

Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

Documentos de Trabajo

Estimación de costes heterogéneos de participación en el mercado de activos con riesgo.

Graciela Sanroman

Documento No. 21/07
Noviembre, 2007

Estimación de costes heterogéneos de participación en el mercado de activos con riesgo

Graciela Sanroman*
CEMFI and UDELAR

Junio, 2007

JEL classification: C15, C61, D14, D91, G11

Palabras clave: Selección de cartera, programación dinámica, inferencia indirecta.

*Agradezco a Manuel Arellano por su excelente orientación y sus sugerencias. También agradezco a Victor Aguirregabiria, Pedro Mira, Josep Pijoan-Mas y los profesores del CEMFI por sus útiles comentarios.

Resumen

En este artículo se diseña y estima un modelo dinámico estructural para la decisión de participación en los mercados de activos financieros con riesgo usando un panel de datos de hogares italianos. Se especifica un modelo económico simple con el objetivo de captar los determinantes de la elección de cartera a lo largo del ciclo de vida. El modelo se resuelve utilizando técnicas de cálculo numérico. Ese método permite calcular las decisiones óptimas, ese resultado es posteriormente incrustado en el modelo estadístico (auxiliar) y se procede estimar los parámetros estructurales utilizando el enfoque denominado "Inferencia Indirecta Generalizada". Este artículo se concentra en la estimación de costes no proporcionales de participación para participar en los mercados de activos financieros con riesgo. Se consideran costes heterogéneos según categorías de educación del cabeza de hogar. Se encuentra que los costes de participación son en todos los casos positivos y significativos. También se concluye que los mismos varían substancialmente entre grupos de educación.

Abstract

This paper develops and estimates a dynamic structural model of participation in the risky financial asset markets using household level panel data. We specify a simple economic model in order to capture the portfolio choice over the life cycle. We solve the model using numerical techniques. Then we embed the optimal solution into the statistical (auxiliary) model and estimate the structural parameters using Generalized Indirect Inference. This paper focuses on the estimation of the non proportional costs to participate in the risky asset markets. We consider heterogeneous costs among education groups. We find that participation costs in the risky asset markets are positive and significant. We also conclude that they vary a lot among education groups.

1 Introducción

La literatura sobre las decisiones de cartera de los hogares está ganando riqueza y complejidad. Dos grandes conclusiones pueden extraerse de ella. Primero, no existe una regla simple que permita elegir la cartera financiera óptima a lo largo del ciclo de vida. Segundo, los hogares son extremadamente heterogéneos en sus decisiones respecto a la composición de las carteras financieras, estando dada la mayor parte de dicha heterogeneidad por la decisión acerca de participar en los mercados de activos financieros con riesgo.

En este artículo se especifica y estima un modelo dinámico estructural para la decisión de participación en los mercados de activos financieros con riesgo utilizando un panel de datos de hogares. Para el diseño del modelo económico se parte del modelo de consumo propuesto en Deaton (1991) y se complejiza incorporando la decisión de demanda de activos financieros con riesgo. Para ese objetivo se utiliza un método de estimación basado en la simulación que requiere resolver el problema económico de cada individuo en la muestra. En la medida en que no existe una solución analítica a ese modelo la solución descansa en la utilización de cálculo numérico.

En los últimos años varios autores han resuelto numéricamente modelos de ciclo de vida para el consumo y la inversión en activos financieros (Viceira, 2001 y Cocco *et al*, 2005). El enfoque que se utiliza en este artículo se aparta de esos trabajos debido a que aquí el objetivo no es calibrar el modelo sino estimarlo utilizando datos reales sobre el comportamiento de los hogares. El método utilizado es denominado Inferencia Indirecta Generalizada (Keane y Smith, 2003). Parte de la contribución de este trabajo Hasta donde sabemos esta es la primera vez que este tipo de aproximación econométrica formal es utilizada en el campo del análisis de las decisiones de los hogares.

Los datos utilizados provienen del panel de datos italianos "Survey of Household Income and Wealth" (SHIW). Esta es una base de datos muy particular que contiene información longitudinal sobre la riqueza de los hogares, la renta y el consumo y también incluye información muy detallada

de las tenencias de activos financieros. Además, contiene datos sobre las características socio-demográficas de los miembros del hogar tales como la educación y la edad. Es importante remarcar que la calidad de estos datos es apropiada para los objetivos de este trabajo, artículos sobre este tópico utilizando la SHIW han sido publicados recientemente en revistas de primer nivel o en excelentes libros.

