



Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

Documentos de Trabajo

**Las crisis sociales y las singularidades:
Los fundamentos microeconómicos de las crisis sociales**

Elvio Accinelli y Leobardo Plata

Documento No. 01/08
Febrero, 2008

Las crisis sociales y las singularidades: Los fundamentos microeconómicos de las crisis sociales*

Elvio Accinelli[†]

Leobardo Plata[‡]

Setiembre 2007

Resumen

En este trabajo nos proponemos mostrar la íntima relación existente entre bienestar y eficiencia. Asignaciones eficientes se corresponden de manera única con distribuciones de pesos relativos de los agentes, y determinan en conjunto una forma de medir el bienestar social asociado al total de recursos existentes en la economía de. Introduciremos una variedad diferencial, a la que llamaremos camino de Negishi, que resume la eficiencia y el bienestar posible para una economía dados sus recursos totales y las funciones de utilidad. Veremos que en forma descentralizada sólo es posible alcanzar algunos niveles de bienestar, no todos los posibles para la economía dada la totalidad de sus recursos. Analizaremos también la relación existente entre las llamadas economías singulares y las crisis sociales, en especial aquellas vividas por los países emergentes, en particular haremos referencias a México y a Uruguay. Veremos también, de una manera formalizada y en el marco de la teoría del equilibrio general, como bajo determinadas condiciones la política fiscal puede introducir cambios en el corto plazo, que afectan a la sociedad irreversiblemente en el corto y largo plazo. En particular analizaremos la posibilidad del surgimiento de cambios drásticos, imposibles de prever e irreversibles de la estructura social, como resultado de políticas fiscales o arancelarias gradualistas. Es decir analizaremos la posibilidad de la aparición de crisis económicas y sociales en forma inesperada y abrupta como respuesta a cambios graduales aun bajo los mejores deseos de una autoridad central benevolente. Se muestra que la aparición de crisis sociales está más relacionada con la distribución de las dotaciones iniciales, que con la riqueza total existente en la economía. Veremos también que es posible introducir en el marco del equilibrio general los conceptos de economías desarrolladas y subdesarrolladas.

El llamado método de Negishi será nuestro Virgilio por el infierno de las crisis sociales.

Palabras clave: *Crisis sociales, economías singulares y regulares, método de Negishi.*

Clasificación JEL: D50, D6.

*Los autores agradecen al conacyt de Mexico, por el apoyo otorgado mediante el proyecto 46209

[†]Universidad Autónoma de San Luis Potosí Facultad de Economía . E-mail elvio.accinelli@eco.uaslp.mx

[‡]Universidad Autónoma de San Luis Potosí Facultad de Economía. E-mail lplata@uaslp.mx

Abstract

In this paper we show the strong relation existing between efficiency and social welfare. We introduce the concept of Negishi path, a differentiable manifold, that show the relation existing between distributions of social weights and efficient allocation. We show that it is possible to assign to each efficient allocation a certain level of social welfare, and that given the total resources of an economy and the utilities of its agents there exists a maximal level possible of social welfare for this economy. This level will be called the Negishi number and it is independent of the distribution of the total resources. We analyze also, the strong relation existing between social crisis and distribution of the initial resources, with this object we introduce the concept of singular economies, and we show that, for this economies small changes in the endowments imply big and unpredictable social changes in the social structure and in the level of social welfare. Finally we introduce in the framework of the General Equilibrium Theory a definitions of developed and underdeveloped economies.

Our guide in this trip will be the Negishi approach.

Keywords: *Social crisis, regular and singular economies, Negishi approach.*

JEL classification: D50, D6.

1 Introducción

*“Alla paura di Dante risponde Virgilio,
assicurando d’aver già fatto quel viaggio.”*

El objetivo de nuestro trabajo, enmarcado en la teoría del equilibrio general, es mostrar como las crisis sociales, en un sentido amplio están íntimamente relacionadas con la existencia de las llamadas economías singulares. Precisamente son singulares, como veremos, aquellas economías que responden modificando fuertemente sus características más importantes cuando sus fundamentos son perturbados, aún si estas perturbaciones son pequeñas o no son sustanciales. Explicaremos entonces, las crisis sociales, como el resultado de perturbaciones en los fundamentos económicos de determinado tipo de economías. Perturbaciones de los gustos de las personas, aplicación de nuevos impuestos, ampliación de la oferta monetaria, así como todos aquellos cambios que impliquen una redistribución de los recursos existentes o una variación en la demanda de los agentes, aún en pequeña escala o como parte de un política económica gradualista, pueden ser responsables de cambios importantes e inesperados en el comportamiento social. El caso de Uruguay luego de 1968 es paradigmático. En este país los docentes de enseñanza primaria y secundaria gozaban de un alto reconocimiento social el que iba acompañado de altos salarios comparativamente al resto de la población y quizás en términos relativos a nivel mundial, hay que tener presente que además en su gran mayoría estos docentes pertenecían a escuelas públicas, quienes además conformaban el grupo social más importante como generador de opinión. Los sucesivos cambios en la distribución del ingreso que el país sufre a partir de 1968, afecta principalmente a este sector que ve disminuidos sus ingresos. Si alguien pagó por la crisis en Uruguay puede decirse que fueron los docentes. Consecuentemente el sector pasa a tener menor consideración social y a jugar un rol cada vez menos importante como formador de opinión, papel que pasan a jugar otros sectores sociales. Tan abrupto y marcante ha sido este cambio económico y su repercusión social, que uno de los reclamos actuales más importantes de este grupo social, a casi 40 años de estos hechos, es recuperar el nivel salarial de 1968, lo que presupondría en principio recuperar el papel protagónico perdido, no obstante esta posibilidad es discutible dadas las características del Uruguay actual, bastante lejanas por cierto de las de 1968, el camino transitado es, independientemente de si bueno o malo, irreversible. A partir de esta fecha la educación en general pasa a tener un rol menor como fuente de prestigio social y la población en general busca otras opciones para alcanzarlo. A los efectos de centrar la atención en los temas que entendemos relevantes para comprender las crisis económicas, nos remitiremos al estudio de las consecuencias de cambios en la distribución inicial

de la riqueza, como resultado de políticas económicas diversas, considerando que las utilidades, que representan los gustos de los agentes, están fijas. Veremos también los cambios posibles en el bienestar social agregado como consecuencia de cambios en las asignaciones eficientes posibles para una economía, dados sus recursos y funciones de utilidad. Para analizar dicha relación introduciremos el concepto de camino de Negishi.

Como fue dicho al inicio, el marco general dentro del que se desarrolla nuestro trabajo es el de la teoría del Equilibrio General, por lo que cuando hablamos de los fundamentos de la economía, nos referimos al conjunto de funciones de utilidad y la riqueza inicial de que disponen los agentes económicos y que intercambian en el mercado, buscando maximizar sus funciones de utilidad respectivas restringidos a un subconjunto del conjunto de bienes, definido por sus respectivas riquezas iniciales o ingresos. Es este enfoque el que diferencia sustancialmente a nuestro trabajo de otros muchos referidos al tema de las crisis, partimos de los fundamentos de la economía y mostramos los cambios en ellos como responsables de los cambios sociales. Nuestro enfoque centra la atención en la distribución inicial de la riqueza como fuente de posibles conflictos sociales, en este sentido pueden citarse como antecedentes los trabajos [Dasgupta, P.; Ray, D. (1986)] y [Dasgupta, P.; Ray, D. (1987)] que establecen una relación directa entre la distribución de la riqueza y bienestar social.

La posibilidad de la aparición de crisis económicas y sociales, como resultado de modificaciones en los fundamentos o base de la economía, no significa que no deban llevarse a cabo reformas, o que la intervención de la autoridad central no pueda imponer cambios a veces positivos y necesarios en el corto plazo en la economía tales como, bajar el desempleo disminuir las tasas de inflación, o las propuestas en [Dasgupta, P.; Ray, D. (1987)] en el marco de un modelo de equilibrio general, muy similar al que acá seguimos, etc.... Por el contrario veremos que la mayoría de las veces estos cambios en los fundamentos económicos no provocan alteraciones mayores en el funcionamiento de las economías, los equilibrios no se modifican mayormente, ni en número ni en calidad. No obstante debemos estar alertados de la posibilidad de cambios abruptos e inesperados como resultado de políticas reformistas o gradualistas, los que pueden aparecer cuando la economía es del grupo de las llamadas singulares. Veremos también que lamentablemente es generalmente en los países más urgidos de reformas fiscales e impositivas, donde la posibilidad de consecuencias inesperadas por la aplicación de este tipo de modificaciones es más alta, consecuentemente donde el planificador central debe estar más atento a las consecuencias de su accionar.

Para muchos macroeconomistas, ver [Dornbusch, R.; Fisher, S.; Startz, R.(1998)], la ampliación de la base monetaria en el corto plazo puede dar lugar a una disminución del desempleo, la política fiscal puede expandir la demanda y consecuentemente presionar los salarios al alza, una

expansión fiscal aumenta los tipos de interés, etc...Más allá del resultado final de estas medidas, ellas suponen cambios en la distribución de la riqueza, al menos en el corto plazo, lo que influye en el comportamiento de los agentes económicos y consecuentemente en el colectivo de la economía. Más allá de consideraciones adicionales sobre las verdaderas consecuencias de estas medidas, los resultados de este tipo de políticas centrales podrán ser los esperados, si la economía es regular. Afortunadamente esto sucede la mayoría de las veces. Modificaciones en los impuestos o en la oferta monetaria sólo afectan parcial o temporalmente a la economía sin que esto signifique un cambio abrupto e inesperado. Pero una autoridad central enfrentada a una economía singular, urgido por reformas tendientes a lograr un mejor desempeño de la economía puede, en el momento de llevarlas a la práctica, aún sin quererlo, abrir la puerta a cambios inesperados en todos los órdenes de la sociedad, mismo en el caso en que esta política implique sólo pequeñas modificaciones en la distribución del ingreso de algunos sectores de la sociedad. En este caso los cambios afectarían ya no solamente a los sectores involucrados directamente, sino en general a la sociedad toda. La vuelta a la situación anterior se hace imposible mediante cambios pequeños de sentido opuesto.

¿Cómo relacionar cambios en la distribución inicial de la riqueza con cambios en el comportamiento de los diferentes grupos sociales que componen la sociedad? El llamado método de Negishi, relaciona el comportamiento social de los grupos económicos con las principales características estructurales del sistema económico vigente y más aún los cambios en la estructura económica con los cambios sociales, [Negishi, T. (1960)]. Permite evaluar y de alguna forma medir el impacto en la sociedad (medido en términos de bienestar económico) de las políticas económicas y/o a de los cambios de gustos de las personas y modas. La riqueza del método está en que permite mostrar como repercuten ya no sólo en el sistema económico sino en la sociedad en su conjunto, modificaciones realizadas por los responsables de la política económica, que afectan en principio, directamente solamente a algunos sectores o agentes individuales de la economía. Muestra que en general, pequeños cambios producidos por la política económica en la base de la economía, no conllevan en general grandes cambios sociales, dicho esto más allá de que sean buenos o malos, no obstante muestra también que en algunos casos, estos cambios pequeños, que afectan a algunos individuos repercutirán rápidamente en toda la sociedad haciendo que esta responda con modificaciones en el comportamiento social del conjunto de los individuos o sectores sociales, en forma totalmente inesperada, abrupta e impredecible. La no predicción es acá un fenómeno estructural, no está ocasionada en la falta de información o en errores en la medida de los parámetros. Se trata de una imposibilidad estructural propia del modelo. Esta imposibilidad de predicción esta estructuralmente relacionada con la posibilidad de cambios críticos en la estructura social. Veremos

que existe un conjunto de economías, equivalentemente un conjunto de distribuciones iniciales de la riqueza, que se puede definir precisamente como las antecelas de las crisis económicas y sociales. Precisamente es de las características de la distribución de la riqueza de una sociedad, más que de su cantidad, de lo que depende la aparición de crisis sociales importantes. Finalmente veremos que las economías con un alto nivel de bienestar, con distribuciones de recursos cuyas cestas de recursos son aproximadamente, igualmente satisfactorias para todos los sectores sociales tienen menor probabilidad de ser economías singulares o críticas. Esta es la principal contribución de este trabajo la que aparecerá resumida en los teoremas llamados de la estabilidad, teorema (4) y de la inestabilidad, teorema (5) así como en la definición de economía desarrollada. Precisamente en la sección dedicada a las economías desarrolladas ensayaremos una primera definición posible de *economía desarrollada* en el marco de la teoría del equilibrio general, relacionando bienestar posible, estabilidad y eficiencia. Creemos que esta definición no existía aún en la poderosa teoría de Arrow-Debreu, que es precisamente la que sustenta todo nuestro trabajo, por lo que puedes ser un modesto aporte.

Finalmente una justificación más para la pregunta de por qué seguir el método de Negishi: El marco teórico que en este trabajo utilizaremos es el de la teoría del equilibrio general. Como es bien sabido esta teoría es muy exigente para consigo misma y su rigor lógico deductivo. A partir de un conjunto de axiomas, de carácter microeconómico con los que en principio define una economía, pretende entender y definir el funcionamiento macroeconómico. Entendemos que la teoría es válida por cuanto con rigor describe fenómenos propios de la realidad económica. El método de Negishi es parte de esta teoría pero abre dos nuevas puertas al menos:

- (i) Como ya fue dicho, permite analizar la relación entre los fundamentos de la economía y algunas de las características de la sociedad, lo que en nuestro caso es fundamental.
- (ii) Permite extender las conclusiones de este análisis a casos más generales de los que acá trataremos, por ejemplo podemos considerar economías con bienes contingentes, opciones, seguros, en general con mercados futuros e incertidumbre.

