Universidad de la República
Facultad de Ciencias Sociales
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Notas Docentes

Formación de precios y bienestar social en condiciones de existencia de poder de mercado e información imperfecta

Elvio Accinelli

Nota Docente No. 18

Formación de precios y bienestar social en condiciones de existencia de poder de mercado e información imperfecta

Elvio Accinelli*

*Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Lui Potosí. E-mail: elvio.accinelli@eco.uaslp.mx

Contents

1 Prefacio

En condiciones de competencia perfecta, todos los consumidores y productores son considerados tomadores de precios. Estos encuentran los precios dados y no existen comportamientos estratégicos. No obstante este supuesto puede no ser bueno cuando en el mercado hay sólo un pequeño grupo de agentes, estos agentes tendrán poder de mercado y por lo tanto podrán desarrollar estrategias que les permitan fijar precios por encima de los competitivos. Parecen razonables las dudas del propio Adam Smith, respecto a las posibilidades de funcionamiento de un mercado competitivo. La economía de mercado genera muchas veces incentivos a que los agentes se comporten en forma estratégica, no competitiva. En tanto que maximizadora de beneficios, la firma prefiere ser monopolista a competitiva. Preferirá fijar precios a tomarlos como parámetros, conseguir ete objetivo dependerá de las condiciones del mercado y de su capacidad estratégica.

El supuesto del comportamiento competitivo de la firmas, expresado en que éstas maximizan beneficios, supone tanto que los precios están dados y son independiente de la acción elegida por cada una de ellas, como que los objetivos del gerente y del propietario de la firma coinciden.

La teoría económica moderna discute estos dos supuestos basicamente agrupados el primero de ellos en el estudio de la existencia de poder de mercado (comportamiento monopólico) y el segundo en el llamado problema del agente y el principal, o más en general de la información imperfecta. Los intereses de los gerentes y de los propietarios de las firmas pueden no coincidir, la existencia de información imperfecta puede aparejar perjuicio moral para el propietarios. Abordaremos en este trabajo basicamente el primero de los dos aspectos mencionados, dedicándole de todas maneras, por la importancia del tema en la literatura moderna, el último capítulo al segundo de estos problemas.

Diferentes situaciones pueden llevar a la existencia de agentes con poder de mercado, en principio estas condiciones pueden plantearse tanto desde el lado de la producción (oligopolios) como desde el lado de los consumidores (monopsonios). Ciertos elementos estructurales del mercado pueden facilitar el comportamiento estratégico, como por ejemplo una determinada configuración de la demanda acompañada de un cierto tipo de tecnología que haga posible que sólo un pequeño número de empresas puedan obtener costos medios reducidos, o bien ventajas para la obtención de materias primas o bien la existencia de patentes que protejan determinado tipo de tecnologías. Por otra parte siempre está presente la posibilidad de que las empresas prefieran ponerse de acuerdo para repartirse el mercado antes que envolverse en una lucha competitiva.

En este trabajo discutiremos en su primera sección el proceso de formación de los precios bajo condiciones no competitivas y analizaremos las repercuciones en el bienestar de la sociedad de esta forma de fijar los precios. La necesidad de regulación aparece como respuesta a las distorsiones propias de cualquier situación no competitiva. Distorsiones que en algunos casos implican ineficiencia Paretiana y en otros que si bien no conllevan ineficiencia, suponen la apropiación de cantidades de excedente social en función de asimetrías o poder de mercado. Analizaremos la posibilidad de regular a las firmas monopólicas, y discutiremos las posibles alternativas bajo la perspectiva de mejorar la ineficiencia que la existencia del monopolio implica, sin introducir criterios de justicia distributiva, no porque ellos no tengan importancia sino porque su introducción supone escapartnos del objetivo del presente trabajo.

Clásicamente se muestra que la existencia de oligopolios o monopolios (un único agente productor) tiene efectos negativos en el bienesar social. Basicamente este argumento se apoya en la pérdida de excedente para el consumidor que el monopolio implica. El enfoque marshaliano nos permitirá medir la pérdida en el bienestar social, que la distorsión introducida por el monopolio conlleva. La medida de esta pérdida se basa en la diferencia entre los excedentes agregados producido por el mercado en el caso competitivo y en el caso monopoista. En contrapartida algunos autores, como [Williamson, O.E.], sostienen que el monopolio se sostiene gracias a la existencia de ventajas tecnológicas, posibles para una empresa monopolista, que redundan en la disminución de los costos, por lo que la pérdida de bienstar que el monopolio implica se vería reducida. En el caso de que el monopolio se mantenga sin ayuda de leyes de ningún tipo, se trata entonces del caso de un *monopolio natural*, en tanto que como veremos la asignación del monopolista es ineficiente tiene sentido la pregunta de si una intervención de un regulador puede aminorar la ineficiencia, si bien la respuesta es afirmativa, debe tenerse especial cuidado en analizar las formas de esta intervención.

Por otra parte es necesario destacar que situaciones en las que puede ejercerse el poder de mercado en forma diferenciada, pueden llevar a asignaciones eficientes pero que impliquen una pérdida total (o parcial) del excedente del consumidor el que será apropiado por el monopolista, la eficiencia lejos de significar menores beneficios para el monopolista, en general implica un incremento de estos. Discutiremos aquí este resultado y analizaremos condiciones bajo las cuales puede ser posible que la desmonopolización conlleve efectos perversos para el bienestar. Veremos también algunas consecuencias de posibles regulaciones sobre el monopolio, el problema del gestor social, luego presentaremos el enfoque de la teoría de juegos para el caso de ramas oligopólicas, la formación de coalisiones y acuerdos tácitos y finalmete haremos una breve referencia al problema del agente y el principal.

Finalmete analizaremos las repercusiones en el bienestar de los agentes económicos individuales, de los cambios en el nivel de precios. Junto con los precios varía el valor de la ruiqueza inicial de cada agente económico. Esto supone modificaciones en su demanda y consecuentemente en los niveles de bienestar alcanzados por cada uno de estos agentes, ya sea producido directamente por la variación en el precio de un determinado bien, o por la consecuente variación de su riqueza, que los cambios de precios de los bienes implica. Introduciremos una serie de herramientas que nos permitan medir esta variación en el nivel del bienestar de cada uno de los agentes, y finalmente, un índice para medir el bienestar social agregado del conjunto de la economía, al que hemos llamado Indice de Negishi. Vale la advertencia de que mucho de lo que se dirá en esta sección forma parte de trabajos de investigación más recientes del autor de estas notas, por lo que los resultados son aun parciales e incompletos, no obstante parecen ser de interés para el estudio de la relación entre bienestar social, bienestar individual de los agentes económicos y equilibrios walrasianos, por lo cual he decidido incluirlos.

2 Formación de precios monopolistas

En general, el hecho de que en un mercado pueda una empresa, en forma duradera, alcanzar beneficios extraordianrios, es un síntoma de que la competencia se encuentra de alguna forma impedida o dificultada, de otra forma la entrada de capitales, que se produciría, llevaría al mercado a sus niveles competitivos. Esto es precisamente lo que sucede en los casos en que una empresa se mantiene como monopolista.

2.1 Un precio homogeneo de monopolio

Comenzaremos esta sección analizando el comportamiento de un monopolista que busca maximizar su función de beneficios. La referencia básica para esta sección es el texto ya clásico [Mas-Colell, A. Whinston, M. Green J.]. Asumimos como conocida por el agente monopolista la demanda por su producto, la cual en función del precio escribiremos como $x(p)$. Asumiremos que es continua y que decreciente con el precio para todo p tal que $x(p) > 0$. Supondremos también la existencia de $\bar{p}$ tal que para todo $p < \bar{p}$ $x(p) = 0$. El costo para producir una cantidad q del producto en custión es $c(q)$.

El problema del monopolista en estas condiciones será:

$$Max_p \; px(p) - c(x(p)) \tag{1}$$

Usaremos una formulación equivalente, más conveniente para este problema , pensando en un monopolista que elige cantidades a producir. Para esto escribiremos la función inversa de la demanda $p(\cdot) = x^{-1}(\cdot)$ usando esta formulación el problema (1) puede escribirse en la forma:

$$Max_{q\geq 0}\; p(q)q - c(q) \tag{2}$$

Obsérvese que a diferencia del caso de competencia perfecta, aquí el precio del bien no está dado, sino que depende de la cantidad que el monopolista elija en función de su propio bienestar. Este es el punto central de toda la discusión posterior.

Asumiremos en lo que sigue que tanto $p(\cdot)$ como $c(\cdot)$ son funciones dos veces diferenciables para todo $q \geq 0$ y que $p(0) < c'(0)$. Suponemos también la existencia de un único producto q_s socialmente óptimo para el que $p(q_s) = c'(q_s)$.

En las condiciones preestablecidas la solución de este problema puede obtenerse a partir de las condiciones de primer orden,[1] para la cantidad óptima monopolista q_m se tiene que:

$$p'(q_m)q_m + p(q_m) \leq c'(q_m), \text{con igualdad si } \; q_m > 0. \tag{3}$$

El término de la izquierda de la inecuación anterior es conocido como como la renta marginal.

Bajo la condición asumida de $p(0) > c'(0)$ la desigualdad (3) se satisface para valores $q_m > 0$ por lo tanto se sigue que la cantidad óptima verifica la igualdad

$$p'(q_m)q_m + p(q_m) = c'(q_m). \tag{4}$$

Para el caso típico $p'(q) < 0$ para todo $q > 0$ por lo que para q_m se cumple que $p(q_m) > c'(q_m)$ por lo que el precio en las condiciones de monopolio excede el óptimo social, consecuentemente la cantidad monopolista q_m es menor que la que se produciría en condiciones de competencia perfecta: q_s.

2.2 Ineficiencia y pérdida bienestar social agregado

La pérdida de bienestar producida por la distorsión provocada por el término $p'(q_m)q_m$ es conocida como la *pérdida por el peso muerto del monopolio (PMM)*. Esta pérdida puede ser medida en términos marshalianos:

$$\int_{q_m}^{q_s} [p(q) - c'(q)]dq > 0. \tag{5}$$

Este valor corresponde al área comprendida entre las funciones $p(q)$ decreciente con q y $c'(q)$ creciente, limitad por las rectas paralelas al eje de las ordenadas q_m y q_s. Donde q_m se obtiene por

[1] El hecho de que q_m satisfasga ls condiciones e primer orden depende de que la función objetivo sea cóncava en el intervalo $[0, q^0]$. La concavidad en este caso no se sigue sólo de la convexidad supueta de la función de costos, también depende de la concavidad de la función inversa de la demanda. Esta concavidad puede ser violada en muchos casos, en definitiva esto depende de las características de la demanda como función de los precios.

el corte de $p(q) + p'(q)q$ y $c'(q)$ mientras que q_s se obtine a partir del corte de $p(q)$ y $c'(q)$, siendo que $p(q) + p'(q)q < p(q)$ se sigue que $q_m < q_s$.

La ineficiencia del monopolio se mide precisamente por esta pérdida en el bienestar social agregado. La ineficiencia paretiana del monopolio, radica en que es posible mejorar el bienestar tanto del monoplista como de los consumidores. Basta para convencerse de esto, pensar en que el monopolista puede ofrecer una unidad más de su producto, por encima del precio marginal, lo que le produce beneficios tanto al monopolista como al consumidor que accede a esta unidad y que está dispuesto a pagar este precio. Equivalentemente el monopolio supone una pérdida en la suma del excedente del consumidor más el excedente del productor, respecto a la misma suma en el caso de competencia perfecta. $(CS_s + PS_s) > (CS_m + PS_m)$. La diferencia entre estas dos sumas es precisamente el peso muerto del monoplio $(CS_s + PS_s) - (CS_m + PS_m) = PMM > 0$.. El valor CS_s corresponde al excedente del consumidor en el caso de competencia perfecta y se representa por el área comprendida entre la curva inversa de la demanda $p(q)$ y la recta correspondiente al precio de competencia $p(q_s)$. Es decir $CS_s = \int_0^{q_s}[p(q) - p(q_s)]dq$. Mientras que el excedente del productor en el caso competitivo $PS_s = \int_0^{q_s}[p(q_s) - c'(q)]dq$. Los valores correspondientes a los excedentes del consumidor y del productor en el caso monopolista son repectivamente iguales a: $CS_m = \int_0^{q_m}[p(q) - p(q_m)]dq$ y $PS_m = \int_0^{q_m}[p(q_m) - c'(q)]dq$.

Otra forma de medir la ineficiencia del monopolio consiste en medir la disminución en la demanda de factores que el monopolio implica, respecto a esta demanda bajo competencia perfecta. Esto puede valorarse a partir de consider al monopolista maximizando su función de beneficios para la tecnología representada por $f : R^n_+ \to R$ definida como $y = f(x)$. El programa de maximización

$$\begin{array}{l} \max_x p(y)y - wx \\ s.a. \quad y = f(x), \end{array} \tag{6}$$

donde $wx = \sum_{i=1}^n w_i x_i$; siendo w_i el precio del factor $i-$ésimo y x_i la correspondiente demanda; conlleva que la solución maximizadora verifique la ecuación:

$$\frac{d\,(p(y)y)}{dy}\frac{\partial y}{\partial x_i} = w_i.$$

Luego siendo $\frac{d(p(y)y)}{dy} < p$ se sigue que la demanda por el factor $i-$ésimo es menor que en el caso de competencia perfecta.

Se denomina *índice de poder del monopolio* al número $\frac{p_m - c'(q_m)}{q_m}$ donde p_m es el precio del monopolista, q_m el producto del monopolista, y $c'(x_m)$ el costo marginal evaluado en x_m. Este índice, que mide la distrosión en el mercado que el monopolio implica, es siempre igual a la inversa de la elasticidad relativa de la demanda del producto respecto de su propio precio[2], evaluada en p_m. Obsérvese que de la forma acá discutida el monopolista ejerce su poder de mercado en forma ineficiente, entre otras cosas porque no discrimina entre consumidores. Impone a la sociedad un precio homogéneo, que si bien le permite obtener beneficios positivos, el poder de mercados es aun deficientemente utilizado. Diferenciar entre consumidores de acuerdo a su disposición a pagar por el bien, le daría aun maás beneficios. No obstante hay que anotar que las posibilidades de discriminar no siempre existen. Discutiremos más adelante esta forma más eficiente de ejercer el poder de mercado y sus repercusiones en el bienestar de la sociedad.

La discusión tanto empírica como teórica de la importancia real de las pérdidas por la ineficiencia que el monopolio implica, ha sido ampliamente desarollada. Como ya se dijo en contraposición al planteo anteriormente de la pérdida de bienestar social que el monopolio conlleva, hay quien sostiene que el monopolio logra sostenerse por la existencia de ventajas técnicas en forma de ecomías de escala para el monopolista. Esto supone una dismisnución del costo, lo que se traduciría en un posible aumento del excedente del monoplista por encima de la pérdida de excedente de los consumidores. Más aun, sostienen que el excedente del monopolista se eleva por encima de la pérdida de excedente del consumidor, hecho que implica un aumento neto en el excedente comercial de la sociedad. Quienes sostienen este argumento estiman que la reducción del costo por la existencia del monopolio tiene verdadera significación, siendo esto básicamente la causa de un aumento en el excedente global.

A continuación discutiremos este enfoque y veremos las condiciones que pueden hacer que un monopolio sea sostenible sin la existencia de barreras legales que impidan la libre entrada de competidores.

3 Sustentabilidad del monopolio y bienestar social

Conocidos los efectos negativos para el bienestar social que la existencia de poder de mercado implica, es de especial interés conocer condiciones que hacen que este poder se mantenga aun sin trabas legales a la entrada de ningún tipo, es este el caso del llamado monopolio natural, y es para este caso que debemos discutir políticas regulatorias que tienda a hacer desaparecer la ineficiencia producida por la monopolización. Pasaremos a discutir entonces el concepto de monopolio natural. Una discusión muy rica del concepto de monopolio natural puede verse en [Segura, J.], aunque la

[2] Recordamos que se denomina elasticidad relativa de la demanda del producto, respecto a su propio precio, en p, al número $\eta(p) = \frac{p}{x(p)}\frac{dx(p)}{dp}$, siendo $x(\cdot)$ la función de demanda. Como puede comprobarse fácilmete a partir de (4) se tiene que $p_m = c'(q_m)\left(1 + \frac{1}{\eta(p_m)}\right)$. Sigue de esta igualdad que el monopolista opera siempre en regiones donde $p : \eta(p) < -1$.

referencia original es [Baumol, W. Panzar, Y., Willig, R.].

Salvo que se tenga éxito en la creación de barreras a la entrada de potenciales competidores o restricciones legales que concedan privilegios monopolistas a una determinada empresa, la duración en el tiempo de un monopolio sólo puede deberse a la existencia de ventajas absolutas en los costos. La forma más inmediata de modelar esta situación, pero no la única como veremos, es la de suponer costos decrecientes, esta es la forma tradicional de introducir lo que se llama el monopolio natural. Este supusto sobre los costos es el que muchas veces se ha utilizado para justificar determinado tipo de producción monopolista como la gneración y suministro de la energía eléctrica, transposrtes, telecomunicaciones, abastecimiento de agua, transporte colectivo en las grandes ciudades, etc.

En el tema del monopolio natural aparecen dos conceptos que es necesario distinguir, primero el de *sostenibilidad* es decir el de las condiciones que hacen posible la existencia del propio monopolio sin que la entrada de nuevos competidores acaben con él. El segundo, es el propio concepto de monopolio natural, que no siempre requiere la existencia de rendimientos crecientes. Trataremos ambos temas a seguir, en primer lugar considerando la producción de un único bien.

Supongamos una empresa monopolista que hace frente a unos costos $C(q)$ y una función de demanda dada por $x(p)$. Supongamos que la empresa actúa en un mercado de libre entrada y que trata de evitar la entrada de competidores eligiendo precios y cantidades. Los posibles competidores si entran tendrán los mismos costos que la empresa hasta ahora dominante.

Definición 3.1. *Decimos que el* monopolio es sostenible *si bajo los siguientes supuestos:*

1. *Libre entrada*

2. *El monopolista elige el precio p_m y produce el total de la demanda a ese precio, $q_m = x(p_m)$.*

3. *Si se produce una entrada el monopolista no cambia el precio sino que satisface la demanda residual al precio elegido p_m.*

No se produce la entrada de competidores.

3.1 Análisis de la sustentabilidad del monopolio basada en costos

Supongamos que la curva de costos medios $CM(\cdot)$ es convexa y alcanza un mínimo en q_{min} igual a $CM(q_{min})$. Supongamos entonces los siguientes dos escenarios posibles:

1. *Escenario 1:* La demanda D_1 corta a la curva de costos medios en el punto (q_1, p_1) tal que $q_{min} < q_1$ y $p_{min} < p_1$ siendo $p_{min} = c(q_{min})$ y además $q_1 = x(p_1)$ y $p_1 = CM(q_1)$. El monopolista necesariamente debe elegir esta cantidad y este precio, ya que de elegir un

precio inferior $p_2 < p_1$ produciría una cantidad q_2 tal que $x(p_2) = (q_2)$ siendo $CM(q_2) > p_2$ por lo que incrriría en ṕredidas igual a $[CM(q_2) - p_2]q_2$. Y si eligiera un precio $p_3 > p_1$ el competidor entraría con precios p_1 y expulsaría al monopolista. Veamos entonces que esta posición no es sostenible por el monopolista. En efecto el competidor podría entrar con un precio $\bar{p}$ tal que $p_{min} < \bar{p} < p_1$ ya que no está obligado a satisfacer la demanda del mercado, por lo tanto entrará produciendo $\bar{q}$ tal que $CM(\bar{q}) < \bar{p}$ obviamente $\bar{q} < x(\bar{p})$.

