de que dichas susceptancias no sean negativas: es decir $\Delta p \geq 0$ (dicha desigualdad se considera componente a componente).

Como límite superior de la capacidad a instalar se consideró como criterio que la potencia reactiva entregada por los condensadores a instalar no supere la carga reactiva propia de la barra a la cual se conectan.

Optimización de la solución

Los métodos de optimización permiten resolver un problema de decisión, que incluye la selección de valores para un cierto número de variables interrelacionadas, centrando la atención en un objetivo diseñado para cuantificar el rendimiento y medir la calidad de la decisión.

El objetivo se maximiza o minimiza dependiendo de la formulación, según las restricciones que limitan la selección de los valores de las variables de decisión.

Aquellos problemas de optimización en que el objetivo es lineal en las incógnitas y las restricciones son igualdades o desigualdades lineales en las incógnitas, se resuelven utilizando las técnicas de programación lineal.

El enunciado del problema general de programación lineal es:

$$\begin{aligned} \text{minimizar:} & \quad f(x) \\ \text{sujeto a:} & \quad h_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \quad g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, r \\ & \quad x \in S \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} x &= \text{vector de incógnitas n-dimensional} \\ f, h_i, g_j &= \text{funciones de valores reales de las variable } x_1, \\ & \quad x_2, \dots, x_n. \end{aligned}$$

S = subconjunto de un espacio n dimensional.

La función f es conocida como función objetivo del problema y las ecuaciones y desigualdades, son las llamadas restricciones, [2].

En este trabajo se utilizó la función linprog.m de Matlab para resolver el problema de programación lineal planteado anteriormente.

Margen de carga en función de los parámetros

En la literatura actual, existen diversos desarrollos teóricos que permiten obtener una aproximación lineal para la dependencia del margen de carga con respecto a cualquier parámetro del sistema, en particular, el presente análisis se basó en una publicación realizada por Green, [1].

La expresión que se desarrollo es de la forma:

$$L = L^* + Lp_1\Delta p_1 + \dots + Lp_n\Delta p_n \quad (3)$$

donde el superíndice * indica el valor calculado en el punto de colapso para los valores iniciales del parámetro y L el correspondiente valor para una variación $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_n$ del parámetro.

Con la elección ya anotada de mejorar 5% se obtuvo la primera restricción:

$$\Delta L = Lp_1\Delta p_1 + \dots + Lp_n\Delta p_n = 0.05 \quad (4)$$

siendo $\Delta L = L - L^*$ (5)

El vector $L_p = (Lp_1, Lp_2, \dots, Lp_n)$ es denominado "vector de sensibilidad" del margen de carga respecto a los parámetros.

A continuación se realizó el cálculo de las sensibilidades $(Lp_1, Lp_2, \dots, Lp_n)$ necesarias para la optimización de medidas correctivas de acuerdo a las hipótesis. Un análisis mas detallado se puede encontrar en [3].

Un sistema de potencia en equilibrio satisface la siguiente ecuación:

$$f(z, \lambda, p) = 0 \quad (6)$$

Donde:

- z : es el vector de variables de estado y de ligadura del sistema.
- λ : es el parámetro escalar de aumento de carga.
- p : es el vector de parámetros (en este caso susceptancia de condensadores).

En una bifurcación silla-nodo la matriz Jacobiana es singular, por lo cual existe un vector propio izquierdo el cual está asociado a un valor propio nulo de f_z tal que:

$$[w(z, \lambda, p)]^t f_z(z, \lambda, p) = 0 \quad (7)$$

Los puntos que satisfacen las ecuaciones (6) y (7) corresponden a un punto de bifurcación y una curva de los mismos puede ser obtenida al variar los parámetros p .

Linealizando esta curva en torno de dichos puntos:

$$f_z|_* \Delta z + f_\lambda|_* \Delta \lambda + f_p|_* \Delta p = 0 \quad (8)$$

premultiplicando por w^t y usando (7):

$$\begin{aligned} w^t f_\lambda|_* \Delta \lambda + w^t f_p|_* \Delta p &= 0 \\ \Rightarrow \Delta \lambda &= \frac{-w^t f_p|_*}{w^t f_\lambda|_*} \Delta p \quad (9) \end{aligned}$$

dónde f_p y f_λ son los Jacobianos de la función f respecto a p y λ , que se escriben como $J_p(f)$ y $J_\lambda(f)$ respectivamente.