No obstante dejar sentada estas posibles extensiones de nuestro trabajo, siendo nuestro interés actual el de mostrar la repercusión social de los cambios económicos, e intentar medir de alguna forma esta repercusión, con el fin de no desviar la atención del lector con una matemática más sofisticada (necesaria para analizar los casos mencionados en el ítem (ii)) solamente analizaremos las economías modeladas sobre R^l , o como suele llamarseles, economías con un número finito de bienes.

2 El método de Negishi

“Il maestro gli revela il segreto del suo viaggio...”

Consideremos una economía con una cantidad finita de agentes económicos y bienes. Existen n agentes económicos, los que pueden ser considerados como grupos homogéneos de individuos que actúan con intereses comunes o individuos aislados, caracterizados cada uno de ellos por una función de utilidad continua estrictamente cóncava, creciente y al menos dos veces diferenciable, $u_i : X \rightarrow R$, y tal que $\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_{ij}} \rightarrow \infty$, para $x_{ij} \rightarrow 0$, $j = 1, \dots, l$ donde X es el conjunto de consumo. Dicho conjunto lo suponemos el mismo para todos los consumidores y en principio igual a R_+^l , simplismo por el cual representamos al cono positivo de R^l . Es decir que, admitimos la existencia de l bienes en la economía pudiéndose consumir solamente cantidades positivas de ellos. Cada vector $x_i \in R_+^l$ representará una cesta de bienes para el i -ésimo consumidor, mientras que un vector $x = (x_1, \dots, x_n) \in R_+^{ln}$ representa una asignación de recursos, en la que x_i representa la cesta correspondiente al i -ésimo consumidor. Suponemos que los agentes económicos (agrupados en sectores sociales diferenciados o individuos aislados) tienen una dotación (cesta de bienes) inicial igual a $w_i, i = 1, \dots, n$ no nula. Indistintamente nos referiremos a estos sectores como los individuos, los consumidores o los agentes de la economía. En definitiva, entendemos por una economía un conjunto de individuos dotados de funciones de utilidad y dotaciones iniciales, a la que representamos por $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i, I\}$, siendo X el espacio de consumo de los agentes económicos el que suponemos común para todos ellos y en este trabajo, será el cono positivo de R^l , es decir $X = R_+^l$. Por I representamos un conjunto finito de índices, uno para cada agente económico, representamos por w_i la dotación inicial del i -ésimo consumidor, y por $u_i : X \rightarrow R$ su función de utilidad. Representaremos la distribución inicial de la riqueza por el vector $w = (w_1, \dots, w_n) \in R_+^{ln}$ mientras que la riqueza agregada quedará representada por el vector $W = \sum_{i=1}^n w_i \in R_{++}^l$. Es decir inicialmente todos los agentes poseen al menos una cantidad positiva de algún bien, lo que hace que la riqueza se represente por un vector de R^l con todas sus coordenadas positivas estrictamente. Los agentes económicos pueden ser como ya dijimos individuos o también grupos sociales que actúan en conjunto como un único agente económico. Una asignación o distribución de recursos será representada por un vector $x \in R^{nl}$ formado por cestas individuales, es decir $x = (x_1, \dots, x_n)$ siendo cada $x_i, i \in I$ un vector de R_+^l que representa la cantidad de cada uno de los bienes que se le asigna al i -ésimo agente económico.

Para definir nuestra principal herramienta de trabajo introduciremos la siguiente notación:

$$S_n = \left\{ \lambda \in R^n : \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \right\}. \quad (1)$$

Para cada $\lambda \in S_n$, introducimos ahora la siguiente función utilidad social $U_\lambda : R^{ln} \rightarrow R$ definida como:

$$U_\lambda(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i) \quad (2)$$

donde $x = (x_1, \dots, x_n)$ $x_i \in R^l$. Los ponderadores $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ son elementos del simplex S_n de R^n . Cada λ_i representa el peso que al grupo i asignamos en la función social de utilidad. Diremos entonces que $\lambda \in S_n$ es una distribución de pesos sociales. En cierta forma representa el peso relativo que el grupo social o agente económico, individualmente considerado, tiene dentro de la utilidad social.

Definición 1. Decimos que una asignación de recursos x es factible (o posible) para la economía considerada, si $\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n w_i$. Notaremos por \mathcal{F} al conjunto de estas asignaciones, es decir:

$$\mathcal{F} = \left\{ x \in R_+^{ln} : \sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n w_i \right\}. \quad (3)$$

Dada una distribución de pesos sociales, $\bar{\lambda}$ es posible asignar a cada distribución de recursos $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{F}$ un determinado nivel de bienestar social definido por

$$U_{\bar{\lambda}}(x) = \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(x_i).$$

En particular es posible hacer esto con una asignación que sea además un óptimo de Pareto. Recordamos que una asignación $x \in X$ es un óptimo de Pareto, si no es posible encontrar otra asignación factible, que mejore a al menos un agente de la economía sin perjudicar a otro. El siguiente teorema caracteriza a los óptimos de Pareto posibles para una economía dada. Denotaremos a este conjunto como PO .

Teorema 1. Dada una economía $\mathcal{E} = \{R_+^l, u_i, w_i, I\}$ con utilidades cuasiconcavas, entonces una asignación de recursos factible x^* es óptimo de Pareto, si y solamente si existe $\lambda^* \in S_n$ tal que x^* verifica que

$$U_{\lambda^*}(x^*) \geq U_{\lambda^*}(x) \quad \forall x \in \mathcal{F}. \quad (4)$$

Si además las funciones de utilidad son estrictamente cuasiconcavas entonces para cada $x^* \in PO$ existe un único $\lambda^* \in S_n$ para el que x^* verifica la desigualdad (4) y recíprocamente, para cada $\lambda^* \in S_n$ existe un único $x^* \in PO$ que verifica dicha desigualdad.

Demostración: Suponga que $x^* \in \mathcal{F}$ maximiza $U_{\lambda^*}(x)$, $\forall x \in \mathcal{F}$, y que x^* no es óptimo de Pareto. En este caso existe $y \in \mathcal{F}$ tal que $u_i(y_i) \geq u_i(x_i^*) \forall i$, con desigualdad estricta para al menos uno, luego $\sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(y_i) > \sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x_i^*)$. Lo que contradice el supuesto. Para ver el recíproco usamos el hecho que $x^* \in PO$ si y solamente si x^* resuelve el problema de $\max_{x \in R_+^l} u_n(x)$, sujeto a las condiciones $u_i(x_i) \geq u_i(x_i^*)$ $i = 1, \dots, n-1$; $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n w_i$. Ver [Balasko, Y. (1987)]. Las condiciones de primer orden para este problema son: $\alpha_i \frac{\partial u_i(x_i^*)}{\partial x_{ij}} = \gamma_j$, $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, l$ siendo $\gamma_j, j = 1, \dots, l$ y $\alpha_i, i = 1, \dots, n$ los correspondientes multiplicadores de Lagrange. Estas condiciones coinciden con las correspondientes condiciones de primer orden para el problema definido por (4) eligiendo λ_i^* convenientemente a partir de estas ecuaciones.

La unicidad de la solución x^* para maximizar $U_{\lambda^*}(x)$ s.a. $x \in \mathcal{F}$, sigue del hecho de que la suma de funciones estrictamente cóncavas es estrictamente cóncava. El hecho de que para cada $x^* \in PO$ hay un único $\lambda^* \in S_n$ para el que x^* verifica (4) sale inmediatamente de las condiciones de primer orden utilizadas anteriormente, a partir de las que definimos a λ^* . [.]

Lo que afirma el teorema es que para cada asignación x^* óptimo de Pareto existe un correspondiente vector λ^* en R^n cuyas coordenadas λ_i^* representan los pesos sociales de los agentes en la función de utilidad agregada, tal que para x^* se verifica la desigualdad $\sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x^*) \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x)$, $\forall x \in \mathcal{F}$. Y recíprocamente si para $\bar{\lambda} \in R_+^n$ dado, $\bar{x} \in \mathcal{F}$ resuelve el problema de $\max_x \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(x)$ entonces \bar{x} es un óptimo de Pareto. Obsérvese que es posible normalizar λ considerando solamente $\lambda \in S_n$. En definitiva para cada distribución de pesos sociales λ el máximo nivel de U_λ se alcanza en alguno de los óptimos de Pareto posibles para esta economía. Es decir que si nuestro interés es encontrar una asignación de recursos que maximice el bienestar social, debemos en primera instancia restringirnos sólo al subconjunto de las asignaciones de recursos posibles, que son a la vez, óptimos de Pareto.

Interesados en el bienestar social, la siguiente pregunta es, cuál es la regla, si existe alguna, que nos permite elegir entre los óptimos de Pareto factibles aquellos que maximicen el bienestar social. Nótese que directamente de la misma definición de óptimo de Pareto posible para una economía dada, se concluye que el conjunto de óptimos de Pareto factibles, no depende de la distribución de la riqueza inicial sino únicamente de la riqueza total existente en la sociedad.

2.1 El camino de Negishi

*“Non era ancor di là Nesso arrivato,
Quanto noi ci mettemmo per un bosco,
Che de nessun sentiero era segnato.”*

Desde un punto de vista de la interrelación sociedad-economía, el Método de Negishi evidencia la relación entre asignaciones Pareto eficientes y pesos relativos de los agentes económicos en la utilidad agregada. Esto significa que para cada distribución de pesos sociales existe un correspondiente conjunto de asignaciones que son Pareto optimales en los que se maximiza la función de utilidad agregada y reciprocamente, que dado una asignación que sea óptimo de Pareto, existe una distribución de pesos sociales λ^* tal que esta asignación representa un máximo de la función de utilidad social U_{λ^*} . Esta correspondencia entre pesos sociales y asignaciones Pareto optimales, depende exclusivamente de la riqueza agregada. Más aún, bajo las hipótesis de utilidades estrictamente cóncavas, y para cada nivel de riqueza inicial agregada W , es posible establecer una correspondencia biunívoca $\mathcal{P}_W : S_n \rightarrow PO$ entre pesos sociales y el conjunto asignaciones Pareto optimales PO . Ver teorema (1).

Por lo tanto, para cada economía, con una riqueza agregada W , podemos encontrar un *mapa de eficiencia*. Sea $x^* : S_n \rightarrow R^{ln}$ definido por $x^*(\lambda) : \lambda \in S_n$, asignando a cada $\lambda \in S_n$ la solución que le corresponde en el problema (4) la que es una asignación factible y óptimo de Pareto. Mediante el teorema de la función implícita, a partir de las condiciones de primer orden para el problema (4) se puede ver que el mapa de eficiencia, definido por $x^*(\lambda)$ es una función continua y diferenciable, ver [Accinelli, E. (2005)] y [Mas-Colell, A.; Nachbar, J.H (2003)]. Este mapa depende exclusivamente de la riqueza agregada de la economía representada por el vector W y no de la distribución de los recursos iniciales. Estas propiedades son resumidas en el llamado camino de Negishi:

Definición 2. *Llamaremos : camino de Negishi o camino eficiente a la aplicación $\mathcal{C}_N : S_n \rightarrow S_n \times PO$ definida como*

$$\mathcal{C}_N(\lambda) = \{(\lambda, x^*(\lambda)) \in S_n \times \mathcal{F} : x^*(\lambda), \text{ maximiza } U_\lambda(x) \forall x \in \mathcal{F}\}.$$

Lo anteriormente dicho nos lleva a la necesidad de la siguiente definición:

Definición 3. *Dada una economía $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i, I\}$ diremos que la economía $\mathcal{E}' = \{X, u'_i, w'_i, I\}$ es una redistribución de \mathcal{E} , si y solamente si $u' = u$ y $w \neq w'$ tal que $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w'_i = W$. Es decir si y solamente si la economía \mathcal{E}' difiere de \mathcal{E} en la distribución de sus recursos iniciales, pero no en la riqueza total (agregada) ni en sus utilidades.*

El siguiente teorema resume las propiedades de este camino:

Teorema 2. *Para toda economía \mathcal{E} el camino de Negishi es C^1 es decir las derivadas $\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \mathcal{C}_N(\lambda)$ $i = 1, \dots, n$ son continuas. Dicho camino es igual para toda economía que sea una redistribución \mathcal{E}' de la original \mathcal{E} .*

Demostración. La primera parte sale directamente del hecho de ser el mapa $x^* : S_n \rightarrow \mathcal{PO}$ diferenciablemente continuo. La segunda parte es consecuencia inmediata del hecho de que para cada $\lambda \in S_n$ las asignaciones $x^*(\lambda)$ correspondientes, no dependen de la distribución inicial de los recursos.