2. *Escenario 2:* Supongamos ahora que la función de demanda $x(p)$ corta a la función de costos medios en su tramo decreciente, es decir en un punto (q_2, p_2) tal que $q_2 < q_{min}$ con $p_2 > p_min$, siendo $q_2 = x(p_2)$ y $p_2 = CM(q_2)$. Veremos entonces que unicamente en este caso el monoplio es sotenible. En efecto el entrante no puede hacer una oferta mayor que q_2 sin entrar en péridas, pues el precio que está dispuesto a pagar el mercado para una oferta igual a $q > q_2$ es menor que el correspondiente a $CM(q)$. En este caso estamos en la región donde producir menos que q_2 tiene costos medios mayores, es decir donde existen rendimientos crecientes a escala.

Obsérvese que con este análisis se obtiene un resultado similar al que obtuvimos en la sección anterior, pues también allí ubicamos al monopolista ofertando a un precio p_m mayor al costo medio mínimo (valor igual al precio de competencia perfecta) y una cantidad q_m menor a la que minimiza el costo medio mínimo (cantidad igual a la ofertada en el caso de competencia perfecta). Si esta fuera la única situación posible la sustentabilidad de un monopolio sólo podría darse si existen rendimientos crecientes a escala (tal es el enfoque tradicional). Por otra parte concluiríamos en una pérdida absoluta de bienestar social en presencia de monopolios.

No obstante esta no es la única posibilidad que permite justificar la existencia del monopolio. Analicemos el caso de costos subaditivos.

Definición 3.2. *Se dice que la función de costos $c(q)$ es subaditiva para un volumen de producción dado si*

$$c(q) < \sum_j c(q_j)$$

$$q = \sum_j q_j.$$

Ejemplo 3.3. *Supongamos una tecnología que tiene asociada una curva de costos dada por:*

$$c(q) = a + bq^2, \quad (a, b > 0.)$$

Comparemos los valores de $c(\bar{q}) + c(q - \bar{q})$ contra $c(q)$ y determinemos los volúmenes de producción para los cuales es más conveniente producir en una sola empresa que en dos.

$$c(\bar{q}) + c(q - \bar{q}) > c(q). \tag{7}$$

El mínimo para $c(\bar{q}) + c(q - \bar{q})$ se obtiene cuando $\bar{q} = \frac{q}{2}$. Esto supone que las dos firmas producen la misma cantidad. Sustituynedo en (7) obtenemos que la desigualdad se cumple si para valores de q tales que $2c(\frac{q}{2}) < c(q)$ es decir si $q < (2a/b)^{\frac{1}{2}}$. El costo medio mínimo de una sola firma se alcanza para $\bar{q}$ tal que $\frac{d}{dq}\left(\frac{a}{q} + bq\right)|_{q=\bar{q}} = -\frac{a}{\bar{q}^2} + b = 0$, es decir $\bar{q} = (a/b)^{\frac{1}{2}}$ es decir que si la demanda del bien es una cantidad q para la que se verifica que $(a/b)^{\frac{1}{2}} < q < (2a/b)^{\frac{1}{2}}$ entonces es preferible en ese caso operar con una sola firma no obstante no ser la región $(a/b)^{\frac{1}{2}} \leq x \leq (2a/b)^{\frac{1}{2}}$ una región de costos decrecientes. La existencia de un reducido número de empresas, en este caso es una situación pero desde el bienestar social que la correspondiente a la existencia de una sola empresa monopolista. No obstante si la demanda aumenta entonces es posible que sea preferible operar con dos empresas.

Obsérvese que la firma podría operar como monopolio natural, en una región con rendimientos decrecientes a escala, por lo que en determinadas, condiciones puede ser preferible operar con una única empresa. El concepto de monopolio natural se transforma ahora en algo más flexible, como antes depende tanto de la función de costos como de la demanda que se quiera satisfacer, pero la región de posibilidades de existencia de un monoplio natural se extiende. Es más rica que la definición que se basa unicamente en el concepto de costos decrecientes a escala. No hay que dejar de notar que los costos decrecientes sólo pueden existir dentro de determinados límites de la producción. El concepto de monopolio natural es un concepto ahora relativo a los costos en un sentido más amplio que en el caso clásico y a la demanda, y por lo tanto no son los rendimientos crecientes a escala su única explicación posible. Este enfoque muestra además que la sustitución de la estructura monopolista por una en la que un conjunto relativamente pequeño de empresas conlleva, al introducir costos mayores de producción, pérdida de bienestar social.

El estudio de la sustentabilidad y la naturalidad del monopolio se vuelve más complicado si suponemos que la empresa monopolista produce más de un bien en forma monopolística, siendo capás en consecuencia de determinar el precio de los bienes que produce, sobre los que ejerce su poder de mercado. La entrada de competidores se verá entonces facilitada pues estos no tendrán por qué producir todos los bienes que fabrica la empresa establecida. Ahora el concepto de monopolio natural no puede ser ajeno a la no existencia de subsidios cruzados. Un monopolio que para mantener su condición de tal debe fijar una estructura de precios que impliquen subsidios cruzados no será natural. En este caso, entrarán competidores que ofrecerán el producto cuyo precio subsidia la producción a precios más bajos, de esta forma el monopolista se verá expulsado del mercado de este bien y consecuentemente el monoapolio será insostenible. Un factor importante a tener en cuenta en elmomento de analizar la sustentabiliad de un monopolio que produce bienes diferentes en el de *economías de alcance.*

Definición 3.4. *Decimos que hay economías de alcnace si $C(x, y) < c(0, y) + c(x, 0)$, es decir los costos asociados a la producción conjunta de los bienes x e y son menores que los obtenidos si se producen en forma separada.*

Este concepto está estrechamente ligado al de la subaditividad de los costos pero referido a la existencia de firmas que producen bienes diferentes: $c(x) < \sum_j^n c_j(x_j)$ donde n es el número de bienes diferentes que se producen en la rama, $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ $c(x)$ es el costo asociado a producir los n bienes en cantidades x_j en conjunto por el monopolio, mientras que $c_j(x_j)$ es el costo de producir por separado el bien j. Obsérvese que el monopolio no será natural de no existir economías de alcance.

4 Otros esquemas para la fijación de precios

El monopolista desea maximizar su función de beneficio. Bajo determinadas circunstancias, le es posible establecer precios en forma diferente a los que resultan del problema (1). Como sea todos estos equemas alternativos están basados en la posbilidad que el monopolista tiene de fijar precios. En tanto que la solución del monopolista no es un óptimo de Pareto, algunos de estos esquemas alternativos pueden significar una mejora para el conjunto de la sociedad, (el monopolista y el resto), eventualmente pueden hacer que la oferta del monopolista sea la de competencia, llevando así al mercado a la eficiencia, obviamente esto supone un aumento en el bienestar social agregado. Las técnicas de fijación de precios que discutiremos pueden ser usadas tanto por un regulador como por una firma no regulada. La diferencia está en que el regulador buscará maximizar el bienestar del conusmidor, mientras que una firma no regulada buscará maximizar su beneficio. En la mayoría de los casos la diferencia estará en que el monopolista no regulado agregará a sus estructuras de precios, transferencias directas de los consumidores hacia la firma, por ejemplo cargando membresías anuales, o tasa por el servicio, etc...

Ejemplos:

(a) Pago de una *cuota de ingreso* fija.

(b) Discriminación por preciso.

(c) Precios correspondientes a demandas pico-valle.

(d) Fijar precios por el costo marginal más una tasa, $p = c + t$.

(e) Ofrecer la opción pagar cuota fija F o pagar tasa t.

(f) Discriminación por características del consumo de diferentes grupos de consumidores.

4.1 Comentarios generales a las formas de discrminación

Estas formas de ejercer el poder de mercado, dan lugar en la mayoría de los casos aun aumento de la eficiencia, acompañada de un aumento del beneficio del monopolista y al bienestar de una parte de los consumidores. El excedente apropiado por el monopolista, bajo estos esquemas, aumenta, pero a la vez se puede producir la entrada al mercado de nuevos consumidores, dispuestos a pagar un precio mayor o igual que el competitvio pero menor que el del monopolista. Estos mecanismos, al diferenciar entre los compradores, pueden permitir a potenciales consumidores transformarse en consumidores una vez que suponen para algunos casos, precios menores que los que un monopolista no discriminador impondría en forma homogénea a la sociedad.

Algunos comentarios primarios a estas alternativas son las siguientes,

- La fijación de una cuota de ingreso fija puede llegar a ser igual a todo el excedente del consumidor, esto daría lugar a fijar el precio unitario por el consumo del bien en el valor competitivo. Como en el caso de las discriminación perfecta (al que nos referiremos en la sección siguiente), el monopolista obtendría el excedente total y produciría la cantidad competitiva. En este caso estaríamos ante una situación de Pareto eficincia. Observe que en principio la cuota de ingreso podría imponerse, en la medida en que sea posible discriminar entre ellos, solamente a una parte de los consumidores, esto haría qu quienes no paguen la cuota accedan al bien al precio competitivo.

- La alternativa [(e)] es Pareto superior a las opciones [(a)] y [(d)] por separado y respecto a la fijación de un precio uniforme Establece un precio no lineal, hasta cierta cantidad x_0 el consumidor elige pagar $p = c + t$, para valores mayores eligirá pagar la cuota y luego $p = c$ pues si $x \geq x_0$: $cx + F \leq (c + t)x$. Los consumidores y el monopolista mejoran respecto a las otras alternativas. uniforme

- Existen esquemas más complicados de precios no uniformes. Las tarifas pueden ser múltiples.

- Tarifas que afectan en forma diferente a diferentes servicios. Ejemplo el mantenimiento del aparato instalado y el uso del servicio, como en el caso del servico telefónico.

- De acuerdo a lo ya señalado, las opciones [(a)] y [(d)] pueden dar lugar a una asignación eficinete, basta para esto que el monpolista fije el precio competitivo, y cobre como tasa de ingreso todo el excedente del consumidor. Como está claro la eficiencia y la justicia social pueden ser, en prncipio, criterios diferentes, no obstante estas situaciones en las que el monopolista obtiene beneficios adicionales respecto del monopolista que fija su precio óptimo en forma homogenea, pueden dar lugar a la vez, a una elevación del bienestar de los consumidroes, al permitir que consumidores dispuestos a pagar precios más bajos que el que fijaría en forma homogénea un monopolista, accedan al consumo del bien en cuestión.

- La alternativa [(f)] supone precios uniformes en el interior de cada grupo, pero diferentes entre los mismos. Son ejemplos de este tipo de discriminación los predios de pasajes aéreos discriminados en pasajes de primera, de clase ejecutiva y de clase turista. Nótese que esta diferenciación puede dar lugar a que un grupo mayor de indivduos accedan al bien al poder mantener la empresa precios menores (obviamente no menores que el costo marginal) a los que corresponde al precio de monopolio. Mientras que algunos grupos transferirán al monopolista excedente positivo otros, caso de consumidores que paguen el precio competitivo, no transfieren excedente. La no transferencia de excedente no debe confundirse con pérdidas para la firma monopolista, pues la misma no deja de cobrar un precio mayor o igual al competitivo, lo que supone, en equilibrio, precio igual a costo marginal igual a costo medio.

Discutiremos a continuación, en forma diferneciada, por su importancia teórica y práctica los resultados relativos a un fijación de precios en forma no homgenea. Nos referimos a la imposición de precios diferentes para diferentes grupos sociales. En un extremo de esta posibilidad discriminatria se encuentra la posibilidad de imponer a cada individuo un precio diferente, en el otro extremo solamente existen dos grupos diferenciados y dosprecios diferentes para un mismo bien, o dos diferentes mercados para un mismo producto. La fijación de precios no homogéneos debe implicar la no posiblidad de renegociación posterior entre los individuos de diferentes grupos.

4.2 Discriminación vía precios

En determinados casos el monopolista puede discriminar entre diferentes consumidores, por gustos, ingresos, edad, ubicación geográfica y fijar precios diferentes de acuerdo a estas características diferentes. Se produce discriminación de precios cuando se vende el mismo bien a consumidores diferentes a distintos precios, y si la diferencia de precios no está justificada por diferencias de costos. En este caso puede venderse a consumidores que tienen una preferencia mayor por el bien a un precio superior, mientras que a los restantes se vende por el precio marginal Ejemplos de estos casos son los servicios de transporte o diversión que ofrecen precios diferneciados según la edad del consumidor. Libros de tapas duras o rústicas, buscando diferenciar entre consumidores demostrativos y no. Esquemas similares a este son los utilizados para fijar precios en el caso de deamandas pico-valle, cobrando por la capacidad instalada a aquellos consumidores de las horas pico. La discriminación absoluta supone que el monopolista es capaz de de descubrir al comprador dispueto a pagar el precio más alto, al que está dispuesto a pagar de acuerdo a la siguiente evaluación más alta, y asísucesivamente, no obstante esto no siempre es sencillo de hacer. Este tipo de discriminación se denomina de primer grado. En el caso de que el monopolista consiga discriminar con exactitud a todos los conusmidores, puede ofertar productos a precios decrecientes hasta el equivalente al costo marginal. En este caso todo el excedente del conusmidor pasaría al monopolista, lo que implica una asiganción Pareto eficiente, en la cual el consumidor sede todo su excedente al monopolista. Obsérvese que en este caso se estaría ofertando el producto en la cantidad competitiva, pero todo el excedente sería apropiado por el monopolista. Algunas alternativas viables se presentan cuando se puede discriminar por grupos. Cosnideremos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 4.1. *Supongamos que el monopolista puede ubicar en dos mercados diferentes un mismo bien. asumimos que son mercados aislados, y que el monopolista puede cargar precios diferentes. Llamaremos q_i a la oferta del monopolita en el mercado $i = 1, 2$. El objetivo del monopolista será entonces maximizar su función de beneficios:*

$$\pi(q_1, q_2) = q_1 p_1(q_1) + q_2 p(q_2) - c(q_1 + q_2).$$

Las CPO para este problema son:

$$0 = \frac{\partial \pi(q_1^m, q_2^m)}{\partial q_i} = I_i'(q_i^m) - c_{q_i}'(q_i),\ i = 1, 2.$$

Consecuentemente se obtiene que $I_1'(q_1^m) = I_2'(q_2^m)$ lo que implica que

$$p_1^m(1 + 1/\eta_1) = p_2^m(1 + 1/\eta_2)$$

De donde se deduce que $p_1^m > p_2^m$ si $\eta_1 > \eta_2$ o teniendo en cuenta que la elasticidad es negativa $|\eta_1| < |\eta_2|$, es decir que un monopolista discriminador elegirá un precio mayor en el mercado con menor elasticidad de la demanda.

Ejemplo 4.2. *Los precios pico-valle, son generalmente considerados por la autoridad regulatoria para el caso de las companías eléctricas, telefónicas, y de transposrte, en general para casos donde el bien no puede ser almacenado, o intercambiar consumo en momento valle por consumo en momneto pico. En estos casos se supone que durante los períodos de baja demanda la capacidad instalada no es totalmente utilizada, por lo que producir una unidad adicional del producto (transportar un pasajero más, o generar una unidad más de energía) no afecta a la capacidad instalada, por lo que esta unidad se cobrará al precio marginal. No obstante en el pico, producir una unidad adicional supone conseguir más capacidad, supongamos que el precio (por unidad de capacidad) de conseguir la capacidad necesaria para producir una unidad adicional sea r.*

El costo de la unidad en ese período será $c+r$. Es decir que los consumodores de la temporada pico serán quienes paguen la inversión en capacidad, los consumidores de temporadas valle pagarán solamente los costos operacionales. Estos precios pico valle, son muchas vences impuestos por la autoridad regulatoria que requiere la información de la firmas reguladas. Un problema adicional es que posible sustitución entre consumo del bien en pico o en valle, por ejemplo ciertas llamadas telefónicas se posponen para la noche.

Un problema más complicado se presenta cuando la totalidad de la capacidad se llega a utilizar en ambos períodos, el problema entonces es como repartir el pago de la capacidad.

5 La regulación del monoplio

La determinación de precios óptimos a partir de los costos de la empresa, y en la medida en que sean precios libres de subsidios, dan una medida de cuanto está la sociedad dispuesta a pagar por el bien. No obstante la determinación de precios por costos, en principio no atiende a consideraciones sobre el bienestar social. Esto hace que en muchas ocasiones la intervención del planificador tenga sentido. Es unicamente para el caso de monopolios naturales que debemos analizar las posibles formas de, mediante regulaciones, evitar o al menos disminuir la ineficiencia y la pérdida de bienestar ocasionada por su existencia. En otro caso bastará derogar las leyes que impeden la libre entrada.

La forma aparentemente más sencilla de regular, por parte de un planificador central benefactor, sería la de obligar a las empresas a vender por su costo marginal. Como veremos esta es la única que da lugar a la asignación eficiente. No obstante esta sencilla regla no es aplicable. Pues si el monopolio es natural, presenta economías de escala, el costo medio es mayor que el costo marginal para todos los valores relevantes de producción, por lo tanto obligada a vender al precio marginal incurriría en pérdidas. Luego:

1. Una empresa privada no estaría dispuesta a producir en estas condiciones y
2. si fuera pública se financiaría generando ineficiencias en otros mercados.

Comenzaremos definiendo una forma de medir el bienestar social asociado a la producción de un bien. Esta consiste en valorar este bienestar de acuerdo a lo que la sociedad gana por producir el bien en una cantidad determinada menos el costo de producirlo bajo condiciones de mercado y tecnológicas determinadas.

Sea $x(p)$ la cantidad producida del bien x a precios p y sea $c(x(p)$ el costo asociado a la producción de este bien. Podemos medir el bienestar social asociado a la producción de dicho bien en la cantidad $q = x(p)$ mediante la función

$$W(\bar{p}) = \int_{\underline{p}}^{p'} x(p)dp + p'x(p') - c(x(p')), \tag{8}$$

donde $\bar{p}$ es un precio tal, que el bien no se produce para $p < \underline{p}$. Equivalentemente el valor del bienestar social puede obtenerse a partir de la expresión:

$$W(q') = \int_{0}^{q'} [p(x) - c'(x)]dx, \tag{9}$$

$p(x)$ representa el valor inverso de la demanda siendo $q' = x(p')$. De esta forma el máximo bienestar social puede alcanzarse bajo la regla precio igual costo marginal. Lo mismo puede probarse si consideramos como utilidad social, una función de utilidad que sea la suma ponderada de las utilidades individuales, $\sum_h \lambda_h u_h(x_h) - c(x)$ siendo x_h el consumo de cada agente cuya utilidad es u_h y tal que $x = \sum_h x_h$.

Entonces un regulador deseoso de obtener el máximo bienestar social debería en principio, imponer esta regla al monopolio, la que por otra parte no plantea problemas de sustentabilidad del monopolio, pues ningún competidor entraría vendiendo a precios inferiores al costo marginal.