$$\Rightarrow \Delta \lambda = \frac{-w^t J_p(f)|_*}{w^t J_\lambda(f)|_*} \Delta p \quad (10)$$

Según lo visto anteriormente, el margen de carga L está vinculado con el parámetro λ por la ecuación:

$$L = \|\Delta P, \Delta Q\| \lambda^* \\ \Rightarrow \Delta L = \|\Delta P, \Delta Q\| \Delta \lambda \quad (11)$$

Sustituyendo $\Delta \lambda$ de (10) en la ecuación (11) se obtiene:

$$L_p = \frac{-w^t J_p(f)_*}{w^t J_\lambda(f)_* \frac{1}{\|\Delta P, \Delta Q\|}} \quad (12)$$

III. OPTIMIZACIÓN UTILIZANDO MATLAB

Para las aplicaciones prácticas de este trabajo se estudió la compensación en las 5 barras más comprometidas, denominadas críticas, razón por la cual se debe considerar para todo el desarrollo antes explicado $n=5$.

La función `linprog.m` de Matlab adquiere el siguiente formato en este caso en particular:

$$x = \text{linprog}(c, A, b, A_{eq}, b_{eq}, LB, UB)$$

La misma resuelve el siguiente problema de programación lineal:

$$\min(c^t x) \quad (13)$$

Sujeto a:

- $Ax \leq b$ cumpliendo las restricciones $A_{eq}x = b_{eq}$ de modo que la solución x se encuentra en el rango $LB \leq x \leq UB$

- En este caso la función a minimizar y las restricciones son:

$$c^t x = Costo = \Delta p_1 + \dots + \Delta p_5$$

$$\text{con } x = [\Delta p_1 \ \Delta p_2 \ \Delta p_3 \ \Delta p_4 \ \Delta p_5]^t \text{ y } c^t = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

- La primera restricción surge al imponer que la mejora en el margen de carga sea igual a un 5%, y se obtiene la matriz A_{eq} que utiliza la herramienta `linprog`:

$$\Delta L = [A_{eq}] [x] = Lp_1 \Delta p_1 + \dots + Lp_5 \Delta p_5 = 0.05 = b_{eq} \\ \Rightarrow [A_{eq}] = [Lp_1 \ Lp_2 \ Lp_3 \ Lp_4 \ Lp_5]$$

- Se impone, en segundo lugar como criterio práctico, no utilizar condensadores que superen la carga reactiva propia de la barra a la cual se conectan, es decir que la restricción será:

$$[A][x] = [V_1^2 \Delta p_1 \ V_2^2 \Delta p_2 \ V_3^2 \Delta p_3 \ V_4^2 \Delta p_4 \ V_5^2 \Delta p_5]^t \leq [Q_{criticas}]$$

Se utilizó el voltaje nominal de barras en p.u., por lo que los $V_1^2 \dots V_5^2$ de la ecuación anterior valen uno, obteniéndose:

$$[A][x] = [\Delta p_1 \ \Delta p_2 \ \Delta p_3 \ \Delta p_4 \ \Delta p_5]^t \leq [Q_{criticas}]$$

de donde se obtiene que la matriz $[A]$ correspondiente a la condición $Ax \leq b$ es una matriz diagonal de dimensión 5×5 , y

b es un vector columna (5×1) formado por las cargas reactivas propias de las 5 barras críticas en su correspondiente orden.

- Finalmente se exige que la solución sea mayor o igual a cero para cada condensador a agregar. Esto corresponde a la restricción $0 = LB \leq x$ y en notación vectorial resulta:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^t = [LB] \leq [\Delta p_1 \ \Delta p_2 \ \Delta p_3 \ \Delta p_4 \ \Delta p_5]^t = [x]$$

IV. ANÁLISIS DE LA APROXIMACIÓN LINEAL

Con objeto de evaluar las fórmulas de aproximación lineal del margen de carga, se compararon los valores obtenidos sobre una red concreta aplicando el método de continuación hasta llegar al punto de colapso contra el valor obtenido con la aproximación lineal a medida que se variaron los parámetros seleccionados.

La mayoría de los datos que se manejan en los siguientes casos se encuentran expresados en por unidad (p.u.), habiéndose tomado como potencia base:

$$S_b = 100 \text{ MVA}$$

Caso base

La red utilizada es un modelo reducido de la red uruguaya, la que cuenta con 43 barras, 37 barras PQ y 5 barras PV y 1 barra Slack.