A lo largo de este camino eficiente las utilidades alcanzan la frontera del subconjunto de R^n , llamado *conjunto de utilidades posibles*. Este conjunto está definido en [Mas-Colell, A. Whinston, M.; Green, J. 19] como:

$$\mathcal{U} = \{(u_1, \dots, u_n) \in R^n : \exists x \in \mathcal{F} \text{ tal que } u_i \leq u_i(x_i) \forall i = 1, \dots, n\},$$

su frontera puede definirse como:

$$\mathcal{UP} = \{(u_1, \dots, u_n) \in \mathcal{U} : \nexists u' \in \mathcal{U} : u'_i \geq u_i \forall i, \text{ con al menos un } i : u_i > u'_i\}.$$

Como fácilmente puede observarse la siguiente proposición se cumple:

Proposición 1. *Una asignación x es Pareto eficiente si y solamente si $u(x) = (u_1(x_1), \dots, u_n(x_n)) \in \mathcal{UP}$.*

Luego las asignaciones en el camino de Negishi, determinan utilidades en la frontera del conjunto de utilidades posibles. Para ver esto consideremos la siguiente definición:

Definición 4. *Sea $\pi = P/\mathcal{C}_N$ la restricción de la la proyección natural $P : S_n \times \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ al mapa de Negishi, es decir la función $\pi : \mathcal{C}_N \rightarrow \mathcal{PO}$ definida por la regla $\pi(\lambda, x^*(\lambda)) = x^*(\lambda)$. Para cada $x \in \mathcal{PO}$ podemos definir la función $u : \mathcal{PO} \rightarrow \mathcal{UP}$ definida por la regla: $u(x) = (u_1(x), \dots, u_n(x))$. A partir de estas dos funciones definimos el mapa de Negishi $\mathcal{N} : \mathcal{C}_n \rightarrow \mathcal{UP}$ mediante la composición $\mathcal{N} = u \circ \pi \rightarrow \mathcal{UP}$, definido por $\mathcal{N}((\lambda), x^*(\lambda)) = u \circ \pi((\lambda), x^*(\lambda)) = (u_1, \dots, u_n)$.*

Si suponemos dada la distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$, utilidades continuas y estrictamente cóncavas, entonces, sólo existe una asignación de recursos Pareto optimal que maximiza la utilidad social agregada $U_{\bar{\lambda}}$, representada por $\bar{x} = x(\bar{\lambda})$ la cual como consecuencia de la continuidad de las funciones involucradas y del camino de Negishi, se modifica poco si los pesos sociales cambian poco. Si deseamos obtener como solución del problema (4) una determinada asignación Pareto optimal, debemos primeramente establecer la distribución de pesos sociales adecuada. Cómo establecer estos pesos sociales no está claro, no obstante veremos más adelante que bajo determinadas condiciones en la distribución de las dotaciones iniciales es posible que la sociedad alcance sin intervención de un planificador central una distribución de pesos sociales deseada. En particular nos interesaría encontrar aquella distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$ que tiene asociado la asignación de recursos factible, $\bar{x} = x^*(\bar{\lambda})$ Pareto optimal, para la cual se verifica que:

$$U_{\bar{\lambda}}(x^*(\bar{\lambda})) \geq U_{\lambda}(x^*(\lambda)), \forall (\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N. \quad (5)$$

Definición 5. Este número será llamado índice de Negishi de la economía. Representaremos por ms , al punto $(\bar{\lambda}, x^*(\bar{\lambda})) \in \mathcal{C}_N$ que resuelve este problema (5). Es decir que ms se define como $ms = (\bar{\lambda}, x^*(\bar{\lambda})) \in \mathcal{C}_N$ para el que se verifican las desigualdades (5).

Las economías competitivas sujetas a las leyes del mercado, alcanzan sus asignaciones de equilibrio en un subconjunto del conjunto de los óptimos de Pareto, (tal lo que se concluye a partir del primer teorema del bienestar). Es decir que sólo un subconjunto de distribuciones de pesos sociales es compatible con una economía en equilibrio. De esta forma si los equilibrios walrasianos se modifican, se modifica la estructura social, es decir los pesos relativos de los sectores sociales en la utilidad social. Como veremos las asignaciones de equilibrio posibles, a diferencia del conjunto de los óptimos de Pareto posibles, están fuertemente relacionados con la distribución inicial de los recursos, y no sólo con la riqueza agregada. Cómo obtener este subconjunto de pesos sociales correspondientes a asignaciones de equilibrio es el tema de la siguiente sección.

2.2 Los equilibrios walrasianos y equilibrios sociales

*“ La gloria di coluí, che tutto muove,
Per l’ Universo penetra, e risplande
In una parte più, e meno altrove”*

Como ya fue dicho, el conjunto de óptimos de Pareto posibles para una economía dada no depende de la distribución inicial de los recursos, sólo depende de su valor agregado, no obstante esto no es así para las asignaciones de equilibrio¹. Como es evidente, a partir de la definición (1), en cada nivel de riqueza agregada W , es posible alcanzar un subconjunto particular del conjunto de consumo, el subconjunto de las llamadas asignaciones factibles. Este subconjunto se modifica si se modifica la riqueza agregada de la economía, pero no depende de como ésta esté distribuída entre los diferentes agentes económicos. Es decir entonces que, cambios en la distribución inicial de los recursos no implican cambios en el conjunto factible, y por lo tanto no implican cambios en la estructura de pesos sociales que corresponden a funciones de utilidad maximizadoras del bienestar social, para las cuales se verifica la desigualdad (5). No obstante, en forma descentralizada (es decir por la sola acción del intercambio de bienes en mercados competitivos) únicamente es posible que una economía alcance aquellas asignaciones Pareto optimales asociadas a equilibrios walrasianos². Nótese que en general una economía dada, puede alcanzar distintos equilibrios wal-

¹Diremos que una asignación x es de equilibrio, o que forma parte de un equilibrio walrasiano, si existe un conjunto de precios p tal que el par (p, x) , donde $p \in R_{++}^l$, es un equilibrio walrasiano para la economía considerada.

²En las condiciones del Primer Teorema del Bienestar, toda asignación de equilibrio es Pareto optimal.

rasianos (economías con un único equilibrio, requieren en general de restricciones fuertes en las posibles utilidades de los agentes ver por ejemplo [Mas-Colell, A. (1975)]). Esto podría explicar que economías similares en dotaciones iniciales y preferencias, exhiben comportamientos y resultados muy diferentes, tanto desde el punto de vista puramente económico como desde el punto de vista social. No obstante esta multiplicidad posible de equilibrios, puede suceder que ninguna de estas asignaciones x^* , que forman parte de un equilibrio walrasiano, se corresponda con pesos sociales λ^* tales que $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$ ³ que define el número de Negishi, es decir que para todo (λ^*, x^*) tal que x^* es una asignación de equilibrio existe $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$ que verifica la desigualdad $U_\lambda(x^*(\lambda)) > U_{\lambda^*}(x^*)$. Por lo que es posible que, considerando unicamente asignaciones de equilibrio, es decir aquellas que son posibles de alcanzar en forma descentralizada, no se alcance el máximo posible bienestar económico dada la riqueza agregada de la economía. Por lo que es la forma en la que están distribuidos los recursos iniciales la causa de que una economía competitiva pueda encontrarse en un nivel de bienestar social menor que el posible dada la riqueza existente. Naturalmente esto vale, si entendemos que el bienestar social para una economía dada se mide por el valor $U_\lambda(x^*(\lambda))$ correspondiente a sus asignaciones $x^*(\lambda)$ de equilibrio.

Cambios en la distribución inicial de recursos provenientes por ejemplo de políticas fiscales que afecten a determinados sectores sociales, a unos beneficiosamente y a otros negativamente, implican cambios en el valor de la riqueza individual, implicarán cambios en los posibles equilibrios sociales y consecuentemente en el nivel de bienestar social posible de alcanzar en forma descentralizada por dicha economía. Aunque en principio, una redistribución de los recursos iniciales, no implica cambios en el potencial bienestar social alcanzable en la economía (pues la redistribución de recursos no implica cambio en el conjunto de los óptimos de Pareto factibles), si cambia el bienestar social máximo posible alcanzable en forma descentralizada, es decir alcanzable por la acción exclusiva del intercambio de bienes en un mercado competitivo.

Cabe señalar también que los cambios en los gustos de los individuos, implican cambios en sus funciones de utilidad, consecuentemente en el conjunto de óptimos de Pareto alcanzables por la economía. Esto supone que cambios en los gustos traerán aparejados cambios en las distribuciones de pesos sociales correspondientes a los óptimos de Pareto propios de la economía modificada. No obstante a los efectos de ganar en simplicidad, no desarrollaremos en este trabajo esta idea. Consideraremos aquí a las funciones de utilidades como determinadas de una vez para siempre, mientras que analizaremos las consecuencias sociales y económicas de los cambios en la distribución de las dotaciones iniciales. En definitiva, las conclusiones que pueden obtenerse modificando las funciones de utilidad o preferencias de los agentes, son análogas a las que acá veremos, pero

³Nótese que siendo $x^* \in OP$ existe λ^* tal que $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$.

a costa de una complejidad matemática mayor. Es decir que suponiendo cambios en los gustos de los agentes por modas, propaganda, etc...podemos llegar a conclusiones similares a las que acá llegaremos perturbando las dotaciones iniciales de los agentes pero, con una formalización en aquel caso bastante más compleja.

Supongamos primeramente una economía definida con n agentes económicos y l bienes, utilidades u_i fijas y dotaciones iniciales $w_i, i = 1, \dots, n$ dadas, en las hipótesis iniciales.

Definición 6. *Diremos que una distribución λ^* de pesos sociales es un equilibrio social si y solamente si es una distribución de pesos sociales, que corresponde, vía la solución del problema (4), a una asignación de recursos propia de un equilibrio walrasiano.*

Es decir que λ^* es un equilibrio social, si y solamente si, para $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$ existe un sistema de precios p^* tal que (p^*, x^*) es un equilibrio walrasiano.

La determinación precisa de los conjuntos de distribuciones de pesos sociales que son equilibrios sociales puede hacerse a introduciendo la llamada función exceso de utilidad⁴. Notaremos dicha función por $e = (e_1, \dots, e_n)$ donde $e_i : S_n \rightarrow R$ definida como

$$e_i(\lambda) = \frac{\partial u_i(x_i^*(\lambda))}{\partial x_i} [x_i^*(\lambda) - w_i], \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

donde $x^*(\lambda) = (x_1^*(\lambda), \dots, x_n^*(\lambda))$ representa la solución del problema (4) para $\lambda \in S_n$ y por $\frac{\partial u_i(x_i^*(\lambda))}{\partial x_i}$ denotamos el gradiente de u_i a evaluado en $x^*(\lambda)$ tal que $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$.

Si fuera necesario, a los efectos de diferenciar las funciones exceso de utilidad de economías diferentes por la distribución de sus dotaciones iniciales utilizaremos el subíndice w que corresponde a las dotaciones iniciales de la economía, denotando a la correspondiente función exceso de utilidad como e_w .

Nota 1. *Obsérvese que, en tanto que los óptimos de Pareto factibles, no dependen de la distribución de los ingresos iniciales, el camino de Negishi o eficiente, es el mismo para toda economía con la misma riqueza agregada. Por lo que las funciones exceso de utilidad de economías que sólo se diferencian en sus dotaciones iniciales, sean estas w y w' tales que $|w - w'| \leq \epsilon$ y que mantienen la riqueza agregada constante, verifican que*

$$\|e_w(\lambda) - e_{w'}(\lambda)\| \leq \max_i M_i \epsilon.$$

Siendo $M = \max_i \sup_{x_i} \left\{ \left| \frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_i} \right|; x_i \in \mathcal{P}_i \right\}$, y $\mathcal{P}_i = \{x_i \in R_+^l : u_i(w_i) \leq u_i(x_i) \leq u_i(W)\}$.

⁴Esta función aparece de manera implícita por primera vez en [Negishi, T. (1960)] y fué utilizada en [Mantel, R. (1974)]. El nombre es tomado de [Mas-Colell, A. (1975)] donde es utilizada como parte del llamado método dual para el Equilibrio General

El siguiente teorema caracteriza al conjunto de los equilibrios sociales.

Teorema 3. Sea $\mathcal{E} = \{R_+^l, u_i, w_i, I\}$ una economía. Entonces un par $(p^*, x^*) \in R_{++}^- \times R_+^{ln}$ formado por el sistema de precios p^* y la asignación de recursos x^* es un equilibrio walrasiano, si y solamente si existe $\lambda^* \in S_n$ que verifica $e(\lambda^*) = 0$ y tal que el par $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$, siendo $p^* = \gamma(\lambda^*)$ el correspondiente multiplicador de Lagrange para problema de maximización (4).

Demostración: Supongamos $(\lambda^*, x^*(\lambda^*)) \in \mathcal{C}_N$ es decir que $x^* = x(\lambda^*)$ es la solución del problema (4) y $\gamma(\lambda^*)$ el correspondiente multiplicador de Lagrange. Si para λ^* se verifica que $e(\lambda^*) = 0$, entonces el par (p^*, x^*) , siendo $p^* = \gamma(\lambda^*)$ y $x^* = x^*(\lambda^*)$ forma, como puede fácilmente verificarse, un equilibrio walrasiano. Pues x^* , por resolver el problema (4) es un óptimo de Pareto factible. Por otra parte considerando $p^* = \gamma^*$ y como $\gamma^* = \frac{\partial u_i(x_i^*)}{\partial x_i}$, $i = 1, \dots, n$, por ser $e_i(\lambda^*) = 0$ el par (p^*, x^*) verifica además restricción presupuestaria para cada agente.

Recíprocamente, si (p^*, x^*) es un equilibrio walrasiano, entonces existe λ^* que hace que el óptimo de Pareto x^* resuelva el problema (4), por lo que $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$. Además como por ser (p^*, x^*) un equilibrio walrasiano se verifica que $p^*(x_i^* - w_i) = 0$ y además la igualdad $p^* = \frac{\partial u_i(x_i^*)}{\partial x_i} \forall i = 1, \dots, n$, entonces la igualdad $e(\lambda^*) = 0$ se verifica. [·]

Por lo que entonces podemos denotar al conjunto al conjunto de equilibrios sociales para la economía $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i, I\}$ mediante

$$\mathcal{ES}_{w,u} = \{(\lambda) \in S_n : e(\lambda) = 0\}.$$

Los subíndices w, u hacen referencia a que se trata del conjunto de equilibrios sociales para una economía donde las dotaciones iniciales están dadas por $w = (w_1, \dots, w_n)$ y las funciones de utilidad por $u = (u_1, \dots, u_n)$.