Dado que esta regla no es posible de imponer, busquemos soluciones alternativas que nos lleven a un incremento en el bien estar social.

5.1 Formas de regulación

A continuación entraremos en el problema de la regulación del monopolio, considerando dos posibilidades, (1) Imposición de límites a la tasa de beneficios, (2) control de precios. Finalmente la discusión del caso en que se imponen precios no basados en costos.Supondremos acá la existencia de un monopolio natural, en el sentido de que no tiene ayuda legal de ningún tipo para mantener su posición dominante. Desde el punto de vista de la eficiencia técnica suponemos que es mejor una sóla empresa que más empresas

Analicemos diferentes técnicas regulatorias particulare, utilizadas para disminuir la ineficiencia propia del monopolio, las que combinan control de precios e imposición de tasas. Analizaremos *impuestos al beneficio, impuestos de cuantías por unidad de producto, impuestos ad valorem, imposición de límites a la tasa de beneficios, y el control directo de los precios de venta*

5.1.1 Impuestos al beneficio

Se impone una tasa t al beneficio monopolista, de esta forma el beneficio pasa de ser $\pi(x)$ a ser $(1-t)\pi(x)$. El nivel óptimo de producto se elige como antes maximizando $\pi(x)$ por lo que no hay cambio en la oferta del monopolista, ni en los precios ni en la demanda por insumos. Es lo que se llama una tasa neutral. No obstante no hay mejora en la eficiencia.

5.1.2 Impuestos de cuantía por unidad de producto

Comencemos con el caso de un impuesto de cuantía t por unidad de producto, el beneficio se expresará entonces como:

$$\pi(x,t) = [p(x) - t]\, x - c(x). \tag{10}$$

Las condiciones de máximo son:

$$\begin{aligned} &xp'(x) + p(x) - t - c'(x) = 0 \quad (a) \\ &2p'(x) + xp''(x) - c''(x) < 0 \qquad (b) \end{aligned} \tag{11}$$

Derivando con respecto a x en la ecuación (11 a) y considerando la ecuación (11 b) obtenemos que

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2p'(x) + xp''(x) - c''(x)} < 0 \tag{12}$$

lo que implica que un impuesto de este tipo restringe aun más la oferta, lo que es natural al significar un aumento en los costos marginales. A la vez que las relaciones

$$\frac{dp(x(t))}{dt} = \frac{dp(x)}{dx}\frac{dx(t)}{dt} > 0$$

muestran un aumento en el nivel de precios.

Derivando la ecuación (10) y considerando la ecuación (11 a) vemos que hay una pérdida de beneficios igual a $-x(0)$ pues

$$\frac{d\pi}{dt} = -x(t) < 0.$$

Además el monopolista transfiere al consumidor una pérdida de bienestar mayor que la suya por la imposición de la tasa. Para ver esto observe que $(p(x_t) - p(x_m)x_t \geq tx_t$. Es decir que el consumidor pierde más que lo que paga el monoplista a la autoridad central. Observe que:

$$(p(x_t) - p(x_m) = [c'(x_t) - x_t p'(x_t)] + [c'(x_m) - x_m p'(x_m)] + t, \tag{13}$$

donde x_t y x_m corresponden respectivamente a la producción en el caso de existencia de una tasa y a la óptima para el monopolista. Siendo positivos los dos primeros sumandos del lado izquierdo de la ecuación (13) se sigue que $p(x_t) - p(x_m) \geq t$.

Por otra parte hay un exceso de gravamen, es decir se pierde más beneficio de lo que se recauda. Para ver esto definimos:

- π_m beneficio monopolista no gravado, $\pi_m(t)$ beneficio gravado por la tasa t.
- luego: $\pi_m - \pi_m(t) = A + tx(t)$. Siendo $A = [p(x(t))x(t) - c(x(t))] - p(x_m)x_m - c(x_m) > 0$
- se sigue que $\pi_m \geq \pi_m(t) + tx(t)$

Por lo que seía preferible un pago en una sola vez igual a $\pi_m - \pi_m(t)$ que la imposición de la tasa.

5.1.3 Impuestos ad valorem

En el segundo ejemplo suponemos que la autoridad regulatoria impone una tasa τ a los beneficios brutos del monopolista. El problema del monopolista es entonces el de resolver el siguiente problema de maximización:

$$\max_{x \leq x_0} (1-\tau)p(x)x - c(x). \tag{14}$$

Las condiciones de primer orden serán entonces:

$$(1-\tau)\big(p(x) + p'(x)x\big) - c'(x) = 0$$

equivalentemente

$$p(x(\tau)) = \frac{c(x(\tau))}{1-\tau} - p'(x(\tau))x(\tau).$$

Obsérvese que la tasa es trasladada a los precios, lo cual en las condiciones habituales supone un aumento de los mismos. Las condiciones de primer orden implican ahora $I'(x(\tau)) = \frac{c'(x(\tau))}{1-\tau)} > c'(x(\tau))$, donde $I(x)$ denota el ingreso total del monopolista, obteniéndose entonces un aumento en la ineficiencia respecto a la que existiría si se produjera una cantidad $x(\tau)$ y no se cobrara tasa, pues en el caso sin tasas se obtiene $I'(x(\tau)) = c'(x(\tau))$.

Como en el caso anterior se obtiene una disminución de la oferta y en los beneficios pues:

$$\begin{array}{ll} \frac{dx}{d\tau} = \frac{x(\tau)p'(x(\tau))+p}{(1-\tau)(2p'(x(\tau))+x(\tau)p''(x(\tau)))-c''(x(\tau))} < 0 & (a) \\ \frac{d\pi}{d\tau} = -px(\tau) & (b) \end{array} \tag{15}$$

Existiendo también en este caso, exceso de gravamen pues se pierde más de lo que se recauda. Por esta razón es preferible cobrar un impuesto fijo igual a la diferencia de beneficios que imponer la tasa.

5.1.4 Regulación de la tasa de beneficios

Supongamos que una autoridad reguladora impone una tasa de beneficio máximo por unidad de capital que una empresa monopolista emplea en la producción de un bien x. Supondremos que el bien se produce a partir de dos insumos y_1 que representa la manos de obra empleada e y_2 representa el capital. La tecnología está dada por la función $f : R_+ \times R_+ \to R$ definida por $f(y_1, y_2) = x$. Impuesta la tasa por la autoridad reguladora el problema del monopolista será:

$$\begin{aligned} &Max_{y_1>0,y_2>0}\ p[f(y)]f(y) - wy_1 - ry_2 \\ &s.a.: \tfrac{p[f(y)]f(y)-wy_1}{y_2} = s \end{aligned} \tag{16}$$

donde w es el salario, y r el costo del capital en condiciones competitivas. Por s denotamos la tasa máxima de beneficio por unidad de capital impuesta por el regulador. Obviamente $r \leq s < r^m$ donde por r^m representamos la tasa que corresponde al productor monopolista no regulado.

El resultado como veremos de esta imposición es la sobrecapitalización de la empresa. Lo que implica un aumento en la ineficincia. La ineficiencia tradicional se mantiene por cuanto lanzará al mercado una cantidad de bienes inferiores a la competitiva y por otra parte no eligirá una política tendiente a minimizar costos, sino que se sobrecapitaliza.

El lagrangiano para este problema es:

$$L(y_1, y_2, \lambda) = (1-\lambda)p[f(y)]f(y) - (1-\lambda)wy_1 + ry_2] - \lambda(r-s)y_2.$$

Las condiciones de primer orden son:

$$(1-\lambda)2p[\tfrac{\partial f}{\partial y_1}(y)]f(y) - (1-\lambda)w = 0.$$

$$(1-\lambda)2p[\tfrac{\partial f}{\partial y_2}(y)]f(y) - (1-\lambda)r - \lambda(r-s) = 0.$$

A partir de aquí se obtiene:

$$\frac{f_{y_2}(y)}{f_{y_1}(y)} = \frac{r}{s} - \frac{\lambda}{1-\lambda}\frac{s-r}{w}. \tag{17}$$

Donde $f_{y_i}(y) = \frac{\partial f}{\partial y_i}(y),\ i = 1, 2.$

Se obtiene para $s > r$ que $\frac{f_1(y)}{f_2(y)} < \frac{w}{r}$.

Siendo la restricción activa, $\lambda > 0$. Por otra parte de las condiciones de segundo orden para un máximo y la concavidad de f se sigue que $\lambda < 1$. Se obtiene para $s > r$ a partir de (17) la deisguladad $\frac{f_2(y)}{f_i(y)} < \frac{r}{w}$. Esto dice que, en el caso de limitar de esta forma la tasa de benficios, los recursos no serán utilizados en forma eficiente, pues esto supone la igualdad entre ambos miembros de la desigualdad anterior. Si bien por una parte se aumenta la cantidad de producto en el mercado, por otra se obtiene ineficiencia por un uso no adecuado de los recursos. El hecho de que $s \to r$ es decir que la tasa fijada por la autoridad central se aproxime a la competitiva, no supone necesariamente una disminución del grado de sobrecapitalización, pues en definitiva esto dependerá de dy_1/ds es decir de como se mueva la contratación de mano de obra,lo que en principio es ambiguo. Para ver esta dependencia basta derivar respecto de s la restricción correspondeinte al problema (16) lo que implica:

$$y_2(s) = \left[I' f_1'(y_1(s), y_2(s)) - w\right] \frac{dy_1}{ds} + \left[I' f_2'(y_1(s), y_2(s)) - s\right] \frac{dy_2}{ds}$$

La interpretación intuitiva es inmediata. Por cuanto s está fija en la restricción ligada al problema (16), el capitalista busca ampliar la base sobre la que puede obtener ganancia, es decir amplia y_2 para para poder ampliar la diferencia $p[f(y)]f(y) - wy_1$ base de su ganancia.

En definitiva la valoración final entre el aumento de la ineficiencia por no minimiazar los costos y la mayor cantidad de producto en el mercado dependerá del criterio político seguido.

5.1.5 Regulación vía precios

La regulación vía precios consiste en determinar en la oficina reguladora unos precios de venta que se estimen adecuados, de forma que se ajusten a los cambios posibles en los costos. Una forma sencilla de lograr esto es que se obligue a la empresa a no vender por precios mayores a aquellos que impliquen los costos medios en más de una ciererta cantidad prefijada. Como veremos es esta una idea sencilla y que no agrava la ineficiencia como en el caso anterior. La utilización de los factores no se ve distorsionada. Dos problemas aparecen en este caso, en primer lugar los costos no son estáticos y estos deben ser declarados por la propia empresa que será regulada y esa declaración es dificilmente comprobable. Segundo en el caso de precios en partes y en general no lineales hace difiícil la imputación de los costos fijos a cada nivel de precios.

El problema a resolver será entonces el de encontrar unos precios tales que resuelvan el siguiente problema de maximización:

$$\begin{aligned} &Max_{y_1>0, y_2>0}\; p[f(y)]f(y) - wy_1 - ry_2 \\ &s.a. : p[f(y)] - \alpha \tfrac{wy_1 + ry_2}{f(y)} \leq 0 \end{aligned} \tag{18}$$

siendo $\alpha > 1$ impuesta por la autoridad reguladora central.

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$\begin{aligned} &(1-\lambda)2pf(y)f_{y_1}(y) - (1-\lambda\alpha)w = 0 \\ &(1-\lambda)2pf(y)f_{y_2}(y) - (1-\lambda\alpha)rw = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

De estas ecuaciones obtenemos $\frac{f_{y_2}}{f_{y_1}} = \frac{w}{r}$, lo que dice que los factores se utilizan en proporciones óptimas.

Consideremos ahora el problema (18) pero en función no de los factores, sino del producto

$$\begin{aligned} &Max_{x\geq 0}\; xp(x) - c(x) \\ &s.a.: xp(x) - \alpha c(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{20}$$

Sea β el multipicador de Lagrange correspondiente a este problema. La solución óptima x^* para este problema, debe verificar la siguiente condcición, (obtenida a partir de las condiciones de primer orden),

$$\frac{x^*p'(x^*) - p(x^*)}{c'(x^*)} = \frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} \tag{21}$$

Mientras que la solución x_m que maximiza el beneficio del monopolista verifica

$$\frac{x_m p'(x_m) - p(x_m)}{c'(x_m)} = 1\frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} \tag{22}$$

siendo $\frac{1-\beta}{1-\alpha\beta} < 1$ se obtiene que

$$x^*p'(x^*) - p(x^*) - c'(x^*) < x^*p'(x_m) - p(x_m) - c'(x_m) = 0$$

Los supuestos hechos en la sección (2) permiten concluir que $x^* > x_m$ es decir que se obtiene un producto mayor que en el caso no regulado, consecuentemente precios menores lo que sin duda es el objetivo de toda regulación. Esto supone un aumento en el bienestar social.

No obstante esta solución es subóptima. Para probar esto, supongamos que cubrimos costos, igualando $p = CM$. Sin pérdida de generalidad suponemos que todos los consumidores a precio $p = CM$ demandan la misma cantidad $x_h(p.)$ Sea $\bar{x} = \sum_h x_h(p)$. Si el monopolista baja su precio en una cantidad igual a $t > 0$ tal que: $CM > p - t > c'(x)$ y si a cada consumidor se le cobra una tasa $tx_h(p)$ no estaría peor que antes, pues al menos puede comprar $x_h(p)$. El monopolista estará mejor, pues siendo $\bar{x}' = \sum_h x_h(p-t)$, se tiene que

$$(p-t)\bar{x}' + t\bar{x} > p\bar{x}.$$

Conclusión: la regla precio igual costo medio es Pareto inferior, a la aplicación de un precio en dos partes[3].

[3]Veamos que efectivamente el consumidor mejora con el nuevo esquema. En efecto, en el caso en que se fijen los precios por el costo medio (p = CM(x)), su utilidad neta será $U_n = u(x_h(p)) - px_h(p)$, en el esquema alternativo dicha utilidad neta será $U_a = u(x_h(p-t)) - [(p-t)x_h(p-t) + tx_h)]$, donde u representa la utilidad de cada uno de los agentes que asumimos estrictamente cóncavas e iguales para todos ellos. Veamos ahora en que condiciones $U_a > U_n$. Esta desigulddad se cumple si y solamente si

$$\frac{u(x_h(p-t) - u(x_h(p))}{x_h(p-t) - x_h(p)} > p - t.\ (^*)$$

El monopolista obtiene todo el excedente del consumidor mediante la fijación de un precio en dos partes, mediante el siguiente esquema:

1. Establece la tasa fija t (cuota de ingreso por ejemplo) en una cantidad igual al exceso del consumidor, (correspondiente al caso de competencia perfecta).

2. El precio por unidad lo fija en un valor igual al costo marginal.

3. Bajo este esquema, el beneficio del monopolista será igual a

$$\pi_m = t + p_c x_c = \text{exceso del consumidor} + p_c x_c.$$

5.2 Precios óptimos no basados en los costos: precios de Ramsay

Veremos a continuación que los llamados precios de Ramsey son siempre superiores desde el punto de vista del bienestar social a los precios basados en costos, no obstante no tienen por qué ser precios libres de subsidios cruzados. El por qué de esta afirmación radica en que por una parte en este proceso lejos de mirar sólo a a los costos y beneficios del monopolista se maximiza una medida de bienestar social. Por otra parte la no consideración de las características de los costos hace que no se agreguen restricciones adicionales al problema de maximización como estaría exigiendo al no existencia de beneficios cruzados. La referencia original es [Ramsey, F:][4]

Consideremos el problema de un monopolista multiproductor. Produce n bienes cuyas funciones de demanda están dadas por $q_i = x_i(p_i), i = 1, 2, ..., n$ es decir que asumimos que la demanda por el bien $i-$ésimo sólo depende de su propio precio. Notaremos por $q = x(p)$ a los vectores de R^r que representan las cantidades q_i de bienes producidos a precios $p = (p_1, ..., p_n)$.

Consideremos el siguiente problema de maximización del bienstar social W sujeto a la restricción de cubrir los costos:

$$\begin{aligned} &Max\ W(p)_{p \geq \bar{p}}\ \textstyle\sum_i \int_{p_i}^{\infty} x_i(p_i) dp_i \\ &s.a. : \pi(p) = \textstyle\sum_i p_i x_i(p_i) - c(x(p)) \geq 0 \end{aligned} \tag{23}$$

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$-x(p_i) - \lambda \left[x_i(p_i) + (p_i - c'(x(p_i))) \frac{dx_i}{dp_j} \right] = 0, i = 1, 2, ..., n. \tag{24}$$

Si consideramos ahora $t \to 0$ esta desigualdad se verifica para todo t en un entorno de cero si y solamente si, $u'(x_h(p)) > p$. Recordemos que supusimos $p > c'(x)$ por lo que la desigualdad anterior se verifica si y solamente si $x_h(p) < x_s$ siendo x_s la cantidad de producto enviada al mercado bajo condidiones de competencia perfecta, obsérvese que si $x_h(p) = x_s$ entonces $u'(x_h(p)) = u'(x_s) = c'(x_s)$. Por lo que la desgualdad (*) se puede verificar si y solamente si $x_(p)(h) < x_s$ lo que esta supuesto implícito en el hecho de ser $x_h(p)$ una oferta monopolista.

[4] Una forma de estar seguros de que no hay subsidios cruzados es el siguiente test: Cosnsideremos todos los subconjuntos T de índices $T \subseteq \{1, 2, ..., n\}$. Supongamos que el monopolista vende a precios $p = (p_T, p_{-T})$ tales que $p_T x_T + p_{-T} x_{-T} - c(x) = \alpha \geq 0$, entonces no habrá subsidios cruzados si: $p_T x_T = c(x_T, 0)\ \forall T$.

Resolviendo esta ecuación obtenemos:

$$\frac{p_i - c'}{p_i} = \frac{1+\lambda}{\lambda}\frac{1}{\epsilon_i},\ i = 1, 2, ..., n. \tag{25}$$

Este resultado es aparentemente paradójico, ya que supone que desde el punto de vista del mejor bienestar lo óptimo es fijar para cada bien i un precio p_i, para los que proporcionalmente la diferencia entre tal p_i para cada bien y el correspondiente a la situación de competencia c_i' es mayor para bienes de menor elasticidad de demanda, ϵ_i. Generalmente son los bienes más necesarios aquellos que presentan menor elasticidad de demanda. El resultado es aparentemente paradójico ya que lo que se está maximizando es el bienestar social y este se ve menos afectados si aumentan los precios de aquellos bienes de demanda rígida, precisamente porque serán las demandas correspondientes a estos bienes la menos afectadas por cambios de precios.

La interpretación del multiplicador λ es el costo en términos de bienestar de la restricción de beneficios. Obsérvese que la diferencia proporcional entre los precios óptimos para este problema y el precio competitivo aumenta en la medida en que el valor de λ disminuye[5].

6 Un enfoque proveniente de la teoría de juegos

En esta sección discutiremos el comportamiento estratégico de los diferentes integrantes de la sociedad. Empresarios, consumidores y un planificador central. y consecuentemente la existencia perdurable de firmas que ejercen poder de mercado en forma sostenible a pesar de no ser monopolios naturales y a pesar de la no existencia de trabas legales al ingreso de nuevos competidores. Entendemos por compotamiento estratégico de un agente aquel que toma en cuenta el comportamiento posible de los potenciales competidores El objetivo del planificador central será cuando intervenga el de elegir aquella estrategia capaz de maximizar el bienestar social, dada la estructura de mercado existentes. Podrá entonces elegir entre las acciones, no participar en el juego, o participar produciendo algún bien ofertándolo al precio que estime mejor para maximizar el bienestar social. En el primer caso ante la existencia de una rama del mercado monopolizada se estudia el resultado que se obtiene si el planificador decide entrar, produciendo un bien sustituto al producido en la rama monopolizado y ofertándolo al precio competitivo.