La literatura respecto a las decisiones de cartera financiera muestran un conjunto amplio de constataciones respecto a los principales hechos estilizados (Campbell, 2006; Campbell y Viceira, 2002; y Guiso y Japelli, 2001): (i) los hogares son extremadamente heterogéneos en sus decisiones de cartera; (ii) la no participación, es decir la solución de esquina en cero en la demanda de activos financieros con riesgo determina la mayor parte de esa heterogeneidad; (iii) los retornos esperados de los activos financieros con riesgo son mayores que los retornos esperados de los activos financieros con menor riesgo; (iv) es más probable que los hogares con mayor riqueza posean acciones pero una porción substancial de los que pertenecen a los mayores deciles de la distribución de la riqueza no participan para nada en los mercados de acciones; (v) aquellos que poseen activos financieros con riesgo tienen una probabilidad mayor de haber participado en esos mercados en el pasado, (vi) la tasa de participación varía considerable con la edad del cabeza de hogar, pero; (vii) el efecto asociado a la edad es muy difícil de capturar debido a que es esperable que también existan efectos asociados a la evolución del tiempo y efectos cohorte; y finalmente (viii) muchos hogares no diversifican sus tenencias de activos financieros. Aquí nos focalizamos en los primeros seis hechos antes descritos pero ignoramos los dos últimos suponiendo que sólo hay dos activos financieros en la economía y que no hay efectos temporales ni de cohorte.

Viceira (2001) y Jagannathan y Kocherlakota (1999) argumentan que el consejo usual que realizan algunos orientadores financieros respecto a reducir la proporción de activos con riesgo en la cartera a medida que la persona envejece es sustentable por la teoría. Sin embargo, los resultados que aquí se

encuentran muestran que después de controlar por otras variables de estado la edad no juega ningún rol en la determinación de cual debería ser la cartera óptima.

Viceira (2001) y Cocco *et al* (2005) concluyen que la proporción óptima de activos con riesgo en la cartera financiera aumenta si se incorpora la existencia de un flujo de renta no asociada a los activos financieros (renta laboral, inmobiliaria, pensiones, etc.). Además, demuestran que la proporción óptima es una función decreciente de la riqueza financiera, dejando constante el flujo de rentas no financieras. Aquí se encuentra evidencia que está en línea con esas conclusiones.

Sin embargo, esos autores no consideran la solución de esquina en el cero. Es importante tener en cuenta que la decisión de participar aparece como la decisión más importante en este campo. Ignorarla es una estrategia apropiada si el objetivo del estudio radica en el “asset pricing” pero no cuando el objetivo es estudiar los comportamientos de los hogares. Otros autores, desde una perspectiva empírica han abordado esta problemática. Ejemplos de ese tipo de trabajo se encuentran Perraudin y Sorensen (2001), Halliasos y Michaelides (2001), Miniaci y Weber (2001), Vissing-Jorgensen (2002), Paiella (2006) y Attanasio y Paiella (2006). Esos autores proponen incorporar la existencia de costos no proporcionales de participación para explicar porque se observa que un porción relevante de los hogares no participa en el mercado de activos financieros con riesgo. En este trabajo se encuentra que para explicar la no participación desde un esquema de comportamiento racional tanto la existencia de costes no proporcionales como de restricciones de crédito son necesarias.

De forma resumida, el modelo que aquí se propone considera un agente racional, averso al riesgo que deriva utilidad únicamente del consumo. El agente es dotado con capital humano y riqueza financiera y tiene que decidir cuanto consumir y como invertir sus ahorros. Con el objetivo de elegir la alternativa óptima el agente toma en cuenta el futuro y establece planes

contingentes de consumo e inversión para el resto de su vida.

El modelo puede ayudar a explotar la información contenida en el panel de datos con el objetivo de aprender en cuanto al comportamiento de los agentes en los mercados financieros, sus actitudes frente al riesgo y el efecto de la existencia de incertidumbre, restricciones de liquidez y costes de participación. También puede colaborar a entender cómo algunas características observables de los individuos (tales como su riqueza financiera, sus flujos de renta no financiera, su educación y su edad) afectan la demanda de activos financieros con riesgo.

Sin embargo, este trabajo se focaliza casi exclusivamente en la estimación de costes no proporcionales de participación en los mercados de activos financieros con riesgo. Se parte del supuesto de que los individuos (en este caso hogares) eligen la cartera óptima y se calcula cuánto coste no proporcional es necesario para que el comportamiento observado sea compatible con el supuesto de racionalidad. Se consideran costes heterogéneos según el nivel educativo del cabeza de hogar. Se consideran cuatro grupos: primaria, secundaria básica, secundaria completa y universitaria.