Se tiene entonces la siguiente definición equivalente de equilibrio social:

Definición 7. Diremos que una distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$ es un equilibrio social si $\bar{\lambda}$ es un cero de la función exceso de utilidad, es decir si $e(\bar{\lambda}) = 0$.

Nota 2. La interpretación geométrica es la siguiente: $\lambda \in S_n$ es un equilibrio social, si el vector gradiente de las funciones de utilidad de cada uno de los agentes, evaluado en la cesta $x_i(\lambda)$ correspondiente a la asignación de recursos del punto $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$, es ortogonal al vector $(x_i(\lambda) - w_i)$.

El teorema recién demostrado permite establecer para cada economía una correspondencia biunívoca entre equilibrios walrasianos y equilibrios sociales, lo que puede ser representado por el

siguiente diagrama, donde $\mathcal{E}\mathcal{W}_{uw}$ representa el conjunto de equilibrios walrasianos de la economía.

$$\begin{array}{ccc} w \in X^n & \longrightarrow & \mathcal{E}\mathcal{W}_{uw} \\ & \searrow & \swarrow \\ & \mathcal{E}\mathcal{S}_{wu} & \end{array}$$

Obsérvese para todo $\lambda \in \mathcal{E}\mathcal{S}_{w,u}$ existe una asignación de recursos factible $x^*(\lambda)$, tal que $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$. Este conjunto es un subconjunto, generalmente finito (como veremos más adelante), del camino de Negishi, al que representaremos por $\mathcal{V}_{w,u}$, por lo que

$$\mathcal{V}_{w,u} = \{(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N, \lambda \in \mathcal{E}\mathcal{S}_{w,u}\} \quad (7)$$

Fijadas las utilidades de los diferentes agentes, en principio a cada distribución de las dotaciones iniciales puede corresponder múltiples equilibrios walrasianos y sociales, por lo que las flechas indican correspondencias, mientras que la doble flecha muestra la existencia de una correspondencia biunívoca entre ambos conjuntos de equilibrios.

El siguiente corolario muestra una las características más importantes de los pesos sociales de equilibrio. Representaremos por $Fr(S_n)$ a la frontera de S_n .

Corolario 1. *Bajo los supuestos de agentes con utilidades crecientes y dotaciones iniciales no nulas, se verifica que $Fr(S_n) \cap \mathcal{E}_{uw} = \emptyset$.*

Demostración: La maximización de (4) implicaría que si para el i -ésimo agente se tiene $\lambda_i = 0$ entonces $x_i(\lambda) = 0$. Pero una asignación de recursos en equilibrio que asigne la cesta nula para algún agente, supone que sus dotaciones iniciales son nulas, lo que contradice las hipótesis.[.]

La posibilidad de multiplicidad de equilibrios para una economía implica la posible existencia de características sociales diferentes para economías iguales en sus fundamentos. En la medida en que es posible la multiplicidad de equilibrios sociales, economías similares en sus fundamentos, riqueza, distribución inicial de la misma y preferencias, pueden observar comportamientos sociales muy diferentes⁵. Según lo ya visto puede suceder que $ms \notin \mathcal{V}_{wu}$. Se sigue del teorema (3) que los equilibrios sociales posibles para una economía dependen de la distribución de la riqueza inicial, es decir de las dotaciones iniciales de los agentes de la economía. Consecuentemente, modificaciones en estas, implican cambios en las posibles distribuciones de pesos sociales de equilibrio. Por lo que es posible, al menos en principio, para un planificador central, obtener $ms \in \mathcal{V}_{w',u}$ siendo w' , una redistribución de la riqueza inicial entre los agentes de la economía, sin modificar la riqueza agregada existente, es decir $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w'_i = W$, cambios en los fundamentos de la economía repercuten en la estructura social de la misma, estas repercusiones pueden ser o no favorables

⁵Para condiciones que garantizan la unicidad de los equilibrios sociales, ver [Accinelli, E. (1994)].

para os distintos sectores sociales. Cuan grande o significativa es esta repercusión dependerá de las características de las economías. Cuando pequeñas modificaciones en los fundamentos de la economía no implican cambios mayores en los comportamientos sociales de equilibrio posibles, diremos que la economía es regular, y singular en el caso en que si los pueden implicar. Este análisis será el objeto de la siguiente sección.

3 Economías regulares y singulares

“Ora cem porta l’un de’ duri margini”

En [Debreu G.(1970)] se introducen los conceptos de economías regulares y singulares, mostrando que genericamente toda economía es regular. Ambos conceptos son posteriormente desarrollados en [Trockel, W. (1984)] y en [Dierker, E. (1974)] no obstante estos trabajos centran su atención en las economías regulares. Más tarde en trabajos como [Mas-Colell, A.; Nachbar, J.H (2003)], [Dahklia, S. (2005)] [Allen, B. (1984)] y en especial en [Balasko, Y. (1987)] se presta atención a las economías singulares, no obstante entendemos que el trabajo es aún insuficiente y que la Teoría Económica, en particular el Equilibrio General, tiene aún una deuda pendiente con las economías singulares. Por otra parte estos autores utilizan para definir economías singulares la función exceso de demanda, pero esta función por sí sola no nos permite ver las repercusiones sociales de los cambios en los fundamentos de las economías además de no poder generalizarse a casos de economías con infinitos bienes, ver [Araujo, A. (1987)]. Debemos agregar además que nuestro interés central está en caracterizar y de alguna forma medir las repercusiones en la sociedad de los cambios económicos para lo cual, en principio, la función exceso de demanda generalmente utilizada en economía como medida de la importancia de los cambios económicos, no es en principio una buena herramienta. Mientras que la función exceso de utilidad determina el vector de pesos sociales correspondientes a cada asignación de equilibrios. Por lo que siendo nuestro interés el analizar las repercusiones de los cambios de la base económica en la sociedad, la función exceso de utilidad es una herramienta idónea.

Es precisamente la función exceso de utilidad la que permite encontrar las manifestaciones de las características estructurales que definen a las economías regulares y singulares, en las características de las relaciones sociales que determinan unas y otras. Consecuentemente nos permite mostrar, como veremos, el grado de estabilidad social que corresponde a sociedades basadas en uno u otro tipo de economía. Es decir nos permite analizar como repercuten en la estructura social los cambios en los fundamentos microeconómicos. Aquí radica la potencialidad del método

de Negishi. Comenzando por una caracterización de los óptimos de Pareto a través de una función de utilidad social, muestra la relación existente entre cambios en el bienestar social, es decir en los pesos de los diferentes actores sociales, con las modificaciones en las asignaciones de equilibrio determinadas a su vez por las modificaciones en las distribuciones iniciales de recursos (y/o por los gustos de los agentes de la economía). Entendiendo acá por modificaciones de la base económica o en sus fundamentos aquellas modificaciones que impliquen una modificación de la distribución de la riqueza o de las utilidades de los agentes económicos. Recordamos que no obstante esta definición modificaciones en la base económica, en este trabajo solamente consideraremos modificaciones en la distribución de la riqueza, pues asumimos a las utilidades como fijas, expresada en w y que no suponen una modificación de la riqueza agregada W , mientras que la estructura de la economía se define por las características principales del conjunto de equilibrios, sociales o walrasianos accesibles, su cardinalidad y la singularidad o regularidad de los mismos. Las relaciones sociales quedan resumidas en los pesos sociales relativos de los agentes correspondientes a los equilibrios sociales posibles.

Para ver como es precisamente la función exceso de utilidad quien permite analizar este comportamiento, permítasenos describir algunas de las principales características de dicha función. Las siguientes propiedades son fácilmente verificables:

1. $\lambda e(\lambda) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e_i(\lambda) = 0, \quad \forall \lambda \in S_n$. Por lo que e_n por ejemplo puede ser escrita como combinación lineal de las demás componentes.
2. si definimos como $Je(\lambda)$ a la matriz jacobiana de la función excesos de utilidad se tiene que su rango (máximo número de filas o columnas linealmente independientes) $rank[Je(\lambda)] \leq n - 1$.
3. Siendo además que $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, podemos considerar entonces la función exceso de utilidad restringida: $\bar{e} : (0, 1)^{n-1} \rightarrow R^{n-1}$, obtenida de la anterior función exceso de utilidad eliminando una componente. Obsérvese además que por el ítem (1) si λ es un cero para $e(\lambda)$ también lo es para la función restringida.

Las demostraciones pueden verse en: [Accinelli, E. (1994)]. Daremos a continuación las definiciones de economías regulares y singulares.

Definición 8. Diremos que una economía \mathcal{E} es regular si el rango de la matriz jacobiana de la función exceso de utilidad, evaluada en cada λ de equilibrio es el máximo posible, es decir: $rank[Je(\lambda)] = n - 1$ para todo $\lambda \in \mathcal{ES}_{w,u}$. Equivalentemente si el cero es un valor regular para la función exceso de utilidad restringida. En otro caso la economía será llamada singular.

Definición 9. Diremos que un equilibrio social $\bar{\lambda}$ es singular si se verifica que $\text{rank}[Je(\bar{\lambda})] < n - 1$. Mientras que un equilibrio social $\hat{\lambda}$ será regular $\text{rank}[Je(\hat{\lambda})] = n - 1$.

Una economía singular es degenerada de grado k si existe algún $\hat{\lambda}$ de equilibrio (es decir tal que $e(\hat{\lambda}) = 0$) para el que la diferencia entre $n - 1$ (número máximo posible de filas y columnas linealmente independientes en la matriz jacobiana de $e(\lambda)$ y el rango de $[Je(\hat{\lambda})]$ es igual a k siendo este número estrictamente mayor que 1. Es decir el grado de degeneración de una economía queda definido por el máximo de la diferencia entre $n - 1$ y el rango del jacobiano de la función exceso de utilidad en todos los pesos sociales de equilibrios que corresponden al economía dada. Es decir que el grado de degeneración se mide por:

$$\max_{\lambda} \{(n - 1) - \text{rank}[Je(\lambda)], \lambda : e(\lambda) = 0\}. \quad (8)$$

Fijadas las funciones de utilidad, cada economía queda caracterizada por sus dotaciones iniciales w . Diremos que una economía representados por w' es ϵ -vecina de otra representada por w cada vez que w' pertenece a un ϵ -entorno (en la topología definida en el espacio de consumo) de w .

Definición 10. Entendemos acá, por perturbación (o más precisamente una ϵ -perturbación) de una economía \mathcal{E} , una modificación en sus fundamentos, cuya consecuencia es una redistribución de las dotaciones iniciales, sin que esto suponga una alteración de la riqueza agregada W , de forma tal que si originalmente el vector w representa las dotaciones iniciales economía, la nueva economía (modificada o perturbada) \mathcal{E}' , tiene dotaciones iniciales w' tales que $|w - w'| < \epsilon$, para $\epsilon > 0$.

Es decir que una economía dada y una obtenida por una perturbación de los fundamentos de la original son ϵ -vecinas. Manteniendo ambas economías la misma riqueza agregada, se concluye que sus óptimos de Pareto no se modifican, más aún el camino eficientes $x^*(\lambda)$ es el mismo para ambas economías. No obstante como veremos, no siempre economías vecinas presentan los mismos comportamientos en equilibrio. Más aun veremos que las economías vecinas a una singular presentan características muy diferentes de las de la original.

Puede demostrarse que el conjunto

$$\mathcal{V}\mathcal{E} = \{(w, \lambda) \in X^n \times S_n : e(w, \lambda) = 0\} \quad (9)$$

forma una variedad diferenciable, llamada *variedad de los equilibrios sociales*. Se concluye que, *el conjunto de las economías regulares forman un conjunto abierto y denso, mientras las singulares*

forman un conjunto magro⁶. Esto es, en un entorno suficientemente pequeño de una economía regular toda economía es regular, mientras que arbitrariamente próximo a una economía singular toda economía es regular. O desde el punto de vista de la teoría de la medida, las economías regulares forman un conjunto de medida total en el conjunto de las posibles economías. Esto significa que la probabilidad de toparnos con economías singulares es cero, lo que no quiere decir que no existen o que puedan despreciarse. Los números racionales forman un conjunto de medida cero en la recta real, más aun el conjunto de los enteros es un subconjunto magro de los reales, no obstante hay unos cuantos de los unos y de los otros y no son ciertamente conjuntos despreciables para los matemáticos. Quizás la vida sea un fenómeno de probabilidad cero, no parece claro que la biología deje de existir aun si esto fuera cierto. Por lo que en principio la pequeñez relativa de un conjunto no parece buen argumento para no considerarlo. Son las economías singulares las fronteras entre conjuntos de economías regulares con diferente número de equilibrios, es precisamente de esta característica de donde proviene su fragilidad, su debilidad estructural. Pues pequeñas modificaciones en sus fundamentos las hacen caer hacia un lado o hacia el otro, y el sentido de su caída es impredecible (estructuralmente), al menos dado el desarrollo actual de la teoría de las singularidades.

A los efectos de entender las consecuencias que pequeños cambios en los fundamentos de la economía pueden tener sobre el comportamiento social para las economías regulares y singulares consideremos las siguientes propiedades:

1. Puede demostrarse que en condiciones muy generales el conjunto de equilibrios sociales de una economía dada es no vacío. Se puede probar que $\forall \mathcal{E}$ bajo las hipótesis de este trabajo $\mathcal{ES}_{wu} \neq \emptyset$.
2. El conjunto de economías regulares es residual (abierto y denso) en el conjunto de las economías posibles. Consecuentemente, el conjunto de las singulares es un conjunto magro.
3. Las economías regulares presentan siempre una cantidad finita e impar de equilibrios sociales⁷. Es decir $\forall \mathcal{E}$ regular, $\#\mathcal{ES}_{wu}$ es finito e impar.