A diferencia del mercado monopolista el mercado oligopolista supone la existencia de más de una firma que ejercen poder de mercado, y que por lo tanto a diferencia del caso en el que existe

[5]Para serciorarse de que los precios de Ramsey no son libres de subsidios cruzados, resuelva el problema de maximizar el bienestar social: $Max\ W(p)_{p \geq \bar{p}} = \int_{p_1}^{\infty} x_1(p_1)dp_1 + \int_{p_2}^{\infty} x_2(p_2)dp_2$ con las restricciones que aseguran la no existencia de beneficios cruzados: es decir precios tales que haya cobertura de costos: $p_1x_1 + p_2x_2 - c(x_1, x_2) = \alpha \geq 0$ y verifique la no existencia de subsidios cruzados: $p_1x_1 = c(x_1, 0)$, $p_2x_2 = c(0, x_2)$. Compare las CPO, para este caso y las que obtendría en el equivalente de Ramsey.

competencia perfecta los precios no son considerados por las firmas oligopolistas, como parámetros, por el contrario ellas elegirán precios o cantidades a ofertar, pero en cada caso tendrán en cuenta el comportamiento posible de las otras empresas.

Las referencias bibliográficas a este tema son amplias. El original y seminal trabajo [Cournot, A] es una referencia ineludible, muchas de las presentaciones posteriores del tema resultan variantes más o menos inteligentes de este trabajo. No obstante debe mencionarse el la excelente presentación del tema en [Fudeberg, D.; Tirole, J.] cuya relación con el cuerpo de la moderna teoría de juegos es discutida en diferentes capítulos del mencionado trabajo. Casi todos los textos de organización industrial presentan este enfoque, en particular [Shy, O.]. No discutiremos mayormente este tema pues es ampliamente conocido. Intentaremos haer una presntación resumida tal que muestre los tres enfoques clásicamente discutidos: El de Cournot [Cournot, A] el de Bertrand [Bertrand, J.] y el de Stackelberg, [Stackelberg, H.F.].

A pesar de lo antedicho comenzaremos esta discusión con una pregunta cuya formulación, si bien es elemental y responder al parece una necesidad inmediata, no siempre es presentada, y a pesar de lo trival de su respuesta muchas veces no aparece clara.

6.1 Es el comportamiento competitivo una mejor respuesta a la monopolización?

Ya vimos en la sección (5.1) que si un regulador central pretende imponer precios competitivos a ramas monopolizadas, puede obtener ineficiencias en el caso en que la empresa monopolista sea pública, o directamente la no producción del bien cuando la empresa es privada, lo cual puede suponer una pérdida importante de bienestar social. En este caso veremos la pertinencia o no de que el regulador elija el precio competitivo para un producto que lanzará al mercado como substituto para un producto que es producido por una empresa monopolista.

Supongamos a continuación que el regulador decide, a los efectos de competir con un producto cuya producción se realiza en condiciones de monopolio, producir un bien similar (susutituto) ofreciéndolo a precios competitivos. El regulador busca maximizar el bienestar social. La pregunta es si esta estrategia es o no una mejor respuesta a a acción monopolista.

Supongamos que la sociedad produce n bienes de acuerdo a una tecnología $F(x) = 0$. La asignación eficiente $\bar{x}$ es aquella que maximiza la utilidad del consumidor y que verifica la restricción tecnológica, es decir se trata de encontrar un valor

$\bar{x} : F(\bar{x}) = 0$ que verifique $U(\bar{x}) \geq U(x),\ \forall\, x : F(x) = 0$.

Las condiciones de primer orden para este problema, asumiendo que el máximo sea interior a la restricción implican que para el valor óptimo debe cumplirse que:

$$\frac{d}{dx_j}[U(x) - \lambda F(x)] = 0, \ \forall j = 1, 2, ..., n. \tag{26}$$

Donde $\frac{d}{dx_j}$ representa la derivada con respecto a la variable x_j y λ el correspondiente multiplicador del Lagrange.

Supongamos que por algún motivo la producción del $n-$ésimo bien no se realiza en condiciones competitivas. En este caso entonces la condición de priemer orden correspondiente a este bien no se verifica, podemos suponer que existe entonces $\alpha \neq \lambda$ tal que:

$$\frac{d}{dx_n}[U(x) - \alpha F(x)] = 0, \ \alpha \neq \lambda.$$

El problema de maximización del agente será entonces ahora el de encontrar un óptimo de segundo orden para el suiguiente problema de maximización:

$$\begin{aligned} &max_x \ U(x) \\ &s.a.: F(x) = 0 \\ &y, \ \tfrac{d}{dx_n}[U(x) - \alpha F(x)] = 0. \end{aligned}$$

Lo cual conlleva las siguientes condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} &\tfrac{d}{dx_j}[U(x) - \lambda F(x)] = 0, \ \forall j = 1, 2, ..., (n-1); \\ &\tfrac{d}{dx_n}[U(x) - \alpha F(x)] = 0. \end{aligned} \tag{27}$$

Supongamos que el sector público quiere revertir esta situación monopolística. Para esto decide producir un bien cercano y_n a x_n y lo lanza al mercado con el precio competitivo. Veamos que el comportamiento competitivo no maximiza el bienestar social.

Para simplificar los cálculos, pensemos en una econoía que produce un único bien x cuya producción se raliza bajo condiciones de monopolio. El sector público producirá un sustituto y. Supongamos que las funciones inversas de demanda son $p_x(x, y)$ para el bien x y $p_2(x, y)$ para el bien y.

Maximizar el bienestar social implica maximizar el excedente del consumidor menos los costos de producción. Es decir se trata de resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &\text{máx}_{x\geq 0, y\geq 0} \left\{ \textstyle\int_0^x p_1(u, v)du + \int_0^y p_2(u, v)dv - c_1(x) - c_2(y) \right\} \\ &s.a.: F(x, y) = 0, \\ &U_x(x, y) - \alpha F_x(x, y) = 0. \end{aligned} \tag{28}$$

donde c_1 representa la función de costos para producir el bien x t c_2 la correspondiente funci on de costos para producir y. Debe tenerse en cuenta que la cantidad consumida del bien público y la del privado estarán ahora relacionadas, sustituimos entonces $x = x(y)$ en el problema de maximizar definido en (28). La maximización supone entonces que

$$p_2 - c_2' = -[p_1 - c_1']\frac{dx}{dy}$$

Observe que el comportamiento maximizador supone ofrecer el bien y a un precio p_1 mayor que c_1' es decir un comportamiento no competitivo, pues en las condiciones del problema $p_2 > c_2'$

Por lo tanto la respuesa competitiva cuando todo lo demás no es competitivo está lejos de ser eficiente desde el punto de vista de la maximización del bienestar.

Por lo tanto exigir un comportamiento competitivo, con independencia de las características de la economía no tiene justificación desde el punto de vista del bienestar social. Seguir esta regla equivale a pasar por alto la segunda restricción en el problema (28). Se concluye que una asiganción de recursos, basada en una única violación de las condiciones que suponen eficiencia, puede dar lugar a una asignación de recursos, Pareto inferior que otra que suponga violaciones más extensivas a las condiciones de eficiencia. La intuición detrás de esto es que la distorsión ocasionada por una violación, puede ser atenuada con distorsiones ocasionadas por otras violaciones a las condiciones de eficinecia. Ver [Lipsey, R. Lankaster, K.].

6.2 Formación de precios en ramas oligopolizadas.

Analizaremos es esta sección el comportamiento de las empresas en un mercado oligopolizado, es decir en un mercado en el que existe un número pequeño de empresas que determinan los precios pero en este proceso tendrá cada firma que tomar en cuenta la elección de la otras empresas las cuales actúan también estrategicamente. La existencia de ramas del mercado oligopolizadas es un fenómeno cada vez más común, de ahí la importancia del tema.

Comenzaremos con un enfoque tradicional, a partir de un caso en el que n empresas cuyas funciones de const son $c_j, J = 1, 2, ..., n$ hacen frente a una función inversa de demanda $p(Q)$ siendo $Q = \sum_{j=i}^{n} q_j$. Modelaremos el comportamiento de las empresas como un juego en forma normal.

El conjunto de acciones posibles A_j de la empresa j está dado por la cantidad del producto que puede elegir producir: $q_{0j} \leq q_j \leq \bar{q}_j$. Cada empresa elige una vez en forma independien de la elección de las otras. Diremos que la elección q_j^* es una mejor respuesta a q_{-j} si el beneficio que obtiene la empresa j al elegir esta cantidad

$$\pi_j(q_j^*, q_{-j}) = q_j^* p(Q') - c_j(q_j^*) \geq \pi_j(q_j, q_{-j}) = q_j p(Q) - c_j(q_j) \; \forall \; q_j \in A_j,$$

donde $Q' = \sum i \neq j q_i + q_j^*$, dado que las otras están eligiendo $q_{-j} = (q_1, ...q_{j-1}, q_{j+1}, ...q_n)$ que representa la elección q_i para toda empresa $i \in \{1, 2, ..., n\}, i \neq j$.

Consecuentemente q_j^* verifica la siguiente igualdad:

$$p(q_j^*, q_{-j}) + q_j^* p'(Q') \left[1 + \sum_{i \neq j} \frac{dq_i}{dq_j}(q_j^*, q_{-j}) \right] - c_j'(q_j^*) = 0 \tag{29}$$

El término $\frac{dq_i}{dq_j}(q)$ representa la llamada *variación conjetural* indica la modificación que sufrirá la cantidad elegida por la empresa $i-$ésima, al modificar la $j-$ésima su producción. La hipótesis simplificadora m—"as conocida, consiste en considerar nula la variación conjetural, es decir cada productor piensa que las empresas no modifcan su propia elección por modificaciones en la la cantidad por él elegida.

Un equilibrio de Nash-Cournot es una elección estratégica $q^* = (q_1^*, ..., q_n^*)$ tal que q_i^* resuleve para cada $i = 1, 2, ..., n$ la ecuación (29) dado la elección q_{-i}^* de las demás. A estas cantiddades corresponde el precio $p^* = p(Q^*)$.

En condiciones muy generales puede demostrarse la existencia de este equilibrio.

Alternativamente podemos considerar el caso en que una empresa actúa como líder y las demás como seguidoras, (este es el planteo origianlemnte hecho por Stackelberg). Esto supone que por algún motivo la empresa considerada líder elige la cantidad a producir sin tomar en cosnideración la cantidad que las otras empresas en el mercado ofertarán. La situación no es simétrica pues las demás empresas esperarán la elección de la líder antes de hacer su oferta. En este caso el juego puede plantearse en forma extensiva. En el primer nodo elegirá la empresa líder entre sus acciones factibles, a continuación elegirán las demás, sabiendo el nodo en el que están, es decir conociendo la elección hecha por el primer jugador. En términos de la variación conjetural esto puede plantearse diciendo que mientras la empresa líder, toma en cuenta la variación conjetural, es decir cosniderá el hecho de que las demás firmas considerarán su producción antes de hacer su oferta, lo que se expresa a traves del hecho de que $dq_j/dq_l \neq 0, \ \forall j$ siendo l la firma lider. Las restantes firmas maximizarán considerando como fija la cantidad elegida por la firma líder, por lo que $dq_l/dq_j = 0, \ forall j \neq l$ Supongamos un ejemplo con dos formas, la empresa 1 es la líder y la dosla seguidora.

En este caso los precios se fijrán a partir de la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} &p(Q) + q_1 p'(Q)[1 + \tfrac{dx_2}{dx_1}] - c_1'(q_1) = 0 && (a) \\ &p(Q) + q_2 p'(Q) - c'(q_2) = 0 && (b) \\ &Q = q_1 + q_2(q_1) && (c) \end{aligned} \tag{30}$$

que permite obtener cantidades óptimas, luego como en el caso anterior, se determinará el precio y los beneficios correspondientes.

Considerando el caso particular en que $c_1(x) = c_2(x) = cx$, restando las ecuaciones (30 (a) y (b)) se tiene que:

$$p(Q^s) + p'(Q^s)\frac{Q^s}{2} + \frac{q_1^s p'(Q^s)}{2}\frac{dq_2}{dq_1} = c$$

lo que muestra que

$$p^c < p^s < p^{nc} < p^m.$$

Puede verse también que, $q_1^s > q_2^s$ luego los beneficios correspondiente a la lider son mayores que los correspondientes a la seguidora. De esta forma en un juego de Satckelberg, cada firma preferirá ser lider desde que la otra sea seguidora.

El equilibrio de Stackelberg puede considerarse como un equilibrio de Nash en un juego extensivo, donde en la primera etapa la lider elige y luego lo hace la seguidora en función de esta elección. .

6.3 Ejemplo

Asumimos que la funcón inversa de la demand es diferenciable, con $p'(q) < 0$ y tal que $p(0) > c$. Donde c representa un costo unitario fijo e igual para las dos firmas, $j, k = 1, 2$, que intervienen en el ejemplo.

Para encontrar el equilibrio de Nash-Cournot, la firma j supone $\bar{q}_k$ fijo y resuelve :

$$Max_{q_j \geq 0} p(q_j + \bar{q}_k) - cq_j, J = 1, 2. \tag{31}$$

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$p'(q_j + \bar{q}_k)q_j + P(q_j + \bar{q}_k) \leq c,\ j = 1, 2;\ si\ q_j > 0. \tag{32}$$

Sea $b_j(q_k)$ la función mejor respuesta de la firma j. La solución de Nash-ournot, $q^* = (q_1^*, q_2^*)$ será la solución de las ecuaciones: $q_j^* = b_j(q_k^*)$.

A partir de las condiciones supuetas para el ejemplo puede verse que las cpo, deben verificarse con igualdad. Sumando estas ecuaciones obtenemos que la solución debe verificar la igualdad:

$$p'(q_j + q_i)\left(\frac{q_j + \bar{q}_k}{2}\right) + p'(q_j + \bar{q}_k) = c.$$

Algunas conclusiones:

1. **Afirmación:** Puede verse que la solución de Nash-Cournot en las condiciones anteriores verifica ser tal que el precio es mayor que el competitivo, pero menor que el de monopolio.

2. Para un número de firmas $J \geq 2$ se obtiene el resultado:
$$p(Q_j^*)\frac{Q_j^*}{J} + p(Q_j^*) = c,$$
siendo Q_j^* el producto agregado de las J firmas. Obsérvese que cuando $J \to \infty$ se obtiene la solución competitiva.

Dem. de la afirmación: Suponga que la cantidad de monopolio q^m verifica que $q^m \geq (q_1^* + q_2^*)$. En este caso el beneficio de ambas firmas mejorará, si la $j-$ésima firma elige: $\bar{q}_j = q_m - q_k^*$ pues en conjunto las firmas estarían obteniendo el beneficio de monopolio que es el máximo posible, luego la soluciń de equilibrio sería $q^* = (\frac{q^m}{2}, \frac{q^m}{2}.)$ Obteniéndose entonces que $p'(q^m)\frac{q^m}{2} + p(q_m) = c$, lo que es absurdo. Finalmete la única solución posible es $q^m < (q_1^* + q_2^*)$.

6.4 Dificultades de esta explicación

Este mecanismo de formación de precios ha sido criticado por considerarse poco realista. En él las empresas compiten vía cantidades, eligen la cantidad que enviarán al mercado y a partir de allí los precios. El mecanismos parece ser exactamente alrevés. la velocidad de ajuste de precios es mayor que el de cantidades,por lo que primero se ajustarán estos y luego aquellas. No obstante el modelo permite sacar una serie de conclusiones importantes sobre l formación de coaliciones,las que en definitiva terminan eligiendo el equilibrio de Nash Cournot. El modelo alternativo al de ajuste por cantidades, es el de competencias vía precios de Bertrand. Este mecanismo presenta la particularidada de ser más realista en el sentido indicado anteriormente. Su resultado es que siendo homogeneo el producto ofertado por los oligopolistas se obtiene el precio competitivo. Este resultado no es sorprendente, por cuanto es claramente posible obtener a partir de la competencia de un número reducido de empresas un resultado competitivo. Por otra parte enfocado desde el punto de vista de la teoría de juegos supone que se obtiene el mejor resultado posible desde el punto de vista del bienestar, partiendo de comportamientos racionales. No obstante es claro que no es una situción común aquella en la que los oligopolistas se comporten como empresas competitivas.

La situación poco satisfactoria en la que se encuentra la teoría de juegos a partir de estos modelos, puede superarase (de acuerdo a la sugerencia de Edgeworth) considerado que las empresas no son homogeneas en capacidades. En el momento de su instalación deben elegir su capacidad de producción y recién después podrán competir vía precios. Esto permite hacer un modelo en dos etapas, en la primera se compite por cantidades, en la segunda por precios. Por otra parte si suponemos que la capacidad de cada empresa es limitada, podemos pensar que no es sufiente para que cada empresa por separado sea capaz de producir la cantitdad competitiva. En este caso ciertamente no venderá su producto de acuerdo al precio competitivo, pues de hacerlo incurriría en pérdias. De ahí que en el momento de competir por precios deban tener en cuenta la capacidad elegida en la primera etapa. Es posible suponer que en el momento de elegir capacidades se compita por cantidades a la Cournot,y en la segunda etapa, una vez instaladas las firmas con capacidades diferentes, aun compitiendo vía precios lleguen a resultados diferentes al competitivo.

7 Juegos repetidos y formación de coaliciones.

Todas las soluciones vistas hasta ahora son soluciones no cooperativas. Ninguna de ellas maximiza los beneficios conjuntos, con excepción de la monopolista, la que solo se logra si las firmas acuerdan de alguna forma entre ellas de forma tal de repartirse el mercado y los beneficios correspondeintes. Esto sólo puede conseguirse en el caso en que las firmas se fusionen, formen cartel o hagan algún acuerdo o el juego se repita infinitamente.

Los acuerdos entre oligopolistas pueden tener diversas formas:

- Coaliciones con acuerdos explícitos para repartirse el mercado, o los beneficios conjuntos, o imposición de precios.
- Fusiones, varias empresas se convierten en una.
- Colusiones tácitas a partir de incentivos endógenos no explicitados.

La formación de coalisiones explícitas presentan para su realización los siguientes problemas

- Disponibilidad de inforamción de las empresas que forman el cartel.
- Detección de transgresores
- Evitar la entrade de nuevos competidores.
- Prohibiciones gubernamentales de coalisiones explícitas.

No obstante las coaliciones tácitas, pueden lograrase con juegos que se repitan una infinidad de veces o cuyo horizonte sea incierto. La incertidumbre sobre el momento en que se detiene el juego y la consecuente posibilidad de castigo a quien no siga una determinada conducta, posibilitan la aparición de coaliciones implícitas que consiguen el comportamiento monoólico, bajo la amenaza del castigo a la traicón. Obsérvese que si varias firmas ofertan una cantidad tal que en conjunto igualen a la oferta moopólica, conseguirán precios monopólicos y los consecuente beneficios que se repartirán con provecho. Si alguna de ellas decide enviar al mercado una cantidad mayor de producto a menor precio, logrará beneficios elevados y el consecuente dominio del mercado. Esto hace pensar que en principo la solución cooperativa es inalcanzable si no median aceurdos explícitos y castigos a quienes los violen.