La carga total del sistema se incrementa desde un punto de operación inicial con una demanda de 1575.7 MW y 489.5 MVar.

Para la red utilizada se define un incremento de carga distinto de cero en barras de la ciudad de Montevideo, lo que da una dirección de incremento de carga que se llamará dirección Montevideo.

A continuación se presentan gráficas correspondientes al aumento del margen de carga estimado por la aproximación lineal frente a los valores obtenidos por el método de continuación.

En todas las gráficas se utilizan siempre las mismas cinco barras críticas:

MON1R150
MON_G150
MON_I_30
SCARL150
SCARL_30

Caso 1

En este caso se hizo variar la susceptancia correspondiente a la barra MON1R150 incrementándola desde 0 a 0.9 en p.u. en pasos de 0.1 p.u. Las demás barras se mantuvieron fijas en su valor inicial.

Caso 2

En este caso se hicieron variar las susceptancias correspondiente a las barras MON1R150, MON_130 incrementándolas desde 0 a 0.9 en p.u. en pasos de 0.1 p.u. en forma conjunta. Las demás barras se mantuvieron fijas en su valor inicial.

de 0.1 p.u. Las demás barras se mantuvieron fijas en su valor inicial.

Sin límites de generación

Aquí las barras críticas fueron las siguientes:

- MALD_150
- SCARL_30
- CGRIL150
- PDELE150
- ROCHA150

Se hizo variar la susceptancia correspondiente a la barra MALD_150 incrementándola desde 0 a 0.9 en p.u. en pasos de 0.1 p.u. Las demás barras se mantuvieron fijas en su valor inicial.

Red Uruguay completa

Se hizo un estudio con la red uruguaya completa con una dirección de incremento de carga en barras de Montevideo (Anillo de 150 kV) considerando límites de generación de reactiva en los generadores y sin considerarlos. Esta red está compuesta por 101 barras de carga y 11 barras de generación (de las cuales 1 es la barra Slack).

Al igual que en el caso base se analizó la aproximación lineal en las 5 barras críticas.

Con límites de generación

Aquí las barras críticas fueron las siguientes:

- SCARL_30
- MALD_150
- CGRIL150
- PDELE150
- ROCHA150

Se hizo variar la susceptancia correspondiente a la barra MALD_150 incrementándola desde 0 a 0.9 en p.u. en pasos

Conclusiones

De las gráficas se puede observar:

Red uruguaya reducida

- La aproximación lineal resulta ser muy buena en la mayoría de los casos para valores pequeños de compensación, en un rango de 0 a 0.4 p.u. de susceptancia.
- Para valores de susceptancia mayores a 0.4 p.u. el error relativo comienza a crecer rápidamente, pero manteniéndose en valores aceptables, llegando a ser un 2 %, para valores de 0.9 p.u. de susceptancia.

Red uruguaya completa

- La aproximación lineal no es buena en el caso en que los generadores alcanzan sus límites de generación de potencia reactiva (momento en que estas barras PV pasan a ser barras PQ) ya que se producen errores que superan el 10 %.

El origen de estos errores reside en el hecho de que la aproximación lineal no tiene en cuenta que al aumentar el margen de carga del sistema, algunas barras PV pueden pasar a PQ. Sin embargo, al realizar el cálculo del margen utilizando el método de continuación, (calculando el margen como la diferencia entre la máxima carga posible del sistema antes del punto de colapso sin la compensación y luego de la misma), sí se consideran las modificaciones del sistema. Estas alteraciones conducen a resultados disímiles utilizando uno y otro método.

- La aproximación resulta buena en un rango mayor en el caso en que se abren los límites de los generadores (evitando así que barras PV pasen a ser barras PQ).

V. CASO DE APLICACIÓN (UTILIZANDO FÓRMULA DE SENSIBILIDAD Y CRITERIOS DE OPTIMIZACIÓN)

En esta sección se estudió un caso concreto de mejora del margen de carga de una red utilizando las fórmulas de sensibilidad del margen L con respecto a la variación de susceptancia en las barras críticas. Como ya se ha indicado, la selección de los valores de susceptancia a agregar es hecha resolviendo un problema de optimización que tiene como objetivo minimizar la susceptancia total a agregar, por lo que se está minimizando el costo de los bancos de condensadores a instalar.

De esta forma, se toman como datos de entrada las condiciones del sistema en el punto de colapso y el incremento deseado del margen de carga y como salida se obtienen las barras dónde compensar y las susceptancias correspondientes a agregar, logrando una solución óptima.