⁶Para demostrar esto se comienza probando que 0 es valor regular para $e(w, \lambda)$. Ahora siguiendo [Zeidler, E. (1993)], se tiene que existe un conjunto $W_0 \in R_+^n$ denso y abierto tal que para todo $w_0 \in W_0$ se verifica 0 es valor regular para $e(w_0, \cdot)$. Además la ecuación $e(w_0, \lambda) = 0$, presenta un conjunto finito de soluciones. Una demostración completa puede verse en [Accinelli, E. (2004)].

⁷La finitud del conjunto de los equilibrios sociales para economías regulares, surge directamente de las propiedades del mapa e_{w_0} citadas a continuación de la definición del conjunto \mathcal{VE} ver (9). La imparidad es corolario de la igualdad de Poincaré-Hopf aplicada al mapa $e_w : S_n \rightarrow R^{n-1}$ el que $\forall \lambda \in S_n$ forma un campo tangente a la esfera unidad de dimensión n . La demostración puede verse en [Accinelli, E. (1994)].

4. Las economías regulares son estructuralmente estables, en el sentido de que pequeñas modificaciones de sus fundamentos no implican grandes transformaciones de la estructura social.
5. Las economías singulares son estructuralmente inestables.

A los efectos de ayudar a comprender esta descripción de las economías consideremos el ejemplo siguiente. Es el caso de una economía con l bienes y dos agentes con utilidades $u = (u_1, u_2)$ y dotaciones iniciales $w = (w_1, w_2)$. En este caso la función exceso de utilidad se representa como $e : S_2 \rightarrow R^2$ definida como $e(\lambda) = (e_1(\lambda), e_2(\lambda))$. Luego, a partir de la propiedad (1) de la función exceso de utilidad, definida al inicial de esta sección, podemos considerar la función exceso de utilidad restringida como una función $\bar{e} : [0, 1] \rightarrow R$. En este caso diremos que es regular si el cero es un valor regular para esta función, es decir si $\bar{e}'(\lambda) \neq 0$ para todo $\lambda \in (0, 1)$ para el que $\bar{e}(\lambda) = 0$.

Si la economía es regular, esta función cortará al eje de las abscisas una cantidad impar de veces. Estos puntos de corte determinan los posibles equilibrios sociales para la economía. Modificaciones pequeñas en los fundamentos de la economía, por ejemplo en la distribución del ingreso modifican poco la gráfica de la función exceso de utilidad, por lo que el número de cortes con el eje de las abscisas correspondientes a esta nueva función con el eje de las abscisas seguirá siendo el mismo. Es decir estructuralmente la economía no cambió. Los pesos sociales se modificaron poco, por lo que si bien en algo se cambió la importancia relativa de los agentes en el mercado no se modificó sustancialmente.

Veamos ahora que sucede si la economía es singular. En este caso existe al menos un $\bar{\lambda} \in (0, 1)$ para el que se verifica que $e(\bar{\lambda}) = e'_\lambda(\bar{\lambda}) = 0$. Llamaremos a este equilibrio singular. Nótese que en $\bar{\lambda}$ la función exceso de utilidad corta al eje de las abscisas con tangente horizontal. Suponga ahora una perturbación en las dotaciones iniciales. A la economía perturbada corresponderá una función exceso de utilidad que no corta al eje de las abscisas en este punto, por lo que la singularidad desaparece. La economía perturbada es ahora regular con un equilibrio menos o bien con dos nuevos puntos de corte correspondientes a dos equilibrios nuevos pero ahora regulares. El teorema de Morse muestra que esta descripción es genérica⁸ para las economías de dos agentes, ver [Accinelli, E. (2007)].

El siguiente ejemplo ilustra esta situación:

Ejemplo 1. *Consideremos la economía*

$$\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i, I = \{1, 2\}\}$$

⁸Entendemos acá que una propiedad es genérica si vale en todos los casos a menos de un conjunto de probabilidad cero.

siendo el conjunto de consumo $X = R_{++}^2$ y las funciones de utilidad:

$$\begin{aligned} u_1 &= x_{11} - \frac{1}{\alpha} x_{12}^{-\alpha} \\ u_2 &= -\frac{1}{\alpha} x_{21}^{-\alpha} + x_{22}, \end{aligned}$$

donde el parámetro α verifica $0 < \alpha < 1$. Sea las dotaciones iniciales $w_1 = (w_{11}, w_{12})$; $w_2 = (w_{21}, w_{22})$ y supongamos fijo y representado por $W \in R_{++}^2$ la riqueza gregada: $W = w_1 + w_2$.

Denotemos $\lambda_1 = \lambda$ por lo que $\lambda_2 = 1 - \lambda$. La corespondiente función de exceso de utilidad será:

$$e(\lambda) = \begin{cases} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} - \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} - w_{12} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right) + w_{21} \\ \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{-\alpha}{1+\alpha}} - \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{-1}{1+\alpha}} - w_{21} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{-1} + w_{12} \end{cases}$$

Resolviendo

$$e(\lambda^*) = e'_\lambda(\lambda^*) = 0 \quad (10)$$

obtendremos como soluciones posibles todas aquellas en la superficie C_F , a la que llamaremos superficie de las catástrofes. Esta superficie está formada por los pares (λ, w) tales $\lambda \in \mathcal{E}q(w, u)$ par los que el 0 es un valor singular de la función $e(\lambda)$.

Es decir esta superficie es un subconjunto de $R^4 \times R$ formado por las economías singulares, representadas por sus dotaciones iniciales $w = (w_1, w_2)$ donde $w_1 = (w_{11}, w_{12})$, $w_2 = (w_{21}, w_{22})$ y por el valor de equilibrio λ relacionados por las ecuaciones (10). Simbólicamente:

$$C_F = \left\{ (\lambda, w_1, w_2) : \lambda \in (0, 1); w_1 + w_2 = W; w_{12} = \frac{\alpha}{1+\alpha} h^{\frac{1}{1+\alpha}} - \frac{1}{1+\alpha} h^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}; h = \frac{\lambda}{1-\lambda} \right\}.$$

Como puede verificarse las economías cuyas dotaciones iniciales verifican que

$$w_{12} = \frac{\alpha}{1+\alpha} h^{\frac{1}{1+\alpha}} - \frac{1}{1+\alpha} h^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (11)$$

son singulares. Representemos por w^s a las dotaciones iniciales de una economía que verifique la ecuación (11). Resolviendo $e(\lambda) = 0$ para cada una de estas economías es fácil verificar que existe un entorno suyo U_s , es decir en un entorno suficientemente pequeño U_s de todo w^s que verifique la igualdad (11), toda otra economía con dotaciones iniciales $w \in U_s$ será regular con un único equilibrio o con tres equilibrios.

En tanto que representamos a las economías por sus funciones de exceso de utilidad correspondientes, las que en definitiva no son otra cosa que mapas reales, el teorema de Morse-Sard ver [Golubistki, M. and Guillemin, V. (1973)], prueba que la situación aquí descrita en el ejemplo es genérica para economías con dos agentes. Entendemos por genérica una caracterización que es

compartida para casi todas las economías con excepción de un conjunto magro (o en un espacio de medida, de probabilidad nula). Recordamos que fijadas las utilidades, la economía queda caracterizada por sus dotaciones iniciales w . Luego a cada economía corresponde un mapa definido por la función exceso de utilidad e_w . Para ser más precisos, acorde con esta idea, podemos representar la función exceso de utilidad como $e_w = e(w, \cdot) : S_{n-1} \rightarrow R^{n-1}$, destacando que para cada economía, es decir para cada conjunto de dotaciones iniciales w , obtenemos una función exceso de utilidad que la representa. Para el caso de 2 agentes cada economía estará representada por un mapa real de variable real: $\bar{e}(w, \cdot) : (0, 1) \rightarrow R$ y por lo tanto podemos aplicar a estos mapas el teorema de Morse. Se concluye de este teorema que, genericamente (es decir, a menos de un conjunto magro) las economías tienen mapas que cumplen con las propiedades anteriormente indicadas y que se comportan como en el ejemplo, es decir presentan singularidades del tipo indicado, no degeneradas, o bien son regulares.

La caracterización del caso de economías con tres agentes, y una cantidad l de bienes, puede verse en [Accinelli, E.; Puchet, M. (2000)]. De esta forma nos encontramos con que perturbaciones de los fundamentos de economías regulares no implican grandes cambios en el conjunto de equilibrios sociales, mientras que perturbaciones arbitrariamente pequeñas de una economía singular dan lugar a cambios importantes en las características de la economía. Impredesciblemente pasa a ser regular con dos nuevos equilibrios regulares y sin el anterior singular o bien desaparece el equilibrio singular y solamente queda equilibrios regulares en cantidad igual a la anteriormente existente. En definitiva pequeñas perturbaciones pueden cambiar cualitativamente el dibujo de la función exceso de utilidad de las economías singulares, y consecuentemente el conjunto de equilibrios posibles.

4 Las economías singulares y las crisis

“Doppo le parole di conforto dei Virgilio a Dante...”

No obstante su pequeñez en sentido topológico o en el sentido de la teoría de la medida, son las economías singulares las puertas de las crisis, es esto uno de las características que hacen de este conjunto de economías sea de importancia fundamental para la teoría económica. Tal conjunto podría ser irrelevante para la teoría económica sólo si no existieran posibilidades de cambios sociales drásticos e inesperados como respuesta a pequeñas modificaciones en las características fundamentales de algunas economías. Debemos además tener en cuenta que muchas de estas importantes modificaciones son no reversibles, al menos mediante pequeñas modificaciones en sentido inverso, y además de características no totalmente predecibles. Por lo que estar alertados de la existencia

de este conjunto de economías críticas, y conocer sus características principales, no parece una tarea despreciable, aunque si complicada extremadamente, tanto o más como lo es la propia teoría de las singularidades en matemáticas. Obsérvese que luego de perturbadas las economías singulares se transforman en regulares, y en las proximidades de una economía regular w , (es decir, en un entorno suficientemente pequeño de w) sólo existen economías regulares (pues como ya fue dicho, ellas forman un conjunto abierto), de ahí la imposibilidad de la vuelta atrás mediante pequeñas modificaciones en sentido inverso. Lo dicho muestra la necesidad y la importancia de caracterizar y comprender las economías singulares. Desafortunadamente los modelos existentes sólo nos permiten caracterizar satisfactoriamente, economías singulares para casos con no más de tres agentes. Es decir conocemos plenamente las características y los futuros posibles (pero no predecibles) de las economías singulares para casos sencillos. No obstante las economías singulares existen en casos de muchos agentes, pero lamentablemente no disponemos de una matemática suficiente para caracterizar las economías singulares con muchos agentes. Una posibilidad para esto es la teoría de los llamados $k - jets$ que permiten clasificar las singularidades de acuerdo a las características de los mapas que las determinan⁹, en nuestro caso de acuerdo a las singularidades de la función exceso de utilidad ver [Accinelli, E.; Puchet, M. (2005)]. En particular nos permite dividir a las economías en dos grandes clases, las regulares y las singulares, dentro de estas últimas el grado de degeneración da una nueva clasificación. Lo importante de esta posibilidad de clasificar es que podemos obtener ideas aproximadas del comportamiento futuro de las economías una vez perturbadas, pues cada grupo tiene sus posibles transformaciones futuras, [Accinelli, E.; Puchet, M. (2000)]. En resumen, la clasificación de las economías en clases ayudaría a los científicos sociales a tener una adecuada descripción cualitativa de las posibles crisis, y transformaciones posibles de las economías una vez perturbados sus fundamentos.

Entendemos por crisis sociales, cambios abruptos en la estructura social, en particular cambios abruptos en los posibles equilibrios sociales, que implican una valoración relativa muy diferente de la anterior de los distintos actores sociales, y que aparecen como respuesta a modificaciones en la base económica. Se puede en principio objetar a lo dicho que las crisis son problemas básicamente de la producción, y que hasta ahora hemos hablado de economías de intercambio puro, es decir de economías sin producción. No obstante, la caracterización de las economías singulares a partir del método de Negishi, es la misma para economías con producción. En definitiva la singularidad radica en la distribución inicial de la riqueza y no en la tecnología existente. Una vez pasada la crisis la economía se transforma en una economía regular, ciertamente que ahora nos encontramos

⁹Dado un mapa $F : X \rightarrow Y$ entre espacios vectoriales, decimos que $y \in Y$ es un valor singular para F si existe $x \in X : F(x) = y$ siendo $rank[F(x)]$ menor que el máximo número de filas y columnas linealmente independientes posible. El punto x será llamado punto singular, en otro caso decimos que y es un valor regular.

con una economía socialmente diferente, en principio no podemos a-priori definir con exactitud las características fundamentales de estas economías, el futuro es sólo parcialmente predecible. Más aún, no existe posibilidad de previsión perfecta. Podemos predecir dentro de que grupos de economías regulares puede caer pero no exactamente a cual. Esta incapacidad de previsión es estructural, las economías singulares forman un desfiladero a lo largo de valles, perturbadas sus condiciones iniciales no sabemos hacia donde caerá, en los valles existentes a uno y otro lado del desfiladero hay sólo economías regulares, pero con características estructurales diferentes, por ejemplo cantidad y calidad de los equilibrios wlarasianos posibles. Como en el ejemplo (1) con 2 agentes, una economía singular con n agentes y l bienes puede transformarse en una economía regular con dos equilibrios más o en una regular con uno menos por cada equilibrio singular existente. Los equilibrios singulares desaparecen luego de la perturbación. Las economías singulares y sus equilibrios se encuentran en una superficie de catástrofes como aquella analizada en el ejemplo (1).