7.1 El dilema del prisionero repetido y el equilibrio cooperativo en un juego no cooperativo.

Consideremos el siguiente juego en forma normal: Cada jugador puede elegir entre una de dos estrategias, lanzar al mercado la oferta coorespondiente a la mitad de la de monopolio x^m, o bien la correspondiente al equilibrio de Curnot x^c Los retornos correspondientes están expresados en la siguiente matriz: $\pi^m > \pi^\epsilon > \pi^m/2 > \pi^c$ siendo π^m el beneficio de monopolio, y π^c el beneficio de Cournot.

$$A = \begin{bmatrix} \pi^m/2, \pi^m/2 & 0, \pi^\epsilon \\ \pi^\epsilon, 0 & \pi^c, \pi^c \end{bmatrix}$$

Supongamos que el juego se repite infinitamente.

El valor actualizado coorespondiente a la estrategia (x_t^m, x_t^m) para todo $t = 1, 2, ...$ para cada uno de los agentes será:

$$V_i(x^m, x^m) = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t \frac{\pi^m}{2} = \frac{\pi^m}{2(1-\delta)}, \ i = 1, 2. \tag{33}$$

El jugador i juega x^m si j hace lo mismo, en otro caso cambia para x^c para siempre.

Si en el período $t = T$ el agente j decide cambiar de estrategia el retorno será: $V_j = \sum_{t=1}^{T-1} \delta^t \frac{\pi^m}{2} + \delta^T \pi^\epsilon + \sum_{t=T+1}^{\infty} \delta^t \frac{\pi^m}{2} =$

$$= \frac{\pi^m}{2} \frac{1-\delta^T}{(1-\delta)} + \delta^T \pi^\epsilon + \frac{\delta^{(T+1)}}{(1-\delta)} \frac{\pi^m}{2}. \tag{34}$$

Obsérvese que $V_j(x^m, x^m) > V_j \quad \forall \delta > \frac{\pi^m/2 - \pi^\epsilon}{\pi^c - \pi^\epsilon}$. Por lo que si el jugador j está interesado en el futuro preferirá jugar siempre x^m. La repetición y la posibilidad del castigo permite que se obtenga la solución cooperativa o de monopolio, pero a la vez abre la posibilidad a la aparicińn de infinitos nuevos equilibrios. Tal es el contenido de los llamados *folk* teoremas .

El resultado cooperativo no se puede alcnazar si el juego tienen una cantidad finita de períodos y el momento de su finalización es conocido por ambos jugadores. En el último período ambosprefieren traicionar, esto lleva a que consecuentemente la estrategia elegida sea a lo largo de todo el juego la correspondiente al equilibrio de Cournot.

Debe tnerse en cuenta que castigar al traidor también implica un perjuicios para quien castiga. Por lo que la posibilidad de este castigo está relacionada con las características de cada firma. Si bien se comentón una estratgia que castiga en forma eterna a quien traiciona, no es necesaria una respeusta tam drástica para obtener la solución monopólica como resultado de la amenaza del castigo.

8 Barreras a la entrada

Discutiremos en esta seeción la existencia de barreras a la entrada, creadas por la acción estratégica de la o las firmas establecidas cuyo objetivo es el de mantener su poder de mercado.

Haremos el análisis de este tema, considerando un juego entre dos empresas, una instalada (I) y otra que amenaza con entrar (E). Comenzamos con un juego sencillo, mientras que E debe decidir entre entrar (e) o no entrar (no e), I debe decidir como responder a una estrada de E, es decir deberá elegir entre dos acciones posibles, luchar (l) o aceptar (nol) la entrada y compartir el mercado.

Suponemos que si E decide no entrar, los retornos son, los beneficios correspondientes al monopolista π^m para E y 0 para I. Mientras que si E decide entrar entonces, I deberá decidir, entre luchar (l) por mantener su situación de privilegio o compartir con E el mercado. En el primer caso, los retornos para E e I respectivamente serán (π^L, π^l), siendo $\pi_l < 0$. En el caso en que decida compartir los retornos serán (π^d, π^d) respectivamente, siendo $\pi^m > \pi^d > 0 > \pi^l$. Un primer análisis del juego muestra que E prefiere noe ante la amenaza de que a su vez E juegue l. Más aun $(noe; l)$ es un equilibrio de Nash. De esta forma la amenaza de conflicto detiene la entrada de I. Pero observando con un poco más de detenimiento, si efectivamente E decide usar su estrategia e la elección l por parte de I no mejora nada y más bien empeora su propia situación. El entrante entonces sabe que esto sucederá, por lo que termina eligiendo e mientra que I a su vez eligirá nol, más aun se puede ver que el par estratégico (e, nol) es un equilibrio de Nash. De esta forma E no cree en la amenza de E por lo que la barreara a la entrada es no creible, y termina no funcionando como tal. Aun si pensamos que el juego se repite, una cantidad finita de veces, la inducción hacia atrás muestra el mismo resultado cada vez, pues en la ultima etapa el jugo es como antes, y luego hacia atrás sucederá lo mismo.

No obstante ser este resultado claro, no es cierto que todo competidor potencial entra y el establecido se acomoda buenamente. Como se transforma entonces una barrera no creible en una creible?

8.1 Una amenaza no creible se transforma en una creible

A un resultado diferente puede llevarnos el hecho de que el juego se repita infinitamente, o bien que los jugadores no sepan cuando el juego termina. En este caso la posibilidad de castigo en alguna etapa puede llevar al equilibrio en el que el entrante no entra transformando al amenaza en creible. Pero infortunadamente no es este el únic resultado posible si el juego se repite infinitamente, sino que por el contrario hay infinitas posibilidades, con diferentes elecciones en diferentes etapas, este es el contenido de los llamados *folk theorem*.

La amenaza se transformará en creible, si por ejemplo la empresa establecida decida hacer una inversión grande, la que sólo recuperará si mantiene su posición dominante. Analicemos el siguiente juego en dos etapas. En la priemera la firam establecida decidirá invertir o no en capital una cantidad K del que además no se puede deshacer facilmente o no puede utilizar en otras actividades. En la segunda etapa se juega el juego anterior, con diferentes retornos según haya sido la elección de E en la primera etapa. Es importante que la inversión si así lo decide hacer I sea no retornable no transferible, pues en otro caso E puede pensar que si entra I se deshace de su inversión vendiendo en el mercado de segunda mano o lo utiliza en otra cosa. Si estas posibliddes no existen veremos el siguiente ejemplo como la inversión hecha por E se transforma en una barrera creible a la entrada.

Ejemplo 8.1. La inversión como barrera a la entrada *El juego ahora, modifcado con respecto al anterior, supone una elección anterior por parte de la firma establecida entre la realización o no de una inversión irreversible de valor K. Luego de cada posible elección el juego sigue como antes, pero con retornos diferentes si I elige invertir. La firma establecida elige en el nodo inicial entre invertir (inv), o no invertir ($noinv$). A continuación, en cada caso, E deberá elegir entre e o noe. Si I optó por noi en la primera etapa, el juego es a partir de acá el mismo que antes con los mismos retornos y resultados. Pero si I eligió i entonces, y si a su vez E elige e a continuación, I deberá elegir entre l y nol. Los retornos respectivos para I y E serán en este caso: (π^l, π^l) y $(\pi^d - k, \pi^d)$. En el caso en que E decide noe los retornos serán $(\pi^m - K, 0)$*

Obsérvese que si $\pi^D - K < \pi^l < 0$ entonces habiendo entrado E, la única alternativa para I es luchar, en este caso E prefeirá no entrar, pues obtendrá entonces un beneficio 0 que es mayor que π^l que es el que obteendría en el otro caso. y como además suponemos que $\pi^m - K > \pi^d > 0$ entonces I preferirá invertir en la primera etapa. El equilibrio de Nash para este juego será entonces $(i, l; noe)$, es decir que en sus repectivos nodos I jugará invertir y luego luchar, mientras que E eligirá no entrar.

Ahora si, la amenaza es creíble.

9 Apéndice: Sobre el número óptimo de firmas en una rama oligopolizada

Suponemos un juego en dos etapas, en la primera etapa ls firmas deben invertir una cantidad $K > 0$ en costos fijos. Una vez hecha la decisión la firmas compiten por negocios.

- *En la etapa 1:* Todas las firmas potenciales deciden si entran o no. Entrar significa invertir K.
- *En la etapa 2:* Todas las firmas que entraron juegan un juego oligopolista.

Consideremos un conjuto de firmas iguales, y representamos por π_J los beneficios de cada una de ellas cuando hay J firmas en el mercado. Existe un equilibrio con J^* firmas en el mercado si;

$$\pi_{J^*} \geq K, \ \ and \ \ \pi_{J^*+1} < K.$$

Tipicamente π_J decrece con J, y $\pi_J \to 0, \ si\ J \to \infty$. Entonces existe un único entero $\bar{J}$ tal que $\pi_J \geq K$ para todo $J \leq \bar{J}$ y $\pi_J > K$, para todo $J > \bar{J}$.

Ejemplo 9.1. *Para el caso de J firmas iguales, con $p(q) = a - bq, \ c(q) = cq, b \geq 0, c > 0$ la solución de Cournot es:*

$$q_j = \left(\frac{a-c}{b}\right)\left(\frac{1}{J+1}\right) \ \ y \ \ \pi_J = \left(\frac{a-c}{J+1}\right)^2\left(\frac{1}{b}\right)$$

Nótese que a medida que K decrece el número de firmas en el mercado aumenta. Lo mismo sucede si la demanda aumenta para todo precio, pues esto supone una disminución de b.

Resolviendo $\bar{J} : \pi_{\bar{J}} = K$ obtenemos el número de firmas cuyo producto total alcanza el nivel competitivo, este es el entero no menor, más proximo a $\bar{J}$ que resuelve:

$$(\bar{J} + 1) = \frac{(a-c)^2}{bK}, \tag{35}$$

es decir que $\bar{J} = \frac{(a-c)}{\sqrt{bK}} - 1$.

Analicemos ahora el número óptimo de firmas en el mercado desde el punto de vista del bien estar social. El beneficio de cada firma será $\pi_J = p(Jq_J)q_j - c(q_J)$, suponemos J firmas en el mercado, todas ellas idénticas producinedo la misma cantidad q_J, asumimos $c(0) = 0$.

Midamos ahora el bienestar social mediante la fórmula marshaliana:

$$W(J) = \int_0^{q_J} p(s)ds - Jc(q_J) - JK. \tag{36}$$

El número de firmas $\tilde{J}$ socialmente óptimo es aquel para el que $W'(\tilde{J}) = 0$.

Para el ejercicio del ejemplo, este nḿero es el entero mayor o igual más proximo a $\tilde{J}$ tal que

$$(\tilde{J} + 1)^3 = \frac{(a - c)^2}{bK} \tag{37}$$

Evidentemente este número no coincide con el obtenido en (35).

De esta foma si el número óptimo de firmas desde el punto de vista social esta dado por $\tilde{J}$ el mecado admite $\bar{J}$ firmas en competencia oligopolista, donde $\bar{J}$ resuelve:

$$(\bar{J} + 1)^2 = (\tilde{J} + 1)^3, \tag{38}$$

es decir: $\bar{J} = (\tilde{J} + 1)^{\frac{3}{2}} - 1$. Cuando $\tilde{J} = 2$ entonces entran hasta $\bar{J} = 4$ firmas, si $\tilde{J} = 3$ entonces $\bar{J} = 7$.

Observación 9.2. *En general se puede decir que si las condiciones*

A1 $Jq_J \geq J'q_{J'}$ *cada vez que* $J > J'$,

A2 $q_J \leq q_{J'}$ *cada vez que* $J > J'$,

A3 $p(Jq_J) - c'(q_J) \geq 0, \ \forall J$.

se verifican y si $p'(\cdot) < 0$ *y si* $c''(\cdot) \geq 0$ *entonces el número de firmas entrantes es al menos* $j^0 - 1$ *cuando el óptimo social es* J^0 *see [Mas-Colell, A. Whinston, M. Green J.].*

10 El agente y el principal, un breve resumen

La hipótesis del comportamiento maximizador de beneficios, por parte de la firma supone un gerente y un propietarios con idénticos objetivos. Está claro que si los intereses del propietario y del gerente coinciden el comportamiento maximizador de beneficios resulta inevitable, pues en este caso en tanto que consumidor el propietario tendrá por objetivo maximizar su nivel de utilidad en su restricción presupuestaria. En efecto consideremos que el conjunto de prouduccion Y es de propiedad de los consumidores $i = 1, ..., n$. A cada uno de los cuales corresponde una participación θ_i $\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1$. en este caso el problema puede plantearse de la siguiente manera:

$$Max_{x_i \geq 0} u_i(x_i)$$

$$s.a. \ px \leq w + \theta_i p.y$$

Estamos representando al productor (propietario) a la vez como el $i-$ésimo consumidor cuya función de utilidad es u_i sus dotaciones iniciales w_i y su prticipación en los beneficios de la producción es θ_i. Para precios dados unanimemente los productores-consumidores preferiran que se implemente el plan y' al plan y siempre que $py' > py$. Es decir que si mantenemos la proposición de firmas tomadoras de precios el comportamiento racional de los productores es el de isntruir a sus gerentes en maximizar los beneficios de las firmas. No obstante generalmente, los propietarios y los gerentes no tienen iguales intereses, ni disponen de la misma información sobre los estados de la naturaleza.

La Economía de la Información se propone estudiar situaciones en la que una parte de los agentes económicos no disponen de toda la información, ya sea referido a lo que los demás están haciendo, o saben, o en relación a las oportunidades de transacciones óptimas. Entre las áreas de investigación que tratan del problema de la asimetría de la información se destacan: la teoría del Perjuicio Moral, de la Selección Adversa, Búsqueda Optima, y la teoría de Expectativas Racionales.

En el caso de la Teoría del Prejuicio Moral, el problema consiste en que una parte de los agentes toman decisiones que afectan a los retornos de los demás sin que estos sean capaces de monitorear totalmente estas decisiones en provecho propio. La solución para este problema consiste en elaborar un programa de incentivos, pautado en un contrato, en el que será establecido el pago del agente por el principal, una vez que sean observados determinados resultados, dependientes del esfuerzo del primero.

El problema central de la teoría será entonces el de establecer un contrato óptimo en el sentido de que beneficios y riesgos sean distribuídos de forma tal que el agente tenga incentivos para elegir aquellas acciones que maximicen las utilidades de uno y otro. La existencia de este contrato es ampliamente discutido en la literatura especializada moderna.

Existe abundante literatura referida al tema, son referencias clásicas, G.H, H. No obstante hata la aparición del texto [Mas-Colell, A. Whinston, M. Green J.], los temas eran tratados en la literatura especializada. Acompañamos esta presentación del trabajo [Accinelli, E.; Navarro, M.] que entendemos esclarecedor sobre el tema.

11 Cambios econónicos y bienestar social

Analizaremos la influencia que los cambios económicos tienen en el bienestar social. En primer lugar anlizaremos aquellos debidos a cambios en precios, luego los cambios en el bienestar social producidos por redistribuciones de las dotaciones iniciales.

Supondremos que los agentes poseen preferencias racionales, de las cuales se deriva su función de demanda $x(p, w)$, consecuentemente una función indirecta de utilidad, $v(p, w)$ cuyo valor es la expresión en dinero del bienestar alcanzado. Los cambios en los precios son buenos (o malos) para los agentes si $v(p^1, w) - v(p^0, w) > 0 (< 0)$

Empezaremos definiendo la función indirecta de utilidad, y la función gasto, veremos luego las relaciones entre ellas y la demanda hicksiana, para luego analizar los cambios en el bienestar social a partir de varaiciones en los precios.

11.1 La función de utilidad indirecta

Para cada $(p, w) \in R^l_{++} \times R_+$ denotaremos como $v(p, w)$ el valor de la utilidad evaluada en la demanda: $v(p, w) = u(x(p, w))$ donde $u : R^l_{++} \times R_+$ es la función de utilidad y $x : R^l_{++} \times R_+ \to R^l_+$ es la función de demanda walrasiana. El valor $v(p, w)$ es llamado utilidad indirecta

Teorema 11.1. *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable $\succeq$ definida en el espacio de consumo $X = R^l_+$. Sea $(p, w) >> 0$. La correspondiente función de utilidad indirecta es: $v : R^l_{++} \times R_+ \to R$.*

1. *Homogénea de grado cero.*

2. *Estrictamente creciente en w y no decreciente en p_h para cada h.*

3. *Cuasiconvexa, es decir $\left\{(p, w) \in R^l_{++} \times R_+ : v(p, w) \leq \bar{v}\right\}$ es convexo para cada $\bar{v} \in R$.*

4. *Continua en p y w*

Demostración: La continuidad sigue directamente de la continuidad de $u(x)$ y de la de $x(p, w)$. Para ver que v es una función cuasiconvexa, supogamos que para (p, w) y (p', w') se verifica que $v(p, w) \leq \bar{v}$ y que $v(p', w') \leq \bar{v}$, luego considere $\lambda(p, w) + (1 - \lambda)(p', w') = (\tilde{p}, \tilde{w}),\ 0 \leq \lambda \leq 1$. Debemos verifacar que si x verifica $\tilde{p}x \leq \tilde{w}$ entonces $u(x) \leq \bar{v}$. Como $u(x(\tilde{p}, \tilde{w})) = v(\tilde{p}, \tilde{w})$ y como si x verifica $\tilde{p}x \leq \tilde{w}$ entonces $px \leq w$ y/o $p'x \leq w'$ se sigue que $u(x) \leq u(x(p, w)) = v(p, w) \leq \bar{v}$ y/0 $u(x) \leq u(x(p', w')) = v(p', w') \leq \bar{v}$ luego $u(x) \leq \bar{v}[\cdot]$

11.2 El problema de la minimización del gasto

En estas sección presentaremos el problema de minimización del gasto. Este se define a través del problema de optimización:

$$\begin{array}{l} \min_{x \in R^l_+} px \\ s.a : u(x) \geq u. \end{array} \tag{39}$$

Mientras que la utilidad indirecta se el valor máximo de bienestar (utilidad) que el agente puede alcanzar dada su riqueza w y los precios p. El gasto, hace referencia al nivel de riqueza mínimo necesario para alcanzar un nivel de utilidad u.