En este caso de aplicación, la red estudiada es la del sistema uruguayo de transmisión, considerando una dirección de incremento de carga del "CIRCUITO NORTE", lo que significa que se aumenta la carga en todas las barras ubicadas al norte del país. Esta elección de la dirección de incremento

de carga se debe a que en el norte del país se encuentra una convertidora de frecuencia que permite el intercambio de energía con Brasil, que al utilizarla transfiriendo energía hacia Brasil provoca un aumento de carga del circuito norte, que es lo que se pretende simular en este ejemplo.

El incremento del margen de carga considerado es de un 5%.

La mecánica utilizada en este estudio es la siguiente:

Se determina el punto de colapso del sistema inicial, utilizando el método de continuación. De aquí se obtiene el margen de carga inicial, y todos los valores necesarios para aplicar las formulas de sensibilidad. La evolución de una de las barras críticas del sistema se encuentra graficada en color rojo.

Con las fórmulas de sensibilidad se calculan las susceptancias a agregar en las barras críticas.

Con estos valores de susceptancias se modifica el archivo de datos de la red y se vuelve a utilizar el método de continuación para determinar el nuevo punto de colapso y el nuevo margen de carga.

La evolución de la misma barra que se graficó para el sistema inicial se vuelve a representar en la misma gráfica, pero ahora de color verde.

Barras críticas

RIVE_150
VALEN150
EMART150
TYTR_150
MELO_150

Para el sistema inicialmente se tiene: **Disbif inicial =90.8646 MW** (margen de carga inicial)

Para lograr un incremento del margen de carga de un 5%, las formulas de sensibilidad dan las siguientes susceptancias a agregar en las respectivas barras:

x =	Barras_optimizadas =
0.0000	'RIVE_150'
0.0200	'VALEN150'
0.0630	'TYTR_150'
0.0000	'MELO_150'
0.0701	'EMART150'

Para el sistema final se tiene: **Disbif final = 95.1646 MW** (margen de carga final)

Nota: En el presente caso de estudio se dejaron los límites de los generadores abiertos, de forma que las barras PV no pasen a ser PQ.

De los resultados obtenidos se desprende que el margen de carga se incrementó en un 4.73 %, lo que representa un resultado muy bueno, considerando que las fórmulas desarrolladas utilizan una aproximación lineal para calcular el incremento del margen de carga. Existen estudios que utilizan aproximaciones cuadráticas para la obtención de las fórmulas de sensibilidad que a costo de incrementar la labor de cálculo, en algunos casos dan resultados más exactos que las aproximaciones lineales, [3].

También resulta interesante mencionar que si bien en este caso se estudió la sensibilidad del margen de carga frente al parámetro susceptancia, las fórmulas de sensibilidad son aplicables a la variación de cualquier parámetro del sistema.

Esto nos permite estudiar el comportamiento del margen de carga al variar diferentes parámetros, calculando una sola curva nariz o punto de colapso del sistema.

De esta forma, disponemos de un camino rápido para estudiar como reacciona el sistema al introducir distintos cambios, sin tener que resolver todas las ecuaciones del sistema cada vez. Es así que por este método se obtiene una gran flexibilidad para estudiar el comportamiento del sistema frente a diversos cambios, como pueden ser distintas direcciones de carga, agregado de bancos de condensadores, pérdidas de líneas del sistema y muchos otros parámetros.

VI. REFERENCIAS

- [1] C.A. CAÑIZARES, F.L. ALVARADO "POINT OF COLLAPSE AND CONTINUATION METHODS FOR LARGE AC/DC SYSTEMS" IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS VOL. 8 N° 1 FEB. 1993.
- [2] DAVID E. LUENBERGER "PROGRAMACIÓN LINEAL Y NO LINEAL" ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA. ISBN 0-201-64408-8.
- [3] SCOTT GREENE, IAN DOBSON, FERNANDO ALVARADO "SENSITIVITY OF THE LOADING MARGIN TO VOLTAGE COLLAPSE WITH RESPECT TO ARBITRARY PARAMETERS". IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 12, N° 1, FEBRUARY 1997.
- [4] I. DOBSON, "OBSERVATION ON THE GEOMETRY OF SADDLE NODE BIFURCATION AND VOLTAGE COLLAPSE IN ELECTRIC POWER SYSTEMS". IEEE TRANS. CIRCUIT & SYSTEMS, PART 1, VOL. 39, N° 3 MARCH 1992 PP 240-243.