Si suponemos que las funciones de utilidad de los agentes están fijas, como ya fue dicho anteriormente obtendremos diferentes economías (redistribuciones de un economía dada) cambiando solamente la distribución inicial de la riqueza, o cambiando la cantidad agregada de los bienes existentes. Es decir, para funciones de utilidad fijas, una economía queda caracterizada por las dotaciones iniciales $w = (w_1, \dots, w_n)$, con $w \in R_+^{nl}$ para economías con n agentes y l bienes. Ahora cada punto del R_+^{nl} representa una economía. El conjunto de economías posibles queda entonces representado por R_+^{nl} . Este conjunto se divide en subconjuntos abiertos disjuntos, cada uno de ellos formados por economías regulares con diferente número de equilibrios. Las economías singulares se corresponden a los puntos en la frontera de estos conjuntos. Estos puntos, forman precisamente un camino que separa economías regulares con características estructurales diferentes (con diferente cantidad de equilibrios). De ahí la imposibilidad de previsión luego de una perturbación, como algo inherente a la singularidad. En definitiva es la distribución inicial de los bienes w la que caracteriza a una economía como regular o singular, pues la posibilidad de existencia de equilibrios singulares queda determinada precisamente por la distribución w de las dotaciones iniciales.

Toda política fiscal que implique un cambio en el poder de consumo de algún sector social, aún aquellas cuyo efecto se espera neutral en el largo plazo, se transforma en permanente en una economía singular. En estas economías ningún cambio que suponga una modificación momentánea de la distribución de riquezas puede ser neutral. Por ejemplo, la cantidad de dinero nominal en presencias de rigideces no es neutral en el largo plazo si la economía es singular, pues la emisión de dinero supone (al menos en el corto plazo) una redistribución de la riqueza, en la medida en que no todos los precios se ajustan simultáneamente. Consecuentemente esto supone

una perturbación de los fundamentos de la economía (un cambio en capacidad de compra de los diferentes agentes económicos), por lo que esto implica un cambio importante para una economía singular. Su intrínseca inestabilidad la lleva a caer del desfiladero hacia alguna de las economías regulares que la limitan, (en principio no es posible determinar hacia cual de los subconjuntos vecinos caerá). Inmediatamente esto se transformará en cambios en los pesos sociales de equilibrio, es decir en la importancia relativa de los agentes en el sistema económico que serán irreversibles, implicando un reordenamiento de los sectores sociales abrupto. Los nuevos equilibrios posibles por otra parte, pueden ser muy diferentes de los anteriores. Este tipo de modificaciones en la distribución de la riqueza en las economías regulares, se revierten paulatinamente, y suponen cambios no sustanciales en el peso relativo de los diferentes actores en el mercado. En el (no muy) largo plazo podría volverse a los niveles de producción y precios relativos originales, ya sea por la acción de un planificador central o de la acción espontánea de los mercados. Contrariamente los cambios de corto plazo transforman sustancialmente a una economía singular, los subsiguientes cambios no revertirán. En definitiva en una economía singular los cambios de corto plazo se hacen permanentes y verificables en el comportamiento social diferente de los agentes económicos reflejado en los equilibrios sociales correspondientes.

5 La fragilidad de las economías emergentes

*“Ecco la fiera con la coda aguzza,
Che passa i monti, e rompe mura ed armi.”*

En las llamadas economías emergentes se asiste de manera periódica al desarrollo de conflictos sociales que conmueven al conjunto de la sociedad. Muchas veces estos conflictos surgen como respuesta a políticas económicas que buscan, en definitiva, mediante modificaciones distributivas corregir males sociales, como la desigualdad, otras veces la financiación del gasto público o las asociadas a los intentos de disminuir las tasas inflacionarias. En general la necesidad de disminuir las grandes diferencias económicas que existen entre diferentes sectores sociales en las economías tercer mundistas aparece como objetivo de diferentes gobiernos, lo que implica una propuesta en fin de cuentas redistributiva del ingreso, mediante políticas impositivas, subsidios, incentivos, aranceles, etc... Otras veces cambios en los costos productivos, en principio parciales y revertibles, acaban afectando al conjunto de la sociedad en forma irreversible. En principio, aparentemente estas modificaciones no deberían conmover más que a algunos sectores sociales, los directamente vinculados, y cambios negativos podrían compensarse con el mejor funcionamiento futuro de la

economía. No obstante los cambios se hacen muchas veces permanentes e irreversibles.

México, puede ser un ejemplo claro de como pequeñas modificaciones en la estructura de la economía pueden implicar grandes cambios sociales. Consideremos la repercusión en la variación del precio del maíz en toda la arquitectura socio-económica mexicana. A pesar de que la subsistencia de millones de mexicanos depende del maíz, su costo es el más elevado del mundo, con un promedio de 7 dólares por kilogramo, cuando en países desarrollados como Estados Unidos no supera 3 dólares. La eliminación de subsidios o aranceles, o en general modificaciones que impliquen cambios en el precio del maíz, como los que implicó la firma del TLCAN, o en algunos de sus derivados como la tortilla, repercuten en toda la estructura socio-económica, por más pequeños que estos sean. La participación o no del gobierno como controlador del precio de la tortilla es tema de debate permanente en la prensa mexicana¹⁰. La inestabilidad de la economía radica en que la distribución del ingreso hace que el 59% de la ingesta calórica promedio de la población mexicana provenga de la tortilla de maíz, en principio abundante y de precio accesible para la mayoría de la población. Pero su precio varía directamente con el precio del maíz, por lo que bajos ingresos acompañados de pequeños cambios en el precio de este alimento básico provoca grandes movimientos sociales. Por un lado, el campesino cuya riqueza inicial es una parcela de tierra pequeña donde cultiva en forma ineficiente maíz para su subsistencia vendiendo el remanente, se ve afectado por la variación del precio de este grano, cuyo precio disminuye en la medida en que la importación de un grano producido en mejores condiciones se libera. Por otra parte una gran mayoría de la población se alimenta o produce tortillas de maíz, alimento accesible y parte básica de la ingesta del mexicano, en particular de los sectores menos favorecidos, la variación de su precio repercute directamente en la valoración del ingreso de un importante porcentaje de los hogares.

En muchos casos una explosión inmediata y la aparición de cambios inesperados en el comportamiento social de los diferentes sectores surgen como respuestas a modificaciones aparentemente modestas en los fundamentos de la economía. Este tipo de reacción sólo puede ser observable en economías singulares. Para entender lo dicho téngase en cuenta en primer lugar que cada economía queda representada por sus dotaciones iniciales. Utilidades, agentes, espacios de consumo y riqueza

¹⁰Oficialmente a partir de 1999 el gobierno deja de subsidiar o controlar el precio de la tortilla. No obstante la siguiente noticia aparecida en la prensa el día 15 de agosto de 2007 es interesante en el sentido de mostrar la preocupación de las autoridades mexicanas por este alimento: "El gobierno de México acordó hoy mantener la estabilidad en el precio del maíz y la tortilla hasta fin de año y anunció el lanzamiento de un programa para modernizar los negocios que producen estos alimentos, básicos en la dieta de los mexicanos....La carestía motivó protestas sociales en el país y obligó al Ejecutivo a lanzar en enero pasado un pacto nacional para controlar el precio del maíz y de la tortilla, que los mexicanos utilizan para acompañar la mayoría de sus platos." EFE [http://prodigi.msm.com 15/08/2007].

agregada, las suponemos constantes. Por lo que a cada \mathcal{E} es w quien la representa. Decimos que una economía \mathcal{E}' está un entorno de radio ϵ de la economía \mathcal{E} si y solamente si w' pertenece a un entorno de radio ϵ de w . Las economías singulares forman, como ya se dijo, el conjunto complementario del conjunto de las economías regulares. Estas, forman lo que topológicamente se conoce como un conjunto abierto y denso. Esto hace que modificaciones pequeñas de sus fundamentos, no cambiarán sus características fundamentales, suponen si, una ligera modificación de sus posibles equilibrios y por lo tanto repercusión social limitada. una demostración rigurosa de lo acá dicho se da en el teorema (4). Por otra parte estas modificaciones son, en el caso de las economías regulares, reversibles mediante pequeñas modificaciones en sentido opuesto a las originales. Mientras que el conjunto complementario al de las economías regulares, es decir el de las singulares, forma un conjunto magro, esto es un conjunto cerrado y nunca denso en el espacio de la economías, en nuestro caso, por cuanto representamos a cada economía por su vector de dotaciones iniciales éste será R^m . Recuerde que las dotaciones iniciales w , que representan a las diferentes economías, son precisamente vectores en el cono positivo de este espacio. Estas características del conjunto de las economías singulares hacen que, en un entorno de una economía singular, suficientemente pequeño toda otra economía es regular. Es decir que si w son la dotaciones correspondientes a la economía singular, existe $\epsilon > 0$ tal que toda w' en un entorno de w de radio ϵ , corresponde a las dotaciones iniciales de una economía regular. Lo que supone que si las dotaciones iniciales de los agentes, correspondientes a una economía singular se modifican poco (son perturbadas por factores exógenos), la economía cambiará sus características más importantes, por ejemplo dejará de ser singular, lo que supone que el conjunto de los equilibrios sociales potenciales de la nueva economía diferirán mucho de los originales. Como consecuencia se producen cambios importantes en la valoración social de los individuos. A partir de estas consideraciones es que afirmamos que muchas de las economías de los países emergentes, se muevan sobre el borde definido por las singularidades y de allí su fragilidad y el resultado inesperado de cualquier cambio en la distribución de la riqueza. La situación puede compararse a la de un cono equilibrado en su vértice, cualquier perturbación lo aleja de su equilibrio.

Si bien es cierto que una asignación de recursos, representada por el vector x es un óptimo de Pareto factible, si reasignando recursos entre los agentes económicos no es posible mejorar el nivel de utilidad de cada uno de ellos. Esto representa un nivel mínimos de eficiencia. No obstante esto no significa que todas las asignaciones Pareto óptimas tengan el mismo valor social, visto con algún criterio diferente del de la eficiencia que toda asignación Pareto optimal implica. El método de Negishi da una forma de medir el bienestar social asociando a cada óptimo de Pareto posible para una economía, cierto grado de satisfacción social representado por un número real,

que de alguna forma mide el grado de satisfacción de los agentes económicos con los resultados alcanzados por la economía. Precisamente este valor puede representarse por:

$$U_{\bar{\lambda}}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(\bar{x}_i),$$

donde $\bar{\lambda} = (\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_n)$ es la distribución de pesos sociales que hace que la asignación $\bar{x} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$ resuelva el problema (4).

Definimos a continuación una función $\mathcal{V} : \mathcal{C}_N \rightarrow \mathbb{R}$ cuya regla es $\mathcal{V}(\lambda, x^*(\lambda)) = U_{\lambda}(x^*)$, que asocia un nivel de satisfacción social a cada $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$. Es entonces posible preguntarse si existe algún $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$, que maximice el bienestar social. Este problema fue resuelto en [Accinelli, E. Plata, L. Puchet, M (2007)] donde se demuestra, usando el teorema de dualidad de Fenchel, que corresponde a un mínimo en λ de la función \mathcal{V} es decir que la asignación de recursos, Pareto optimal, en la que se maximiza el nivel de bienestar social, es la que se obtiene como solución del siguiente problema:

$$\min_{\lambda \in S_n} \left[\mathcal{V}(\lambda, x^*(\lambda)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i^*(\lambda)) \right] \quad (12)$$

donde $x^*(\lambda)$ representa, para cada $\lambda \in S_n$, la asignación de recursos Pareto eficiente que resuelve el problema (4), es decir que, x^* es la asignación de recursos que se obtiene al minimizar \mathcal{V} entre los elementos $(\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N$. Se demuestra además que si $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ para $x^* = x(\lambda^*)$, es la asignación que resuelve este problema, entonces la utilidad alcanzada por cada individuo en la cesta correspondiente es la misma, es decir que en x^* se verifica que $U_{\lambda^*}(x^*) = u_i(x_i^*(\lambda^*))$ para todo $i \in 1, \dots, n$, ver [Accinelli, E., Brida, G. Plata, L. Puchet, M (2007)]. En principio esto estaría demostrando cierto grado de conformidad social, pues en definitiva el nivel de felicidad alcanzado por cada individuo, correspondiente a esta distribución de recursos es el mismo.

Una economía en las hipótesis de nuestro modelo puede alcanzar este grado de bienestar, sólo si existe una distribución inicial de los recursos $w = (w_1, \dots, w_n)$ posible, es decir tal que satisfaga la igualdad $\sum_{i=1}^n w_i = W$ siendo W la riqueza agregada, que permita que la asignación Pareto optimal correspondiente a ms , forme parte de un posible equilibrio walrasiano para dicha economía. Quizás esta *conformidad social* en equilibrio, posible de alcanzar con ciertas distribuciones de la riqueza inicial, no sea más que una manifestación de la regularidad de la economía que la caracteriza.

Los siguientes dos teoremas resumen precisamente las características estructurales de las economías desde el punto de vista de la estabilidad, es decir desde el punto de vista del comportamiento posterior de la economía en respuesta a una perturbación. El comportamiento de las

economías regulares (es decir de la inmensa mayoría de las economías) muestra cierta estabilidad en el sentido de que si se encuentra en equilibrio, entonces para toda perturbación de la misma, existe un equilibrio regular de la economía perturbada próximo al equilibrio original. Mientras que una economía singular, una vez perturbada, deja de ser tal y el conjunto de sus equilibrios se modifica sustancialmente. Introducimos acá la notación e_w para representar la función exceso de utilidad de una economía con dotaciones iniciales w .