Teorema 11.2. *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable $\succeq$ definida en el espacio de consumo $X = R^l_+$ y precios positivos, se tiene entonces que:*

1. *Si x^* es optimal en el problema de maximizar la utilidad (MU) dada la restricción presupuestaria, con $w > 0$ entonces, x^* resuelve el problema de minimizar el gasto (mg) para $u = u(x^*)$. Más aun el gasto mínimo es exactamente igual a w.*

2. *Si x^* es optimal para el problema de minimizar el gasto para alcanzar una utilidad al menos tan buena cuanto $u > u(0)$, entonces x^* resuelve el problema de maximizar la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria con riqueza $w = px^*$.*

Demostración: (1) Supongamos que x^* es optimal para (MU) pero que no resuelve el promblema (mg) con $u = u(x^*)$. Esto significa que existe x' tal que $u(x') \geq u(x^*)$ y que verifica $px' \leq px^* \leq w$. Sea $U_{x'}$ un entorno de x' en el interior de la restricción presupuestaria. Por la no saciedad local existe entonces $x'' \in U_{x'}$ tal que $u(x'') > u(x')$. Considere entonces, $y(\alpha) = \alpha x^* + (1-\alpha)x''$, $0 \leq \alpha \leq 1$, observe que por ser u cuasicóncava $u(y(\alpha)) > u(x^*)$ para todo $0 \leq \alpha \leq 1$, en especial para α suficientemente pequeño tal que $u(y(\alpha)) \in U_{x'}$ luego x^* no puede ser solución del problema (MU).
(2) Suponga que x^* es optimal para (mg) pero no resuelve (MU) con nivel de riqueza $w = px^*$, como $u(x^*) > u(0)$ entonces $x^* > 0$ por lo que $px^* > 0$. Existe entonces x' tal que $px' < px^*$ y además $u(x') > u(x^*)$. Sea $x(\alpha) = \alpha x', \alpha \in (0,1)$. Luego $0 \leq px(\alpha) < px'$. Para α suficientemente próximo a 1, por la continuidad de u, se tiene que $u(x(\alpha)) > u(x^*)$. Como $px(\alpha) < px^*$ se tiene que x^* no resuelve (mg) contrario a lo supuesto.[$\cdot$]

11.3 La función gasto mínimo

Dados $p >> 0$ y un nivel requerido de utilidad $u > u(0)$ la función de gasto es denotada por $e : R^l_{++} \times R \to R$ definida como $e(p,u) = min\, px;\ s.a. :\ x : u(x) \geq u.$

Teorema 11.3. *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable $\succeq$ definida en el espacio de consumo $X = R^l_+$. Sea $(p,w) >> 0$. La correspondiente función de gasto $e(p,u)$ es:*

1. *Homogénea de grado uno en p.*

2. *Estrictamente creciente en u y no decreciente en $p_h, \forall h$.*

3. *Cóncava en p*

4. Continua en p y en u

Demostración: (1) Siendo x^* optimal, se tiene que $e(\alpha p, u) = \alpha p x^* = \alpha p x^*$ para todo $\alpha > 0$.
(2) Directamente de la definición de mínimo en una región del espacio.
(3) Sea x' la solución de (mg) para un nivel de utilidad u cuando el precio es $\tilde{p} = \alpha p + (1-\alpha)p', 0 \leq \alpha \leq 1$. Entonces $e(\alpha p + (1-\alpha)p', u) = (\alpha p + (1-\alpha)p')x' = \alpha p x' + (1-\alpha)x' \geq \alpha e(p, u) + (1-\alpha)e(p', u)$.
(4) Continuidad.

11.4 La demanda hicksiana o compensada

Llamamos demanda hicksiana a la función (o correspondencia) $h : R^l_{++} \times R \to R^l_+$ tal que $h(p, u) = x^*$, donde x^* resulve el problema del gasto mínimo para alcanzar el nivel $u > u(0)$ con precios $p >> 0$.

Teorema 11.4. *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable $\succeq$ definida en el espacio de consumo $X = R^l_+$. Sea $(p, w) >> 0$. La correspondiente función de gasto $e(p, u)$ es:*

1. *Homogénea de grado cero en p.*

2. *No existe exceso de utilidad: Para cualquier $x \in h(p, u)$ se tiene que $u(x) = u$.*

3. *Si $\succeq$ es convexa, entonces $h(p, u)$ es un conjunto convexo, si la preferencia es estrictamente convexa, entonces h es una función.*

Demostración: (1) Se sigue del hecho de que el vector que mminimiza, px restricto a $u(x) \geq u$ es el mismo si cambiamos p por αp.
(2) Si para algún $x \in h(p, u)$ se verificara que $u(x) < u$, entonces por la continuidad de u existirá $0 < \alpha < 1$ suficientemente próximo a 1 para el que $x' = \alpha x$ se cumple $u(x') < u$ y $px' < px$, lo que es absurdo.
(3) Por el absurdo. Suponga que existe más de un elemento de $h(p, u)$ luego por la la combinación convexa de ellos también estará en $h(p, u)$, la estricta cuasiconcavidada de u dará a esta combinación convexa un nivel de utilidad mayor que cada el correspondiente a cada una de las originales, luego estas no podrían pertenecer a $h(u, p)$.[·]

A partir del teorema (11.2) se deducen las siguientes identidades:

$$h(p, u) = x(p, e(p, u)) \text{ y, } x(p, w) = h(p, v(p, w)). \tag{40}$$

Obsérvese que la primera de estas relaciones muestra la compensación necesaria que debe ser ofrecida (o brindada) a un consumidor para recuperar su bienestar anterior, a un cambio en los precios. Supongamos que los precios cambian de un nivel p a p' siendp $p' > p$. El nivel actual de bienestar estará ahora definido por $u(x(p', w) < u(x(p, w)) = u$ para alcanzar la situación anterior de bienestar el consumidor debe ser compensado en una cantidad Δw_h tal que $h(p', u) = x(p', w + \Delta w_h)$, de esta forma $u(x(p', w + \Delta w_h)) = u$ con lo que se alcanzará el nivel anterior de utilidad, claro que no con la misma demanda que anteriormente. El valor de esta compensación está dado por $\Delta w_h = e(p', u) - w$.

11.5 Relaciones entre demanda, utilidad indirecta y la función de gasto

Supondremos a lo largo de este capítulo, a los efectos de que la demanda hicksiana sea una función, que las preferencias son estricatmente convexas, así como las propiedades de diferenciación necesarias.

Teorema 11.5. *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable, estrictamente convexa $\succeq$ definida en el espacio de consumo $X = R^l_+$. Para todo p, y u la demanda hicksiana $h(p, u)$ es el gradiente de la función de gasto respecto de los precios:*

$$h(p, u) = grad_p e(p, u).$$

Es decir $h_j(p, u) = \partial e(p, u)/\partial p_j$ para todo $j = 1, 2, ..., l$.

Demostración: Consideremos $\phi(p) = e(p, u) - p\bar{x}$. Para todo $p \in R^l_{++}$ se verifica que $\phi(p) \leq 0$ donde la igualdad se alcanza en $p = \bar{p} : \bar{p}\bar{x} = e(\bar{p}, u)$ es decir si y solamante si p verifica $\frac{\partial \phi(p)}{\partial p_k} = 0 \ \forall k = 1, 2, ..., l$ esto es si y solamente si, $p = \bar{p}$ tal que $\frac{\partial e(\bar{p}, u)}{\partial p_k} = \bar{x}_k$. Luego como $e(p, u) = ph(p, u)$ se concluye el teorema.[$\cdot$]

Corolario 11.6. *Bajo los supuestos de diferenciabilidad necesarios se concluye que:*

1. $D_p h(p, u) = D^2_p e(p, u)$.
2. $D_p h(p, u)$ *es una matriz semidefinida negativa.*
3. $D_p h(p, u)p = 0$.

$D_p(h(p, u))$ representa la matriz $l \times l$ jacobiana de $h(p, u)$ respecto a p.

Demostración: Las propiedades (1) y (2) siguen directamente del teorema anterior. La propiedad (2) sigue de la homogeneidad de grado cero de $h(p, u)$ respecto de p es decir derivando con respecto a α y en $\alpha = 1$ la igualdad $h(p, u) = h(\alpha p, u), \ \forall \alpha > 0$.

11.6 La ecuación de Slutsky

Aunque la función de demanda hicksiana no es directamente observable, (tiene entre sus argumentos a la función de utilidad) su derivada puede calcularse a partir de la demanda walrasiana, esta si observable. La importancia de la ecuación de Slutsky está en que establece una relación entre las derivadas de ambas demandas.

Teorema 11.7. *(Ecuación de Slutsky) Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable, estrictamente convexa, entonces para todo (p, w) y $u = v(p, w)$ se verifica :*

$$\frac{\partial h_l(p,u)}{\partial p_k} = \frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(p,w)}{\partial w} x_k(p,w); \forall \ l, k, \tag{41}$$

equivalentemente:

$$D_p h(p,u) = D_p x(p,w) + D_w x(p,w) x(p,w)^T. \tag{42}$$

Demostración: Considere el par $(\bar{p}, \bar{w})$ que permite al consumidor alcanzar un nivel de utilidad $\bar{u}$. La riqueza necesaria para alcanzar ese nivel es $\bar{w} = e(\bar{p}, \bar{u})$. Tenga ahora en cuenta que $h(p, u) = x(p, e(p, , u))$ (*) en este caso, $h_j(\bar{p}, \bar{u}) = x_j(\bar{p}, \bar{w})$ Derive ahora respecto de p_k en la identidad (*) y sustituya convenientemente$[\cdot]$

La matriz $D_p h(p, u)$ es conocida como la matriz de substitución, pues mide los cambios diferenciales en el consumo debido a los precios cuando la riqueza es ajustada de forma tal que recupere el consumo anterior, mientras que el segundo sumando, mide la variación en la demanda por el cambio en la riqueza que el cambio de los precios implica.

La matriz $D_p h(p, u)$ es la matriz de Slutsky, ella es *semidefinida negativa, simétrica y satisface* $S(p, v)p = 0$. El hecho de ser esta matriz semidefinida negativa, muestra que la demanda hicksiana o compensada, verifica la ley de la demanda, es decir que la demanda compensada por el bien j es función decrciente de su precio, $j = 1, ..., l$. Esto no es cierto en general para la demanda walrasiana.

Obsérvese la pendiente de la demanda compensada es más negativa que la correspondiente a la demanda walrasiana para un bien normal, mientras que es menos negativa cuando el bien es inferior.

11.7 La demanda walrasiana y la utilidad. La identidad de Roy

Sabemos que la demanda hicksiana es la derivada de la función de gasto. No existe un análogo para demanda walrasiana y utilidad indirecta, pues la utilidad no es invariante bajo transformaciones por funciones crecientes, de esta forma la demanda (que es invariante para este tipo de transformaciones) no puede ser igual a la derivada de la función indirecta de utilidad pues ésta no es invariante. Pero hay una arreglo posible si normalizamos las derivadas de la utilidad indirecta respecto de los precios con la derivada de ella misma respecto de la riqueza. Este es el contenido del teorema de Roy.

Teorema 11.8. De Roy *Sea $u : R^l_+ \to R$ una función de utilidad continua que representa a una preferencia localmente no saciable, estrictamente convexa, entonces para todo $(\bar{p}, \bar{w})$ y $\bar{u} = v(\bar{p}, \bar{w})$ la siguiente identidad se verifica:*

$$x(\bar{p}, \bar{w}) = -\frac{1}{\partial v(\bar{p}, \bar{w})/\partial w} grad_p\ v(\bar{p}, \bar{w}) \tag{43}$$

equivalentemente para toda $j = 1, 2, ...l$

$$x_j(\bar{p}, \bar{w}) = -\frac{\partial v(\bar{p}, \bar{w})/\partial p_l}{\partial v(\bar{p}, \bar{w})/\partial w}. \tag{44}$$

Demostración Sea $\bar{u} = v(\bar{p}, \bar{w})$ luego $\bar{u} = v(p, e(p, \bar{u}))$ se verifica para todo p. Derivando ahora con respecto a p y evaluando en $\bar{p}$ se obtiene la identidad de Roy[$\cdot$]

11.8 La recuperación de la preferencias a partir de la función de la demanda

Mientras la demanda walrasiana es visible, no lo es la preferencia o la utilidad que definie la demanda del agente. El problema de recuperar la función de utilidad a partir de la demanda tiene entonces interés. Este proceso se hará en dos etapas, 1) recuperación de la utilidad a partir del gasto, 2) recuperación de la función de gasto a partir de la demanda.

Sea

$$V_u = \left\{ x \in R^l_+ : px \geq e(p, u), \forall p \in R^l_{++} \right\}.$$

La función gasto $e(\cdot, u) R^l_+ \to R$ se define como $e(p, u) = \text{mín}_{x \geq 0}\, px,\ s.a., x \in V_u$. Las propiedades de, $e(p, u)$ muestran que V_u es no vacío cerrado y convexo y que $V_{u'} \subset V_u$ cada vez que $u' \geq u$.

Obsérvese que la frontera de V_u está formada por los $x \in V_u : u(x) = u$. Por lo tanto es posible obtener u, pues ella es la envolvente de las rectas $px = e(p, u)$. Para cada p fijo, V_u pertenence al semiplano $H_p = \left\{ x \in R^l : px \geq e(p, u), \right\}$.

A seguir, veremos que es posible obtener la función de gasto a partir de la función de demanda cuando esta proviene de maximizar una función de utilidad. Supongamos que a partir de una serie de observaciones empíricas hemos obtenido la demanda de un individuo, $x(p, w)$. El lema de Sheppard permite escribir el sistema de ecuaciones diferenciales, $\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_k} = h_k(p, e(p, u)), k =$

$1, 2, ..., l$. La identidad $x(p,w) = h(p, e(p,u))$ para $e(p,u) = w$ nos lleva al siguiente sistema de ecuaciones diferneciales:

$$\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_k} = x_k(p, e(p,u)), k = 1, 2, ..., l, \tag{45}$$

con la condición inicial: $e(p^0, u^0) = w^0$.

La existencia de una solución para el sistema (45) no está en principio asegurada, no obstante un conocido resultado de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales dice que si la matriz hessiana de e $D_p^2 e(p,u)$ es simétrica entonces la solución existe. Recuerde que:

$$D_p^2 e(p,u) = D_p x(p, e(p,u)) + D_w x(p, e(p,u)) x(p, e(p,u))^t = S(p, e(p,u)).$$

Siendo S la matriz de Slutski, de una demanda generada por preferencias entonces es simétrica y por lo tanto la solución al sistema (45) existe.

Por lo tanto en los supuestos indicados, es posible obtener a partir de las observaciones que definen la función de demanda, la función de utilidad que la genera. Para esto debemos integrar el sistema (45)y luego encontrar la frontera del conjunto V_u. Esta curva serĺa función de utilidad correspondiente a la demanda observada.

Como corolario de lo anteriormente dicho se sigue entonces que toda función que verifique la ley de Walras, sea homogenea de grado cero, y su matriz jacobiana sea simétirca, definida positiva y singular ($pJ = Jp = 0$) es la función de demanda compensada $h(p,u)$ para un consumidor cuya demanda walrasiana está dada por $x(p,w) = h(p,u)$ siendo $w = e(p,u)$. Es decir que existen preferencias neoclásicas que tienen por demanda. precisamente a esta función. Se establece así una correspondencia entre la maximización de funciones de utilidad y la demada correspondiente y reciprocamente entre una demanda y la existencia de una función de utilidad que la define.

12 Cambios económicos y cambios en el bienestar

La teoría del bienestar económico tiene como objetivo la evaluación de los efectos de los cambios económicos en el bienestar del consumidor. Si bien estos cambios pueden deberse a múltiples factores nos ocuparemos aquí en especial a los cambios en el bienestar de los agentes debidos a cambios en los precios.

Si fuera posible conocer las preferencias de los consumidores, sería entonces posible determinar una función de demanda $x(p,w)$ y a partir de ella obtener $v(p,w)$ lo que daría sin duda una evaluación del nievel de bienestar social, siendo $u(x(p,w)) = v(p,w)$. Cambios en los precios de de p^0 a p^1, afectarían positivamente el bienestar de los agentes si $v(p^1, w) - v(p^0, w) > 0$ pues esto implica un cambio positivo en el nivel de utilidad, $u^1 - u^0 > 0$ donde $u^i = v(p^i, w), i = 1, 2;$

consecuentemente el cambio en precios implica una pérdida de bienestar cuando la desigualdad es la contraria.

12.1 Indice de precios

Los índices de precios tratan de medir el cambio sobre el nivel de vida que se deriva de un cambio en los precios de los bienes. Supongamos que el vector de precios cambio de $p^0 \in R^l_+$ a $p^1 \in R^l_+$. Tomemos como referencia un vector de consumo $x^r \in R^l_+$. Calculemos su costo para ambos precios. Podemos entonces definir el siguiente índice:

$$IP(p^0, p^1, x^r) = \frac{P^1 x^r}{p^0 x^r} \tag{46}$$

Esto mide la relación entre el costo de vida en dos momentos diferentes cuando los precios eran p^0 y cuando son p^1. No obstante depende de cual sea la cesta de bienes elegida como representante del nivel de consumo. Sea $x^j = x(p^j$ con $j = 0, 1$. Podemos entonces definir dos índices.

1. **Indece de Laspeyres**
$$IP_l(p^0, p^1, x^0) = \frac{p^1 x^0}{p^0 x^0} \tag{47}$$

2. **Indice de Paasche**
$$IP_p(p^0, p^1, x^1) = \frac{p^1 x^1}{p^0 x^1} \tag{48}$$

Estos índices miden el cambio en el costo de vida que implica un cambio en los precios referido a una cesta fija de bienes. Maneras más precisas de medir el cambio en el nivel de vida puede ser las siguientes:

1. **Indece verdadero de Laspeyres**
$$VIP_l(p^0, p^1, u^0) = \frac{e(p^1, u^0)}{e(p^0, u^0)} \tag{49}$$

2. **Indice verdadero de Paasche**
$$IP_p(p^0, p^1, u^1) = \frac{e(p^1, u^1)}{e(p^0, u^1)} \tag{50}$$

Se puede ver facilmente que:

$$VIP_l \leq IP_l, \;\; VIP_p \geq IP_p.$$

12.2 Medidas del cambio en el bienestar

Una forma de medir esa variación del bienestar, en términos de dinero, seía el de considerar para un vector de precios $\bar{p}$ la función de gasto $e(\bar{p}, v(p, w))$ lo que equivale al costo, en términos monetarios, que tiene para el agente alcanzar el nivel de bienestar $u = v(p, w)$. Consecuentemente $e(\bar{p}, v(p^1, w)) - e(\bar{p}, v(p^0, w))$ sería la medida monetaria del cambio de nivel de utilidad. Equivalentemente el valor del cambio de utilidad de u^0 a u^1 cuando los precios son $\bar{p}$.

Siendo $u^i = u(x(p^i, w)), i = 1, 2$ tenemos que $p^i x(p^{\cdot} w) = e(p^i, u^i) = w, i = 1, 2$. Definimos ahora la *varaición equivalente (VE)* y la *variación compensada (VC)*

$$VE(p^0, p^1, w) = e(p^0, u^1) - e(p^0, u^0) = e(p^0, u^1) - w. \tag{51}$$

$$VC(p^0, p^1, w) = e(p^1, u^1) - e(P^1, u^0) = w - e(p^1, u^0). \tag{52}$$

La *variación equivalente* puede interpretarse como el valor monetario que el consumidor está dispuesto a pagar a cambio de que los precios no cambien. O bien, puede decirse que ella representa la variación en la riqueza del consumidor que resulta equivalente, en términos de bienestar, al cambio en los precios. Aquí u^0 es el nivel de utilidad que el agente alcanza maximizando su función de utilidad en su restriccón presupuestaria cuando los precios son p^0 y su riqueza w. Mientras que u^1 representa el nivel de utilidad máximo que corresponde a un nivel de precios p^1 y riqueza w. Es decir, $e(p^0, u^1) - w$ es el incremento en el nivel de riqueza necesario para alcanzar un incremento en el nivel de utilidad igual a $u^1 - u^0$ cuando los precios se mantienen fijos en p^0. Se sigue que $v(p^0, w + VE) = u^1$. Es decir la variación en los precios de p^0 a p^1 tine sobre el bienestar el mismo impacto que si la renta cambiara de w a $w + VE$ dejando los precios fijos. En consecuencia $VE > 0$ significa que los cambios en los precios tienen impacto positivo sobre el bienestar del consumidor, mientras que $VE < 0$ significa lo contratio.

La *variación compensada* mide lo que el consumidor debe pagar o recibir, para que luego de haber sido cambiados los precios esté en el nivel de utilidad original. Es decir la variación compensada puede ser medida como $v(p^1, w - CV) = u^0$.

Tanto la VE, como la VC, pueden ser expresadas en términos de la demanda hicksiana, basta para esto tener en cuenta que $h_j(p, u) = \partial e(p, u)/\partial p_j$. Luego si suponemos que sólo se modifica el precio p_1 se obtiene:

$$EV(p^0, p^1, w) = e(p^0, u^1) - w = e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} h_1(p_1, p_{-1}, u^1) dp_1.$$

Es decir es el área bajo la curva que representa la demanda hicksiana, asociada al nivel de utilidad u^1, entre p_1^0 y p_1^1.

Analogamente la variación compensada es igual a:

$$VC(p^0, p^1, w) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} h_1(p_1, p_{-1}, u^0) dp_1.$$

Ejemplo 12.1. *(¿Tazar el consumo del bien, o imponer un pago único equivalente? ¿IVA o impuesto a la renta?) Supongamos que el planificador central quiere saber que es mejor para el consumidor de un determinado bien, si imponer una tasa fija al consumo de algún bien, (supongamos que al bien 1) de tal forma que* $p_1^1 = p_1^0 + t$ *o bien imponer una pago final igual a* $T = tx_1(p^1, w)$.

El consumidor preferirá el pago único final T a al tasa t si se verifi ca la desigualdad $VE(p^0, p^1, w) < -T$. Es decir si la variación equivalente es más negativa que la que es negativa que $-T$ el monto de riqueza que perderá si se impone un pago único. Es decir el consumidor estará peor bajo las tasación sobre el consumo del bien que bajo la imposoción de un pago único si $w - T > e(p^0, u^1)$.

La diferencia

$$(-T) - VE(p^0, p^1, w) = w - T - e(p^0, w)$$

se llama el *peso muerto de la pérdida por imposición de una tasa sobre el consumo del bien.* Mide la diferencia entre un pago de una sola vez igual a $T = tx_1(p^1, w)$, lo que equivale a una reducción en T de la riqueza original, y lo que el consumidor estaría dispuesto a pagar si los precios son los mismos pero ubicándose en el nivel de utilidad u^1 que es el máximo posible que puede obtener si las dotaciones iniciales se quedan fijas y los precios cambian a p^1.

Esta medida puede ser representada en términos de la demanda hicksiana y el nivel de utilidad u^1. Como $T = tx_1(p^1, w) = th_1(p^1, u^1)$. Sea $p_{-1} = (p_2, ..., p_l)$ y supongamos que $p_h^0 = p_h^1 = \bar{p}, \ \forall h = 2, ..., l$. Se tiene entonces la siguiente cadena de igualdades:

$(-T) - EV(p^0, p^1, w) = e(p^1, u^1) - e(p^0, u^1) - T =$

$$= \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} h_1(p_1, P_{-1}^0, u^1) dp_1 - th_1(p_1^1, p_{-1}^0, u^1) = \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} [h_1(p_1, P_{-1}^0, u^1) - h_1(p_1^1, p_{-1}^0, u^1)] dp_1. \quad (53)$$

Siendo $EV(p^0, p^1, w) \leq 0$ and $(-T)$ lo que el agente pierde en el pago de una sola vez. Como $h_1(p, u)$ es decreciente con p_1 esta diferencia es positiva[6], (estrictamente si la demanda hicksina es estrictamente decreciente).

En forma similar puede trabajarse a partir de la demanda hicksiana $h_1(p, u^0)$, corespondiente al nivel u^0. Esto mide el défcit o beneficio de una autoridad central que cobra un impuesto al consumo

[6]Comparar esta situación con los casos de exceso de gravamen ya estudiados.

de algún bien pero desea compensar al consumidor para que mantenga su nivel de bienestar correspondiente a u^0. Hay déficit, si lo recaudado $th_1(p^1, u^0)$ es menor que la compensación que el gobierno debería pagar para compensar al consumidor, es decir: $-CV(p^0, p^1, w) > th_1(p^1, u^0)$ en el caso de déficit el resultado sería la transferencia monetaria del gobierno a los consumidores. Equivalentemente, el déficit es igual a $th_1(p^1, u^0) - e(p^1, u^0) + w$.

En definitiva, la siguiente cadena de igualdades mide el déficit:
$-CV(p^0, p^1, w) - th_1(p^0, p^1, w) = e(p^1, u^0) - e(p^0, u^0) - th_1(p^0, p^1, w) =$

$$= \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^1)dp_1 - th_1(p_1^0, p_{-1}^0, u^1) = \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} [h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^0) - h_1(p_1^0, \bar{p}_{-1}, u^0)]dp_1. \quad (54)$$

Siendo h_1 estrictamente decreciente, esta difernecia es positiva.

Ejercicio 12.2. *Calcule la derivada repecto a t de la pérdida por tasación en (53) y en (54). Muestre que evaluado en $t = 0$ estas derivadas se anulan, pero son estrictamente positivas para todo $t > 0$. Interprete el resultado.*

Ejercicio 12.3. *Suponga que la autoridad central quiere aplicar un impuesto al consumo de un determinado bien y debe elegir entre gravar uno de dos bienes diferentes de forma tal que $T = t_1x_1(p^1, t_1) = t_2x_2(p^2, t_2)$, siendo p^1 el vector de precios que resulta de cambiar el precio del bien 1 y dejar todos los demás en su forma actual, analogamente p^2 pero respecto al bien 2.*

1. *Muestre que p^1 es mejor que p^2 si y solamente si $VE(p^0, p^1, w) - VE(p^0, p^2, w) > 0$ siendo p^0 vector actual de precios.*

2. *¿Por qué no sería correcto, evaluar la mejor política usando la variación compensada?*

13 Análisis del cambio en el bienestar bajo información parcial

En algunos casos no se puede calcular el gasto del consumidor por que no se dispone de toda la información sobre las características de su demanda. Consideremos el caso en el que son conocidos los precios iniciales p^0 y finales p^1, así como la demanda inicial $x^0 = x^0(p^0, w)$. El siguiente test muestra cuando un cambio en los precios resulta favorable para el consumidor.

Teorema 13.1. *Supongamos que el consumidor tiene preferencias localmente no saciables. Si $(p^1 - p^0)x^0 < 0$ entonces el conusmidor está estrictamente mejor bajo la situación (p^1, w) que bajo (p^0, w).*

Demostración: El resultado es un aplicación de la ley de Walras. Siendo $p^0x^0 = w$ entonces como $(p^1 - p^0)x^0 < 0$ se tiene que una cesta factible, bajo p^0 sigue siéndolo bajo p^1 Por lo tanto $B_w(p^0) \subset B_w(p^1)$, luego por la no saciedad local, el consumidor estará mejor estricatmanet bajo los nuevos precios[$\cdot$]

Obsérvese que este teorema resulta facilmente de la aproximación de primer orden para la función de gasto. Téngase en cuenta que $h(p^0, u^0) = x^0$.

La convexidad del subconjunto de R^l $S = \{p \in R^l_+ : e(p, u^0) \geq e(p^0, u^0)\}$ muestra que solamente si la diferencia $\|p^1 - p^0\|$ no es muy grande puede afirmarse que $e((1-\alpha)p^0 + \alpha p^1), u^0) > w$ para todo $\alpha < \bar{\alpha}$.

13.1 Análisis del bienestar social en un modelo de equilibrio parcial

El análisis marshaliano estudia el comportmaiento de un mercado por un bien (o varios bienes) que constituyen una pequeña parte del mercado total. Marshal analiza el caso cuando los gastos en este bien constitutyen una pequeña parte del gasto total, consecuentemente las influencia en el bienestar del consumidro por cambios en el mercado de este bien no afectan en forma importante al bienestar total. Supone que el resto de los bienes mantienen fijos sus precios aun cuando hay cambios en el precio del bien en estudio. Diferencia estos del bien estudiado y los unifica en un único bien representado por el numerario. Existen entonces en este análisis dos bienes, el numerario y el bien l. Cada consumidor tiene una función de utilidad cuasi-lineal que se puede representar por la función: $u_i : R \times R_+ \to R$, definida como:

$$u_i(m_i, x_i) = m_i + \phi_i(x_i),\ i = 1, ..., n.$$

Se asume que $\phi_i(0) = 0,\ \phi_i'(x_i) > 0; \phi_i''(x_i) < 0, \forall x_i > 0$.

Suponemos que el gasto total en los otros bienes está dado por m. Consideramos ahora una economía con dos bienes, (m, x) x representa la cantidad coonsumida del bien x y m el gasto en todos los otros bienes. Por otra parte, la economía produce el bien l a partir de m mediante J firmas cuyas tecnologías representamos por

$$Y_j = \{(-z_j, q_j) : q_j \geq 0,\ q_j \leq f_j(z_j)\}\ ;\ j = 1, 2, ..., J,$$

donde z_j representa la cantidad de bien m que se usa como insumo, y f es la función de tecnoligía. Recuerde que si el conjunto de tecnología es convexo entonces Y_j puede ser representado por[7]

$$Y_j = \{(-z_j, q_j) : q_j \geq 0,\ z_j \geq c_j(q_j)\}\ ;\ j = 1, 2, ..., J,$$

[7] Recuerde que $c_j(q_j) = min_{[z_j : f_j(z_j) \geq q]} pz_j$, luego, $pz_j \geq c_j(q_j), \forall z_j \geq q_j$.

siendo que p está normalizado en 1.

Suponemos que en la economía el precio del bien l es p^* que el precio del numerario se normaliza por 1 Asumimos que los agentes inicialmente tienen solamente dotaciones iniciales en numerario y no en el bien l. Las firmas maximizan beneficios

$$\max_{q_j \geq 0} p^* q_j - c_j(q_j).$$

Las condiciones de primer orden implican $p^* \leq c'(q_j^*)$ con igualdad si $q_j^* > 0$.

Mientras que los agentes maximizan su función de utilidad restringidos a su región presupuestaria:

$$max_{m_i, x_i} m_i + \phi_i(x_i)$$

$$s.a\ m_i + p^* x_i \leq w_{mi} + \textstyle\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}(p^* q_j^* - c_j(q_j^*))$$

Las condiciones de primer orden para este problema son: $\phi_i'(x_i^*) \leq p^*$ con igualdad si $x_i^* > 0$.

Obsérvese que en un modelo cuasi-lineal como este el efecto riqueza sobre el consumo del bien no numerario es cero.

Definición 13.2. *Una asignación $(x_1^*, ..., x_n^*, q_1^*, ..., q_J^*)$ y un precio p^* constituyen un equilibrio competitivo si y sólo si:*

$$\begin{aligned} &p^* \leq c_j'(q_j^*),\ \textit{con igualdad si}\, q_j^* > 0\ j = 1, 2, .., J \qquad (a) \\ &\phi_i'(x_i^*) \leq p^*,\ \textit{con igualdad si}\, x_i^* > 0;\ i = 1, 2, ..., n \qquad (b) \\ &\textstyle\sum_{i=1}^{n} x_i^* = \sum_{j=1}^{J} q_j^* \qquad (c). \end{aligned} \tag{55}$$

Obsérvese que las ecuaciones (55,(a),(b),(c)) no están relacionadas con la distribución inicial de la riqueza ni con la participación de los agentes en las firmas. Esto es propio de la simplificación cuasi lineal. La condición (55,(c)) exige que en equilibrio, la oferta agregada sea igual a la demanda agregada.

El hecho de ser la utilidad cuasi lineal hace que no haya efecto riqueza, la demanda y la oferta del bien no numerario dependen unicamente de su precio Si asumimos condiciones tales que hagan que las firmas tengan interés en producir y los agentes en consumir el bien no numerario, entonces, la demanda agrega es continua y no creciente con p mientras que la oferta agregada es no decreciente y continua con p. Obsérvese que de las ecuaciones de primer orden se obtiene: $q_j'(p) = 1/c_j''(q_j(p)) > 0$ mientras que $x_i'(p) = 1/\phi''(x_i(p)) < 0$.

Consideremos la asignación $(\bar{x}, \bar{q})$. Supongamos que el valor de $\phi_i(x_i)$ puede ser medido en términos del monetario. De esta forma los niveles posibles de utilidad alcanzados por la sociedad, están definidos por:

$$\left\{ (u_1, ..., u_n) : \sum_{i=1}^{n} u_i \leq \sum_{i=1}^{n} \phi_i(\bar{x}_i) + w_m - \sum_{j=1}^{J} c_j(\bar{q}_j) \right\}$$

Definición 13.3. *Llamaremos plus-valor marshaliano asociado a la asignación factible:* $(\bar{x}, \bar{q})$ *al número:*

$$S(\bar{x}, \bar{q}) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x_i) - \sum_{j=1}^{J} c_j(q_j). \tag{56}$$

Supongamos cambios en la demanda x^0 a x^1 y en la oferta q^0 a q^1 del bien no numerario, que no alteren la ecuación de equilibro oferta igual demanda, se verificará entonces la igualdad

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{j=1}^{J} \Delta q_j = \Delta q.$$

Como las condiciones de primer orden hacen que $p(x) = \phi_i'(x_i)$, y $c'(q_i) = C'(q)$ se tiene entonces que el incremento del valor marshaliano será entonces igual a:

$$\Delta S = S(x^1, q^1) - S(x^0, q^0) = p(x) \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i - c'(x) \sum_{i=j}^{J} \Delta q_j = (p(x) - c'(x))\Delta x$$

Observación 13.4. *Obsérvese que no estamos exigiendo que los precios que enfrenta el consumidor y los que enfrenta el productor sean iguales.*

- Consumidores y productores no harán frente al mismo precio si por ejemplo los primeros hacen frente a una tasa impuesta por el planificador central al consumo, o si la tasa es impuesta al monopolista.

- Sí requerimos que los consumidores actúen como tomadores de precios, enfrentado todos el mismo precio y los productores tengan los mismos costos marginales, esto no sucede por ejemplo en el modelo de Cournot, cuando las firmas tienen costos diferentes.

Nótese que el plus-valor marshaliano se maximiza para $c'(x^*) = p(x^*)$ es decir cuando se verifica el equilibrio competitivo. Para ver esto, téngase en cuenta que $S''(x) \leq 0$ para toda x es decir que $S(x)$ es cóncava, luego x^* maximiza $S(x)$ si y solamente si $S'(x^*) = p(x^*) - c'(x^*) = 0$.

13.2 Efectos sobre el bienestar de una tasa distorsionadora. Devolución de impuestos.

Supongamos que una autoridad central impone una tasa $t > 0$ al consumo del bien no numerario, de forma tal que su precio de venta pasa a ser: $p(t) = p_0 + t$. En estas condiciones, en equilibrio debe cumplirse la igualdad entre oferta y demanda agregada,

$$x(p^*(t) + t) = q(p^*(t)).$$

De donde derivando con respecto a t obtenemos:

$$\frac{dp^*(t)}{dt} = -\frac{x'(p^*(t) + t)}{x'(p(t) + t) - q'(p^*(t))}.$$

La conclusión inmediata es que $-1 \leq p'(t) < 0$ para todo t. De esta forma el precio $p^*(t)$ recibido por los productores cae con t, mientras que el precio $p^*(t)+t$ pagado por los consumidores crece (debilmente) con t. Además las cantidades totales producidas decaen.

Supongamos ahora que la autoridad central quiere recuperar el nivel de bienestar de los consumidores gravados con la tasa, mediante un sólo pago. ¿Qué impacto tendrá este esquema *impuesto - devolución* en el bienestar?

Dedicaremos la última parte de esta sección a dar una respuesta a esta interrogante. Es conveniente denotar por $(x_1^*(t), ..., x_n^*(t), q_1^*(t), ..., q_J^*(t))$ y $p^*(t)$ la asignación de consumo y producción y el precio de equilibrio para el bien l cuando la tasa es t. Nótese que $c_j'(q_j^*(t)) = p^*(t)$ y $\phi_i'(x_i^*(t)) = p^*(t)+t$. Sea $S(x^*(t)) = S^*(t)$. Calculamos $S^*(t)-S^*(0)$ que es la pérdida de bienestar asociado al cambio de precio,

$$S(t) - S(0) = \int_{x^*(0)}^{x^*(t)} [p(s) - c'(s)]ds = \int_{x^*(0)}^{x^*(t)} sds = \frac{(x^*(t))^2 - x^*(0)^2}{2}.$$

Esta expresión es negativa, pues $x^*(t) < x^*(0)$, siendo $x^*(t) = \sum_{i=1}^n x_i^*(t)$, es la demanda agregada.

El efecto total de esta política de compensación se obtiene restando a la pérdida de bienestar anteriormente calculada lo que se devuelve en pago de una sola vez es decir, lo recaudado por la tasa $tx^*(t)$. Siendo $x^*(t)$ lo demandado por los agentes, bajo la condición $x^*(p^*(t) + t) = q^*(t)$ y $q^*(t) = \sum_{j=1}^J q_j^*(t)$ la oferta agregada.

Esta política puede considerarse una mejora paretiana si al devolver la tasa los agentes alcanzan un nivel de staisfacción mayor o igual y al menos uno estricatmente mayor, que aquel del que disfrutaban antes de la imposición de la tasa, es decir si $S^*(t) - S^*(0) + tx^*(t) > 0$. Esto es el llamado *efecto de compensación*, es decir que en principio es posible, dado un cambio en la economía que los ganadores compensen a los que perdieron de forma tal que toda la sociedad este mejor.

Téngase en cuenta que todo este análisis se hizo bajo el supuesto de que sólo uno de los precios de la economía cambia y no afecta a los demás. Si la tasación afecta a dos o más bienes los resultados pueden ser diferentes.

14 Los teoremas fundamentales del bienestar en un marco de equilibrio parcial

Consideraremos brevemente en esta sección los teoremas fundamentales del bienestar. Esto servirá como intriducción a la siguiente temática relacionada con la redistribución de las dotaciones iniciales y sus repercusiones en el bienestar económico.

Comenzaremos suponiendo una cesta fija de consumo y producción de los l bienes de la economía definida por el vector: $(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_l, \bar{q}_1, ..., \bar{q}_J)$. Consecuentemente el numerario total distribuido entre los agentes de la economía será $w_m - \sum_{j=1}^{J} c_j(\bar{q}_j)$. Observe que este conjunto no depende de la forma como el numerario $w_m = \sum_{i=1}^{n} w_{mi}$ esté distribuido entre los agentes. Llamremos conjunto de niveles posibles de utilidad P al conjunto:

$$P = \left\{ (u_1, ..., u_n) : \sum_{i=1}^{n} u_i \leq \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x_i) + w_m - \sum_{j=1}^{J} c_j(\bar{q}_j) \right\}.$$

Obsérvese que la frontera de este conjunto es un hipeplano perpendicular al vector $n = (1, ..., 1)$. De esta forma el conjunto de consumo producción factible $(x_1^*, ..., x_l^*, q_1^*, ..., q_J^*)$, será un óptimo de Pareto precisamente si hace que las utilidades corrspondientes a esta cesta estés en la frontera de P. Note que un mismo óptimo de Pareto corresponde a diferentes distribuciones del numerario entre los agentes.