Teorema 4. (De la estabilidad) *Consideremos una economía $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i^*, I\}$. Si para $\lambda^* \in \mathcal{ES}_{w^*u}$ se verifica $Je_{w^*}(\lambda^*) = n - 1$ existen entonces, entornos \mathcal{W}_{w^*} de $w^* = (w_1^*, \dots, w_n^*)$ y Λ_{λ^*} de λ^* tales que, para toda economía representada por $w = (w_1, \dots, w_n)$ con $w \in \mathcal{W}_{w^*}$, y tal que $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w_i^*$ existe $\lambda \in \Lambda_{\lambda^*}$ que verifica la ecuación $e_w(\lambda) = 0$ y además $\text{rank}[Je_w(\lambda)] = n - 1$.*

Demostración: Sea e_{w^*} la función exceso de utilidad correspondiente a la economía regular w^* . Luego en δ -entorno \mathcal{W}_{w^*} de w^* , para δ suficientemente pequeño toda economía es regular. Sea $\bar{w} \in \mathcal{W}_{w^*}$ correspondiente a una perturbación de la economía w^* y sea $e_{\bar{w}}$ la correspondiente función exceso de utilidad. Obsérvese que los caminos de Negishi para ambas economías son iguales, ver nota (1), por lo que $\|e_{w^*}(\lambda) - e_{\bar{w}}(\lambda)\| < M\delta$, siendo $M = \max_i M_i$ donde,

$$M_i = \max_{x_i} \left\| \frac{\partial u_i(x_i(\lambda))}{\partial x_i} \right\| \text{ s.t. } x_i(\lambda) \in \mathcal{F}_i \text{ y}$$

$$\mathcal{F}_i = \{x^*(\lambda) : (\lambda, x^*(\lambda)) \in \mathcal{C}_N : u_i(w_i) \leq u_i(x_i(\lambda)) \leq u_i(W)\}.$$

Luego para cada λ^* tal que $e_{w^*}(\lambda^*) = 0$, con λ^* regular, existe $\bar{\lambda}$ en un entorno Λ_{λ^*} de radio $M\delta$ de λ^* , equilibrio regular de la economía perturbada. [.]

Teorema 5. (De la inestabilidad) *Sea $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i^*, I\}$ una economía singular, Entonces toda otra economía con dotaciones iniciales en un entorno de radio $\epsilon > 0$ suficientemente pequeño es regular.*

Demostración: Sea $w \in R^n$ la distribución inicial de la riqueza de una economía \mathcal{E} . Considere el mapa $e : S_n \times R^{nl} \rightarrow R^n$ definido por $e(\lambda, w) = (e_1(\lambda, w_1), \dots, e_n(\lambda, w_n))$ con

$$e_i(\lambda, w_i) = \frac{\partial u_i(x_i^*(\lambda))}{\partial x_i} [x_i^*(\lambda) - w_i], \quad i = 1, \dots, n. \quad (13)$$

En [Accinelli, E. (2004)] se demuestra que el conjunto

$$V = \left\{ (\lambda, w) \in S_n \times R^{nl} : e(\lambda, w) = 0 \right\}$$

es una variedad diferenciable y que existe un conjunto $W_0 \in R^{nl}$, abierto y denso, tal que para toda $w \in W_0$ la ecuación $e(\lambda, w) = 0$ $\lambda \in S_n$ tiene a lo más una cantidad finita de soluciones y todas ellas regulares. Se concluye que el conjunto de economías regulares es abierto y denso [·].

La inestabilidad de las economías singulares se deduce del hecho de estar representadas éstas por un conjunto de dotaciones iniciales $W_1 = (W_0)^c$ complementario al de las economías regulares y por lo tanto magro.

Podemos entonces dar la siguiente intuición para estos teoremas. Supongamos que una economía alcanza un equilibrio regular entonces toda economía obtenida por pequeñas modificaciones en los fundamentos de esta, (en el caso considerado, solamente si estas suponen modificaciones en la distribución de las dotaciones iniciales, por cuanto las funciones de utilidad son mantenidas fijas) tendrá un equilibrio regular próximo al anterior. Esto hace pensar en que las economías más desarrolladas, que son también las más estables, alcancen equilibrios regulares. Por otra parte, las economías singulares forman un conjunto magro, por lo que sus economías vecinas serán todas ellas regulares. Perturbaciones en sus fundamentos hacen que dejen de ser singulares, y supone grandes cambios en sus equilibrios. Consecuentemente puede pensarse que las economías de los países emergentes, altamente desiguales e insatisfactorias, están lejanas al bienestar social máximo y más aún es posible pensar, dado su inestabilidad permanente, que se encuentren en equilibrios singulares.

Por otra parte la asignación x^* Pareto eficiente que maximiza el bienestar social es tal que se verifican las igualdades $u_i(x_i^*) = u_j(x_j^*)$ para todo $i, j = 1, \dots, n$, lo que supone cierto grado de conformidad de los agentes de una economía con su cesta de bienes correspondiente, pues los niveles de utilidad alcanzados por los diferentes agentes con esta asignación de recursos, son los mismos. Esto hace pensar que niveles altos de bienestar se alcanzan en economías estables y por lo tanto regulares. Es en definitiva en las características de la distribución de las dotaciones iniciales de una economía, más que en su cantidad agregada en donde radica la posibilidad de crisis sociales, por cuanto pequeñas modificaciones en las en los fundamentos de la economía que impliquen modificaciones en la distribución de las dotaciones iniciales, supone la aparición de conflictos sociales, latentes ya en la desigualdad de los niveles de utilidad alcanzados en los equilibrios posibles para dichas economías. Caso claro es una economía como la mexicana su riqueza total debe ser de las mayores del mundo no obstante, cualquier cambio fiscal que la autoridad central quiere poner en práctica, o pequeñas oscilaciones en los precios de algunos productos, conllevan un movimiento del conjunto de la sociedad en oposición, sean o no sectores sociales directamente implicados en la reforma.

6 La ductilidad de las economías desarrolladas

“*Sorge l’aurora.*”

De la misma manera que en [Dasgupta, P.; Ray, D. (1986)] se menciona que no existe un vocabulario en la teoría de Arrow-Debreu, que permita referirse a desempleo involuntario o a malnutrición como resultado de la distribución inicial de la riqueza, no existe podemos agregar, una definición de economía desarrollada. La carencia mencionada no disminuye el poder de la teoría de Arrow-Debreu lejos de ello permite conseguir una definición precisa del concepto referido. Nuestra definición se centra precisamente en la forma de distribución de la riqueza, más que en el monto de la misma, y quizás por esto mismo sea aún insuficiente. No obstante, ensayando una primera definición de lo que entendemos en este trabajo por economía desarrollada podemos decir lo siguiente:

Definición 11. *Diremos que una economía es desarrollada si es regular, y además para su distribución de riqueza, existe una asignación de equilibrio x^* en la que se alcanza el número de Negishi de la economía. Es decir si existe una asignación x^* de equilibrio tal para $(\lambda^*, x^*) \in \mathcal{C}_N$ se verifica que $\mathcal{V}(\lambda^*, x^*(\lambda^*)) = U_{\lambda^*}(x^*)$ es el número de Negishi de esa economía.*

La definición de economía desarrollada, contempla por un lado la estabilidad estructural de la economía, resumida en la regularidad exigida, y por otra parte propiedades en la distribución de recursos de forma tal que en equilibrio, es decir en forma descentralizada, pueda alcanzarse su número de Negishi. Es decir exige una *justicia* en la distribución de recursos, que le permite alcanzar el máximo bienestar posible, dados los recursos existentes, asegurando a la vez, un igual disfrute de los bienes por todos los agentes económicos.

Nótese que como ya fue indicado, la cesta de bienes y la distribución de pesos que corresponde al número de Negishi, están de alguna forma *libre de envidia*, en el sentido de que todos los participantes de la economía alcanzan el mismo nivel de bienestar, no obstante esto no implica que todos pesen igual en la función de utilidad social.

Naturalmente puede pensarse que las crisis económicas y sociales, no sólo ocurren como resultado de pequeñas modificaciones en la distribución de las dotaciones iniciales, o como resultados de políticas económicas que las impliquen, (perturbaciones en el sentido de la definición (10)). Grandes modificaciones en los fundamentos de una economía pueden producir crisis económicas y sociales. Las economías regulares soportan sin mayores conmociones cambios relativamente pequeños en sus fundamentos: Los equilibrios sociales no se modifican mayormente, su número se mantiene constante y los nuevos equilibrios están próximos a los originales, tal como se depende del teorema

(4), por lo que no asistiremos a grandes transformaciones sociales. Debe tenerse en cuenta que hablamos de pequeñas modificaciones en la base económica y no grandes cambios, obviamente grandes cambios en la base económica pueden tener como consecuencia importantes repercusiones sociales. Muchas veces las crisis económicas corresponden a cambios muy importantes en los fundamentos, la característica de los cambios en estos casos son similares a los anteriormente vistos. En este caso las principales características de la economía regular fuertemente perturbada pueden modificarse, cambian los equilibrios sociales, es decir se modifican fuertemente los pesos relativos de los agentes y la cantidad de potenciales equilibrios para la economía que surge como resultado de esta perturbación es diferente del anterior. Pero para que esto suceda en algún momento la economía atravesó la frontera entre dos conjuntos diferentes de economías regulares, ésta está formada por economías singulares. En principio, la diferencia en el sentido de la estabilidad mencionado en este trabajo entre ambos tipos de economías radica en que ante (pequeñas) perturbaciones las economías regulares se modifican pero sin cambiar por ejemplo el número de equilibrios posibles, y su regularidad, mientras que la singulares reaccionan perdiendo alguna de sus principales características.

Usamos la palabra pequeño en el sentido matemático de entorno de radio suficientemente pequeño, es decir que dos economías, representadas por w y w' , siendo w' resultado de una perturbación de los fundamentos de la otra, son tales que w' pertenece a un entorno de radio $\epsilon > 0$ suficientemente pequeño y además la riqueza agregada de las economías es la misma, ver definición (10). Por lo que dada una economía regular, a la que representamos por $\mathcal{E} = \{X, u_i, w_i, I\}$ existe un entorno \mathcal{W} de radio $\epsilon > 0$ de las dotaciones iniciales $w = (w_1, \dots, w_n)$, tal que para toda dotación inicial $\bar{w} \in \mathcal{W}$ corresponde a una economía regular, tal como se depende del teorema (4). La topología utilizada es la del espacio topológico en el que se considera el conjunto de consumo de la economías, en nuestro caso R^n con la topología usual. Es decir, de acuerdo a lo ya dicho, en un entorno de una economía regular toda economía es regular. Contrariamente a lo que sucede en el caso de las economías singulares, en el caso de la regulares existe un entorno suyo donde todas las economías son regulares¹¹.

Nota 3. *Resumiendo: Consideremos una economía regular representada por $w = (w_1, \dots, w_n)$, y sea $w' = (w'_1, \dots, w'_n)$. una economía obtenida por una perturbación de w sin modificar el nivel agregado de riqueza, esto es tal que $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w'_i$. Si la perturbación es suficientemente pequeña, entonces w' pertenece a un entorno de radio $\epsilon \mathcal{W}_w(\epsilon)$ de w y por lo tanto la nueva economía w' será regular. Podemos entonces asegurar que para cada $\lambda \in \mathcal{ES}_{w_u}$ existe un entorno*

¹¹Nuevamente el conjunto de los números enteros sirve de ejemplo: Cada entero está rodeado de reales no enteros, es decir que en todo entorno suyo suficientemente pequeño no hay otros números enteros.

de radio δ de λ en el que existe un $\lambda' \in \mathcal{ES}_{w'u}$, que también es regular y recíprocamente.

Lo que la nota explica, es el teorema (4). Es decir que si una economía es regular, para cada uno de sus equilibrios sociales, existe en un entorno suyo, un equilibrio social de la nueva economía. Contrariamente a lo dicho en la sección anterior para las economías de países del tercer mundo, raramente un cambio pequeño en los fundamentos de una economía desarrollada implique una manifestación social generalizada. Ciertamente los cambios económicos (cambios en la distribución de la riqueza por efecto de políticas fiscales por ejemplo) repercuten en la estructura social, lo que se manifiesta en modificaciones en los pesos sociales de equilibrio, pero la magnitud de esta repercusión no parece ser tan grande en las economías desarrolladas. Posiblemente esto puede deberse a que son éstas economías regulares, por lo que los nuevos equilibrios de estas economías serán siempre equilibrios cercanos a los anteriores. Las economías regulares mantienen sus características principales si son perturbadas. Una política fiscal gradualista modificará los pesos sociales de equilibrio pero estos se mantendrán similares a los anteriores. La cantidad de ellos tampoco cambia. Por otra parte los cambios sociales producidos por modificaciones pequeñas en la base económica, pueden revertirse con políticas fiscales de signo contrario, o por la acción de los mercados competitivos. El dinero es neutral en el largo plazo, las presiones sobre la oferta producidas por un incremento de la demanda, se ven neutralizados en el largo plazo por el incremento de los salarios y los aumentos en los costos de las firmas. Las modificaciones en la distribución del ingreso que estos cambios, de no ser muy grandes, no suponen cambios importantes en el conjunto de equilibrios sociales posibles, en uno de los cuales se ubicará la economía ahora modificada. La proximidad de una economía desarrollada al máximo nivel posible de bienestar, que supone un nivel de felicidad semejante para todos los agentes económicos, basado en una asignación de recursos de equilibrio relativamente satisfactoria para cada uno, hace pensar que de acuerdo a los visto en el final de la sección anterior, estas economías se alejen más de las singulares que la de los países del tercer mundo, caracterizadas generalmente por una alta concentración de la riqueza que sólo permiten alcanzar niveles de felicidad absolutamente desiguales.

Como ejemplo los efectos redistributivos de la inflación entre 1966 y 1996 en Estados Unidos, período en el que se quintuplicaron los precios, [Dorbusch, R.; Fisher, S.; Startz, R.(1998)], si bien significó una transferencia de riqueza de los acreedores o tenedores de bonos a los prestatarios y de los pensionistas a las empresas, no significó un estallido social de magnitud comparable por ejemplo a la que acompañó a la crisis Argentina del 2002. El desarrollo de la Comunidad Económica Europea supone cambios para las sociedad de los países que la integran, como resultado por ejemplo de ajustes monetarios y fiscales o acuerdos arancelarios, etc.. que en períodos relativamente cortos de tiempo han sido absorbidas satisfactoriamente por los diferentes países participantes.

Compárese esto con las dificultades que el Mercosur implica para países involucrados, y aún considerando que el Mercosur no implica una integración tan completa como la del Mercado Común Europeo. Las políticas arancelarias y de subsidios son discutidas permanentemente y repercuten fuertemente en toda la sociedad de los países integrantes por lo que muchas veces quedan dudas acerca de la posibilidad real del cumplimiento de los acuerdos alcanzados.

7 Conclusiones

Or qui all question prima's appunta

La mia risposta; ma sua condizione

Me stringe a seguitare acuna giunta;

La conclusión más importante que puede obtenerse es que más que en el monto total de recursos de un país, la posibilidad de la aparición de estallidos sociales como respuesta a cambios en la distribución del ingreso, está en la distribución inicial de estos recursos. Un monto *adecuado* de riqueza social acompañada de una distribución *inadecuada* de la riqueza inicial puede dar lugar a crisis sociales. Los conceptos de distribución adecuada o inadecuada, pueden ser definidos rigurosamente a partir del concepto de número de Negishi. Será adecuada aquella distribución de recursos que permita a la economía alcanzar en forma descentralizada, el mayor bienestar posible dado el total de riqueza existente, e inadecuada en otro caso. Economías igualmente ricas pueden ser más o menos proclives a crisis sociales dependiendo de la forma de la distribución de su riqueza. Es decir que, economías que sólo difieren en la distribución inicial de su riqueza, pueden alcanzar desempeños muy diferentes, e incluso ser una de ellas desarrollada y la otra no.

Una economía que alcance como asignación de equilibrios walarasiano, una asignación x^* que verifica que todos sus agentes están igualmente satisfechos con la cesta de bienes que le corresponde, es probablemente una economía menos proclive a las crisis sociales. Obsérvese que el seguro de desempleo, como el impuesto a la renta, son considerados por los macroeconomistas como factores atenuadores de la posibilidad de crisis (muchos autores los denominan estabilizadores automáticos) [Dorbunbusch, R.; Fisher, S.; Startz, R.(1998)], esto es coherente con el hecho de que economías con menor grado de desigualdad en las utilidades correspondientes a sus asignaciones de equilibrio son más estables y por lo tanto más lejanas de ser singulares.

Los males sociales como inflación o desempleo deben disminuirse, sin duda esto implica que los responsables de la política económica tendrán que tomar decisiones, las que generalmente implican transferencias de riqueza (al menos en el corto plazo), y con ellas cambios en los posibles

equilibrios de la economía. La existencia de una economía singular restringe ampliamente el margen de maniobra del planificador cuyos mejores deseos pueden transformarse en un estallido social. El planificador central de una economía singular podrá tener éxito en su política económica, si tiene las posibilidades de diseñar un plan de acción capaz de mantener constante los niveles relativos de riqueza de cada uno de los agentes, es decir si es capaz de diseñar una política que lo mantenga en el desfiladero. Si bien las economías regulares son un conjunto de medida total, esto no significa la no existencia de economías singulares, es más estas pueden encontrarse en forma sistemática, más allá del hecho de que cualquier perturbación en los fundamentos de la economía implica su desaparición como singularidad.

Las medidas fiscales, aún aquellas acertadas y que tiendan a disminuir ineficiencias y supuestamente transitorias, pueden tener amplias e importantes repercusiones en una sociedad que se basa en una economía singular, si estas suponen cambios en la riqueza relativa de los agentes económicos. Este tipo de repercusiones son características de las economías del tercer mundo, lo que hace pensar que estos países se sustenten sobre economías singulares o muy próximas a serlo. Su característica más importante es precisamente la inestabilidad estructural y una desigual distribución de los recursos económicos que agudiza la posibilidad de la crisis social. Conjuntamente con las limitaciones que a la acción de un planificador central de una economía singular o vecina, le impone la posibilidad de un cambio abrupto en las relaciones sociales como resultado de su accionar, debemos agregarle el hecho de que el impacto final de las medidas fiscales es estructuralmente impredecible para tales economías. Esto es, sólo sabemos que estas transformará en una economía regular, pero poco más podemos saber de sus características estructurales futuras.

Es generalmente aceptado que el dinero es neutral en el largo plazo, es decir cambios en la producción o en la demanda ocasionados por una cantidad mayor de dinero en el mercado se revierten en el largo plazo. Obsérvese que esto no es cierto en el caso de economías singulares, en la medida en que existen rigideces los cambios no son instantáneos, las modificaciones en el nivel de precios implican un aumento en la demanda, y presionan los salarios al alza, esto supone cambios en la distribución inicial de la riqueza, lo que para una economía singular se transforma en grandes cambios en el conjunto de sus equilibrios sociales. La singularidad desaparece, la economía perturbada será ahora regular, luego es imposible la marcha atrás mediante modificaciones graduales en sentido opuesto, (economías regulares sólo se transforman en regulares como respuesta a modificaciones pequeñas de sus fundamentos). Esta imposibilidad de marcha atrás puede resumirse diciendo que en la singularidad se pierde el principio de continuidad por el cual pequeños cambios en los fundamentos de una economía implicarían modificaciones estructurales del mismo orden [Balasko, Y. (1987)]. La economía singular perturbada se transforma en alguna

de las regulares que limita, luego las pequeñas modificaciones no le cambiarán su nuevo carácter, para una descripción geométrica de este hecho ver [Balasko, Y. (1987)]. Por lo que el dinero, en la medida en que existen rigideces, no es neutral para las economías singulares. Más aún, cualquier medida de expansión fiscal transforma, en el corto plazo, sustancialmente a una economía singular, de forma tal que los efectos de esta política fiscal son irreversibles en el largo plazo. En el marco de nuestra definición (11) esto no sucede en una economía desarrollada, estas transformaciones no afectan sustancialmente a su estructura. Esto es así precisamente porque la definición parte de la distribución de los recursos. No exige el igualitarismo ni social ni en la riqueza, exige si conjuntamente con la regularidad, la posibilidad de que todos los individuos alcancen para la economía un equilibrio un nivel de felicidad similar. Como conjetura queda planteado la regularidad de una economía cuya distribución inicial permita alcanzar en equilibrio el valor de Negishi, o al menos la regularidad de un equilibrio cuya asignación de recursos corresponda a aquella en la que se alcanza el valor de Negishi de la economía.

Finalmente diremos que en la potencialidad del método de Negishi, se basan posibles líneas futuras de trabajo. Dicha potencialidad no radica solamente en el hecho de que relaciona base económica y comportamiento social, sino también en que permite que muchas de las conclusiones acá obtenidas pueden extenderse, en la medida en que el método prescinde de la función de demanda, al caso en que los espacios de consumo de los agentes son subconjuntos de espacios de dimensión infinita. Es decir el método permite generalizar resultados conocidos para el caso de economías modeladas en espacios finitos al caso de economías modeladas en espacios infinitos. Por primera vez la función exceso de utilidad para economías infinitas aparece en [Karatzas, I.; Lehoczky, J.; Setti, S.; Shreve, S. (1986)]. En dicho trabajo donde el objetivo es el de encontrar un conjunto de precios y una asignación de activos de equilibrio, dicha función juega un papel instrumental. Su importancia pasa desapercibida en el momento como instrumento para extender a estas economías resultados ya conocidos en el caso de economías con finitos bienes. Trabajos en la dirección de extender las conclusiones obtenidas para economías finitas a economías infinitas mediante este método pueden encontrarse entre otros en [Balasko, Y. (1997a)], [Balasko, Y. (1997b)] y [Accinelli, E.; Puchet, M. (2005)]. Es posible que en el marco de economías con infinitos bienes puedan mitigarse los desastres que las crisis sociales pueden traer aparejados, la posibilidad del intercambio de bienes en mercados futuros puede dar lugar a seguros contra crisis y de esta forma encontrar un mitigador de desastres, cuya ausencia en la teoría del equilibrio general es remarcada en [Dasgupta, P.; Ray, D. (1987)]. La redistribución de activos y la existencia de seguros podrá transformarse en una herramienta que suavice las imperfecciones de la distribución inicial de la riqueza. Si es así los propios mecanismos de mercado podrán evitar las

futuras crisis sociales.

Referencias

- [Accinelli, E. (2007)] Structural stability, Morse's lemma and singular economies. *Documento de trabajo. Universidad de la República, Facultad de Ciencias Sociales, Depto de Economía.*
- [Accinelli, E. (2005)] Elementos de la Topología y de la teoría de conjuntos en la teoría del equilibrio general. *Editorial Eon-sociales.*
- [Accinelli, E. (2004)] About manifolds and determinacy in General Equilibrium Theory. *Estudios de Economía* Vol 30/2, pp 169-178.
- [Accinelli, E.; Puchet, M. (2005)] Could catastrophe theory become a new tool in understanding singular economies? *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Ed. Springer Verlag.* 551, Chapter: 8.
- [Accinelli, E.; Puchet, M. (2000)] Economías Singulares. *Documento de trabajo, 09/00, (diciembre).* Universidad de la República, Facultad de Ciencias Sociales, Depto de Economía.
- [Accinelli, E. Plata, L. Puchet, M (2007)] The Fenchel duality theorem and the Negishi approach. *Número especial de la Revista Brasileira de Economia de Empresas.* (A salir).
- [Accinelli, E., Brida, G. Plata, L. Puchet, M (2007)] Bienestar social, óptimos de Pareto y equilibrios walrasianos. *Número especial de El Trimestre Económico dedicado a las 6 Jolate.* (A salir)
- [Accinelli, E. (1994)] Some Remarks about Uniqueness of the Equilibrium for Infinite Dimensional Economies. *Estudios de Economía* 21, pp. 315-326.
- [Allen, B. (1984)] On the finiteness of the equilibrium price set. *CA-RESS Working paper 85-03* University of Pensilvania.
- [Araujo, A. (1987)] The Non-Existence of Smooth Demand in General Banach spaces. *Journal of Mathematical Economics* 17, pp.1-11.
- [Balasko, Y. (1987)] Foundations of the Theory of General Equilibrium. *Academic press.*
- [Balasko, Y. (1997a)] "Equilibrium Analysis of the Infinite Horizon Models with Smooth Discounted Utility Functions". *Journal of Economics Dynamics and Control* 21, pp.783-829.

- [Balasko, Y. (1997b)] “The Natural Projection Approach to the Infinite Horizon Models”. *Journal of Mathematical Economics*, 27 pp.251-265.
- [Dasgupta, P.; Ray, D. (1986)] Inequality as a determinant of malnutrition and unemployment: Theory. *The Economic Journal* 96, pp 1011-1034.
- [Dasgupta, P.; Ray, D. (1987)] Inequality as a determinant of malnutrition and unemployment: Policy. *The Economic Journal* 97, pp 177-188.
- [Dahklia, S. (2005)] “The Boardman stratification of aggregate excess demand: An Iean” *Working paper University of Alabama*.
- [Debreu G.(1970)] Economies with a finite set of equilibria *Econometrica* 38, pp. 387-92.
- [Dierker, E. (1974)] Topological methods in walrasian economies. *Lecture notes in Economics and Mathematical Systems* **92**, Springer, Berlin.
- [Diewert, W.(1982)] Duality approaches to microeconomic theory. *Handbooks of Mathematical Economics* 2, pp. 535-599. *Elsevier*.
- [Dornbusch, R.; Fisher, S.; Startz, R.(1998)] *Macroeconomics*. Mc. Rraw Hill.
- [Golubistki, M. and Guillemin,V.(1973)] *Stable Mappings and Their Singularities*. *Springer Verlag*.
- [Karatzas,I.; Lehoczky,J.; Setti, S.; Shreve, S. (1986)] Explicit solution of a general consumption/investment problem. *Mathematics of operations research*, 11, pp. 261-294.
- [Mantel, R. (1974)] On the characterization of aggregate excess demand. *Journal of Economic Theory* 7(3), pp. 348-353.
- [Mas-Colell, A. (1975)] *The theory of general economic equilibrium: A differentiable approach* Cambridge University Press.
- [Mas-Colell, A.; Nachbar, J.H (2003)] On the finiteness of the number of critical equilibria, with an application to random selections. *Journal of Mathematical Economics* **20**, pp. 397-409.
- [Mas-Colell, A. Whinston, M.; Green, J. 1995)] “Microeconomic Theory” *Ed: Oxford University Press* (University Press.
- [Negishi, T. (1960)] Welfare Economics and Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Metroeconomica* **12**, 92- 97.

[Trockel, W. (1984)] Market demand: An analysis of large economies with non-convex preferences.
Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 223. Springer-Verlag.

[Zeidler, E. (1993)] Non Linear Functional Analysis and its Applications. Springer-Verlag.