Una cesta de consumo-producción óptima corresponde a una solución del problema:

$$\begin{aligned} &\text{máx}_{x \geq 0, q \geq 0} \textstyle\sum_{i=1}^{n} \phi_i(x_i) + w_m - \sum_{j=1}^{J} c_j(\bar{q}_j) \\ &\textstyle\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{j=1}^{J} q_j = 0. \end{aligned} \tag{57}$$

El valor de $\sum_{i=1}^{n} \phi_i(x_i) - \sum_{j=1}^{J} c_j(\bar{q}_j)$ es el objetivo, este valor es precisamente el plus-valor Marshaliano, el que no cambia con la distribución inicial del numerario, siempre que la cantidad total siga siendo w_m.

Las condicioens de primer orden para este problema, equivalen a las condiciones de primer orden para el equilibrio competitivo, consideranrdo precios en el lugar de los multiplicadores de

Lagrange. Se deduce que todo equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto, el recíproco no es cierto porque en este caso no se consideran las restricciones presupuestaria. La particularidad de que todo equilibrio competitivo es óptimo de Pareto, se describe formalmente en el siguiente teorema:

Teorema 14.1. Primer teorema del bien estar económico *Si el precio* p^* *y la cesta de consumo producción* $(x_1^*, ..., x_l^*, q_1^*, ..., q_J^*)$, *constituyen un equilibrio competitivo entonces esta cesta es Pareto óptima.*

De alguna forma este teorema es la expresión formal de la *mano invisible* de Adam Smith.

Nótese también que de acuerdo a estas consideraciones, el precio de equilbrio es precisamente el precio sombra correspondiente a las condiciones de primer orden del problema de obtener óptimos de Pareto. Se conluye que los precios en las condiciones competitivas igualan la utilidad marginal y el costo marginal.

El segundo teorema del bienestar, constituye un cuasi recíproco del primer teorema, expresa condiciones bajo las cuales una cesta óptimo de Pareto puede ser alcanzada como una cesta correspondiente a un equilibrio competitivo. Es decir condiciones que aseguren que exista un precio tal que esta cesta de bienes y dicho precio sean un equilibrio competitivo. Terminaremos esta parte con el enunciado del segundo teorema del bienestar.

Teorema 14.2. El segundo teorema del bienestar *Para todo nivel de utilidad* $(u_1^*, ..., u_n^*)$ *Pareto óptima, existe una transferencia de recursos,* $(T_1, ..., T_n)$, *stisfaciendo* $\sum_{i=1}^n T_i = 0$ *tal que la asiganción de equilibrio, correspondiente a las dotaciones iniciales,* $(w_1+T_1, ..., w_n+T_n)$ *alcanza el nivel* $(u_1^*, ..., u_n^*)$.

15 Monopolio y bienestar

Como ya fue dicho en la sección correspondiente a la teoría del monopolio, es posible en una rama monopolizada aumentar a la vez el bienestar del consumidor y el del productor, por lo que el producto obtenido es ineficiente desde el punto de vista paretiano. La pérdida de bienestar por parte del consumidor está asociada al llamado peso muerto del monopolio. Es precisamente la magnitud de este peso muerto el que mide la ineficiencia del monopolio. No obstante aun en casos en que un monopolio discriminador consigue un resultado eficiente, este va acompa˜ado de un pérdidad de bienstar por parte de los consumidores el que se mide por la apropiación por parte del monopolista del excedente del consumidor. El monopolista que consigue apropiarse de todo el excedente del consumidor es precisamente el eficiente.

Mientras que el excedente del consumidor, en el caso de competencia perfecta (que supone eficiencia) tiene un valor

$$EC = \int_{\bar{y}}^{y_c} (p(y) - p_c)\, dy, \tag{58}$$

siendo $\bar{y}$ la mínima cantidad de producto que la firma competitiva está dispuesta a producir, y_c la cantidad de producto correspondiente al caso de competencia perfecta, p_c el precio unitario de dicho producto en competencia perfecta, y $p(y)$ la función de demanda inversa. El peso muerto del monopolista se mide por

$$PM = \int_{y_m}^{y_c} (p(y) - p_c)\, dy, \tag{59}$$

siendo y_m el producto correspondiente al monopolista.

Es precisamente el valor PM el que pierde el consumidor, por lo que su excedente en el caso de monopolio pasa a ser:

$$EC_m = \int_{\bar{y}}^{y_m} (p(y) - p_c)\, dy. \tag{60}$$

Un monopolio eficiente consigue apropiarse del total del excedente del consumidor, pues en este caso sea por la posibilidad de discriminación perfecta o por la posibilidad de imposición de precios en dos etapas, el monopolista está dispuesto a ofertar el producto de competencia. Esta situación desde el punto de vista del bienestar podría pensarse como ambigua, pues si bien es cierto que el monopolista aumenta su beneficio a costa del conjunto de la sociedad, hay sectores de la población que pueden verse beneficiados por la discriminación de precios. En definitiva esto supone que cada consumidor paga por el producto lo que está dispuesto a pagar, haciendo que potenciales consumidores se transformen en verdaderos consumidores al ver la posibilidad de pagar por el producto un precio menor. Es probable que la demanda de viajes en tren de los estudiantes se viera reducida si no hubiera discriminación de precios.

El problema del regulador pasa a ser entonces como revertir a la sociedad el excedente apropiado por el monopolista. Las discusiones en torno a la necesidad de ganancias extraordinarias para hacer productiva la inversión en investigación y tecnología no cae fuera de esta temática.

16 El bienestar social agregado

Consideramos aca una economía formada por n agentes, cuays funciones de utilidad están representadas por $u_i : X \to R,\ i = 1, ..., n$ donde X es el conjunto de consumo, el mismo para todos los agentes. Para cada agnte, representado por $i = 1, ..., n$ asumimos dotaciones iniciales $w_i in X$. El conjunto de consumo X será acá el cono positivo de R^n, es decir que una cesta de bienes para el agente $i-$ésimo será representado un vector x_i con n coordenadas no negativas. Mucho de lo que diremos acontinuación forma parte del trabajo de investigación más reciente del autor, por lo que los resultados son aun parciales en incompletos.

Para definir nuestra principal herramienta de trabajo, el índice de Negishi, introduciremos la siguiente notación:

$$S_n = \left\{ \lambda \in R^n : \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \right\}.$$

Introducimos ahora la siguiente función utilidad social $U : R^{ln} \to R$ definida como:

$$U_\lambda(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i(x_i)$$

donde $x = (x_1, ..., x_n)$ $x_i \in R^l$. Los ponderadores $\lambda_i, i = 1, ..., n$ son elementos del simplex S_n de R^n. Cada λ_i representa el peso que al grupo i asignamos en la función social de utilidad. Diremos entonces que $\lambda \in S_n$ es una distribución de pesos sociales. En cierta forma representa el peso relativo que el grupo social tiene dentro de la utilidad social.

Definición 16.1. *Decimos que una asignación de recursos x es factible (o posible) para la economía considerada, si $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq \sum_{i=1}^{n} w_i$. Notaremos por $\mathcal{F}$ al conjunto de estas asignaciones, es decir:*

$$\mathcal{F} = \left\{ x \in R_+^{ln} : \sum_{i=1}^{n} x_i \leq \sum_{i=1}^{n} w_i \right\}.$$

Dada una distribución de pesos sociales, $\bar{\lambda}$ es posible asignar a cada asignación $x = (x_1, ..., x_n) \in \mathcal{F}$ un determinado nivel de bienestar social definido por

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} \bar{\lambda}_i u_i(x_i).$$

En particular es posible hacer esto con una asignación que sea ademaás un óptimo de Pareto. Recordamos que una asiganción $x \in X$ es un óptimo de Pareto, si no es posible encontrar otra asiganción factible, que mejore a algún agente de la economía sin perjudicar a otro. El siguiente teorema carcteriza a los óptimos de Pareto posibles para un economía dada.

Teorema 16.2. *Una asignación de recursos $x^* \in \mathcal{F}$ es un óptimo de Pareto si y solamente si existe una distribución de pesos sociales λ^* tal que x^* resuelve el siguiente problema:*

$$max_x \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^* u_i(x) \;\; s.t.: \; x \in \mathcal{F}. \tag{61}$$

La demostración puede verse en [Acccinelli, E. (05)]

Lo que afirma el teorema es que para cada asignación x^* óptimo de Pareto existe un correspondiente vector λ^* en R^n cuyas coordenadas λ_i^* representan los pesos sociales de los agentes en la función de utilidad agregada, tal que para x^* se verifica la desigualdad $\sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x^*) \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x), \quad \forall x \in \mathcal{F}$. Y recíprcamente si para $\bar{\lambda} \in R_+^n$ dado, $\bar{x} \in \mathcal{F}$ resuleve el problema de $max_x \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(x)$ entonces $\bar{x}$ es un óptimo de Pareto. Obsérvese que es posible normalizar λ considerando solamente $\lambda \in S_n$. En definitva para cada distribución de pesos sociales λ el máximo nivel de U_λ se alcanza en alguno de los óptimos de Pareto posibles para esta economía. Es decir que si nuestro interés es encontrar una asignación de recursos que maximice el bienestar social, debemos en primera instancia restringirnos sólo al subconjunto de las asignaciones de recursos posibles, que son a la vez, óptimos de Pareto.

16.1 El índice de Negishi

Interesados en el bienstar social, la siguiente pregunta es, cuál es la regla, si existe alguna, que nos permite elegir entre los óptimos de Pareto factibles aquellos que maximicen el bienestar social. Nótese que directamente de la misma definición de óptimo de Pareto posible para una economía dada, se deprende que estos no dependen de la distribución de la riqueza inicial sino unicamente de la riqueza total existente en la sociedad.

Desde un punto de vista de la interrelación sociedad-economía, se evidencia acá la relación entre asignaciones Pareto eficientes y pesos relativos de los agnetes económicos en la utilidad agregada. Esto significa que para cada distribución de pesos sociales existe un correspondiente conjunto de asignaciones que son Pareto optimales en los que se maximiza la función de utilidad agregada y reciprocamente, que dado una asignación que sea óptimo de Pareto, existe una distribución de pesos sociales λ^* tal que esta asignación representa un máximo de la función de utilidad social U_{λ^*}. Esta correspondencia entre pesos sociales y asiganciones Pareto optimales, depende exclusivamente de la riqueza agregada. Más aún, bajo las hipótesis de utilidades estrictamente cuasicóncavas, y para cada nivel de riquza inicial agregada W, es posible establecer una correspondencia biunívoca $\mathcal{P}_W : S_n \to PO$ entre pesos sociales y el conjunto asignaciones Pareto optimales al que denotamos aquí por PO. Por lo tanto, para cada economía, con una riqueza agregada W, podemos encontrar un *camino eficiente* $x : S_n \to R^{ln}$ definido por $x(\lambda) : \lambda \in S_n$, asignando a cada $\lambda \in S_n$ la solución que le corresponde en el problema (61) la que es una asignación factible y óptimo de Pareto. Mediante el teorema de la función implícita, a partir de las condiciones de primer orden para el problema (61) se pude ver que el camino eficiente, definido por $x(\lambda)$ es un camino continuo y diferenciable, ver[Acccinelli, E. (05)]. Este camino depende exclusivamente de la riqueza agregada de la economía representadoa por el vector W.

Es decir, si suponemos dada la distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$ utilidades estrictamente cuasicóncavas, entonces, sólo existe una asignación de recursos Pareto optimal que maximiza la utilidad social, representada por $\bar{x} = x(\bar{\lambda})$ la cual se modifica poco si los pesos sociales cambian poco. Por lo que, si deseamos obtener como solución del problema (61) una determinada asignación Pareto optimal, debemos primeramente establecer la distribución de pesos sociales adecuada. Cómo establecer estos pesos sociales no está claro, no obstante veremos más adelante que bajo determinadoas condiciones en la distribución de las dotaciones iniciales es posible que la sociedad alcance sin intervención de un planificador central una distribución de pesos sociales deseada. En particular nos interesaría encontrar aquella distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$ que tiene asociado la asigканción de recursos Pareto optimal para la cual se verifica que:

$$U_{\bar{\lambda}}(x(\bar{\lambda})) \geq U_{\lambda}(x(\lambda)), \ \forall \ \lambda \in \Delta. \tag{62}$$

Definición 16.3. *Llamaremos a este nḿero indice de Negishi de la economía.*

Las economías competitivas, bajo las leyes del mercado, alcanzan su equilibrio competitivo, con asignaciones de recursos que son un subconjunto del conjunto de los óptimos de Pareto, (tal lo que se concluye a partir del primer teorema del bienesatar). Es decir que sólo un subconjunto de distribuciones de pesos sociales es compatible con una economía en equilibrio. De esta forma si los equilibrios se modifican, se modifica la estructura social, es decir los pesos relativos de los sectores sociales en la utilidad social. Como veremos las asignaciones de equilibrio posibles, a diferencia del conjunto de los óptimos de Pareto posibes, si están relacionados con la distribución inicial de los recursos, y no sólo con la riqueza agregada. Cómo determinar este subconjunto de pesos sociales correspondientes a asignaciones de equilibrio es el tema de la siguiente sección.

16.2 Los equilibrios sociales

Como ya fue dicho el conjunto de óptimos de Pareto posibles para una economía dada no depende de la distribución inicial de los recursos, sólo depende de su valor agregado, no obstante esto no es así para las asignaciones de equilibrio[8]. Como es evidente, a partir de la definción (16.1), en cada nivel de riqueza agregada W, es posible alcanzar un subconjunto particular del conjunto de consumo, el subconjunto de las llamadas asignaciones factibles. Este subconjunto se modifica si se modifica las riqueza agregada de la economía, pero no depende de como ésta esté distribuída entre los diferentes agentes económicos. Es decir entonces que, cambios en la distribución inicial

[8]Entendemos por asignación de equilibrio, una asignación x de recursos tal que el par (p, x), siendo $p \in R^l_{++}$ un vector de precios, es un equilibrio walrasiano para la economía considerada.

de los recursos no implican cambios en el conjunto factible, y por lo tanto no implican cambios en la estructura de pesos sociales que corresponden a funciones de utilidad maximizadoras del bienestar social, para las cuales se verifica la desigualdad (62). No obstante, en forma desecentralizada (es decir por la sola ación del intercambio de bienes en mercados competitivos) unicamente es posible que una economía alcance aquellas asignaciones Pareto optimales asociadas a equilibrios walrasianos[9]. Nótese que en general una economía dada, puede alcanzar distintos equilibrios walrasianos (economías con un único equilibrio, requieren en general de restricciones fuertes en las posibles utilidades de los agentes ver por ejmeplo [Mas-Colell, A. (1975)]) esto podría explicar que economías similares en dotaciones iniciales y preferencias, demuestren comportamientos y resultados muy diferentes, tanto desde el punto de vista puramente económico como desde el punto de vista social. No obstante puede suceder que ninguno de estas asignaciones de equilibrio se corresponda con pesos sociales para los que la deisguladad (62) se verifique. Por lo que es posible que, considerando unicamente asiganciones de equilibrio, es decir aquellas que son posibles de alcanzar en forma descentralizada, no se alcance el máximo posible bienestar económico dada la riqueza agregada de la economía. Por lo que es la forma en la que están distribuidos los recursos iniciales la causa de que una economía competitiva pueda encuentrarse en un nivel de bienestar social menor que el posible dada la riqueza existente. Naturalemtne esto vale, si entendemos que el bienestar social para una economía dada se mide por el valor $U_{\lambda(}(x(\lambda))$ correspondiente a sus asignaciones $x(\lambda)$ de equilibrio.

Cómo el planificador central puede intervenir a los efectos de obtener el máximo nivel de bienestar social dada la riqueza existente en la economía, no es un tema trivial. Muchas veces la acción del planificador intentando evitar males sociales puede traer aparejados males peores. Es posible regular mediante subsidios, tasas o gravámenes una economía no eficiente, es decir una econom'ıa que por algún motivo esté fuera de su camino óptimo, sobre el punto ya hemos analizado algunas posibilidades en la primera parte de este trabajo. No obstante parece más compleja aún la labor de un planificador central que intente hacer que una economía alcance su máximo bienestar dada su riqueza agregada. Esto supone implemetar políticas redsitributivas cuyas cosnecuencisa pueden ser imprebisbles[Accinelli, E. (07)]. Mucho de lo dicho en esta sección tiene un gran valor teórico pero presenta complicaciones importantes en el momento de su implementación.

[9]En las condiciones del Primer Teorema del Bienestar, toda asignación de equililibrio es Pareto optimal.

Referencias

[Accinelli, E. (07)] Structural stability, Morse's lemma and singular economies. *Documeto de Trabajo del Depto. de Economía Facultad de Ciencias Sociales. Montevideo-Uruguay.* 2007

[Accinelli, E. (94)] Some Remarks about Uniqueness of the Equilibrium for Infinite Dimensional Economies".*Estudios de Economía* 21, pp. 315-326. 1994.

[Acccinelli, E. (05)] Elementos de la Topología y de la teoría de conjuntos en la teoría del equilibro genral. *Editorial Eon-sociales.* 2005.

[Accinelli, E.; Navarro, M.] El Agente y el Principal. *Publicaciones Matemáticas del Uruguay* Vol 6, 1995.

[Baumol, W. Panzar, Y., Willig, R.] Contestable Marquets and the Theory of Industry. *Harcourt Brace Jovanovich NY* 1982.

[Bertrand, J.] Theory mathematique de la richesse sociale. *Journal des savants* pp. 499-508, sep 1883.

[Cournot, A] Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorye des Richesses, (1883). Traducción inglesa Kelley, NY.

[Fudeberg, D.; Tirole, J.] Game Theory. *Cambrifge, Mass* (1991)

[Grossman,S.J. and Hart, O.D.] An Analysis of the Principal- Agent Problem *Econométrica 51:1,* pp 7 -45, 1993.

[Holmstron, B.] Moral Hazard and Observability" *Bell Journal of Economics* Vol 10, pp 74 - 92, 1979.

[Mas-Colell, A. (1975)] The theory of general economic equilibrium: A differentiable approach *Cambridge University Press*

[Mas-Colell, A. Whinston, M. Green J.] Microeconomic Theory. *Oxford University Press* 1995.

[Lipsey, R. Lankaster, K.] The general theory of the second best. *Review of Economics Studies, 24:1,* pp 11-31, 1956-57.

[Ramsey, F:] A contribution to the theory of taxation. *Economyc Journal* pp 47 -61, 1927.

[Segura, J.] Teoría de la Economía Industrial. *Editorial Civitas* 1993.

[Shy, O.] Industrial Organization,. Theory and Applications. *The MIT Press* 1995.

[Stackelberg, H.F.] Marktform und Gleichgwicht. *Julius Springer, Viena (traducción inglesa: The Theory of the Market Economy, Oxford University Press* 1952.

[Williamson, O.E.] Economics as and antitrusts defence: the welfare trade offs. *American Economic Revieuw* pp 73 104, 1968.