En este trabajo se encuentra que los costes de participación no proporcionales son positivos y significativos para todos los grupos. También se concluye que los mismos varían substancialmente dependiendo del nivel educativo del cabeza de hogar. Los resultados obtenidos son compatibles con los obtenidos por Paiella (2006) y Attanasio y Paiella (2006) utilizando datos de los Estados Unidos de América.

Es importante notar que parte de la contribución de este trabajo es metodológica: según nuestro conocimiento esta es la primera vez que una aproximación formal como la aquí propuesta se utiliza en el campo del estudio de las decisiones de cartera de los agentes.

El resto de este artículo es organizado como sigue. En la sección 2 se describen las características de la base de datos y se analizan los principales hechos estilizados en el tópico de las carteras financieras en el caso italiano.

En la sección 3 se presenta el modelo económico y la estrategia numérica utilizada para su resolución. En la sección 4 el método econométrico es formalmente explicado. La sección 5 se detalla el modelo para la predicción del proceso de la renta no-financiera y se establecen los supuestos en cuanto a los parámetros de preferencias y retornos esperados de los activos financieros. La sección 6 analiza los resultados de la estimación estructural de los costes de participación. La sección 6 concluye.

2 Información y hechos estilizados

Existen pocas bases de datos que incluyan información detallada acerca de la riqueza de los hogares. Sin embargo, el número de países que recolecta este tipo de información ha crecido rápidamente en los últimos años. Hay bases de datos disponibles sobre los activos financieros la renta y el consumo en países como Alemania, Canadá, España, EUA, Italia, Holanda, Japón y el Reino Unido.

Aquí se utiliza los datos italianos ya que era el panel de datos más rico en el momento en que se decidió que base utilizar.

La base de datos italiana se denomina "Survey of Household Income and Wealth" (SHIW). Ha sido recolectada por el Banco de Italia desde 1965 pero es a partir del año 1987 que incluye el mínimo de información que se requiere para la estimación aquí propuesta. A su vez desde ese año se mantiene una estructura de panel. En la primera etapa se recolectaba información todos los años pero desde 1987 la frecuencia es bianual. Como excepción a eso está la ola de 1998 que se realiza tres años después de la anterior (1995). La última ola disponible es la del 2004.

En el año 1989 un 15 por ciento de los entrevistados en la ola de 1987 son entrevistados nuevamente y desde ese año se ha mantenido la estructura de un panel rotativo. Incluyendo la ola del año 2004 es posible obtener hasta 9 observaciones para algunos hogares, sin embargo, en la muestra sólo

hay 10 hogares con 9 observaciones. No obstante, el tamaño muestral se incrementa hasta más de 3000 hogares si se selecciona un panel de cuatro o más observaciones por hogar.

El SHIW recoge información acerca de las rentas del hogar, el ahorro, las tenencias de activos financieros, el consumo no duradero, la propiedad y el consumo de bienes durables y la propiedad de otros inmuebles. En particular, incluye información detallada en cuanto a la composición de la riqueza financiera de los hogares italianos. Aquí se clasifican los activos financieros en tres categorías: (i) caja y depósitos, (ii) acciones y bonos, y (iii) participación en empresas. El estudio se focaliza en los dos primeros.

El cuadro 1 muestra algunos estadísticos descriptivos para el conjunto de la muestra. La información correspondiente a la muestra utilizada para la estimación del modelo estructural se incluye en el cuadro 2. Es importante hacer notar que la selección de la muestra utilizada es debido exclusivamente a la necesidad de que los hogares incluidos en la estimación hayan sido relevados al menos en cuatro ocasiones y no deben tener problemas de no respuesta en las variables utilizadas en las distintas etapas de estimación aquí realizadas.

Del análisis del cuadro 1 y el gráfico 1 surgen las siguientes conclusiones. Primero, la proporción de hogares que poseían acciones y bonos creció significativamente entre 1987 y 1995 (desde 24 por ciento a 40 por ciento) pero después se redujo. El panorama en el año 2004 era similar al observado a comienzos de la década de los 90: tan sólo uno de cada tres hogares mantenía tenencias de bonos y/o acciones.

En el cuadro 2 y el gráfico 1 se observa que los valores de principales estadísticos difieren entre el total de la muestra y la muestra utilizada. En particular, el porcentaje de poseedores de acciones y/o bonos es mayor en la muestra utilizada y la evolución de este indicador no presenta el comportamiento de u-invertida a través del tiempo presente en la muestra completa. En la muestra utilizada la proporción de participantes alcanzó al 36 por

ciento en 1993, subió a 47 por ciento en el año 1995 y después fluctuó. En el último año disponible, el 2004, alcanzaba al 40 por ciento.

También hay diferencias en otros estadísticos entre la muestra completa y la utilizada. El promedio de edad de los cabezas de hogar es de 52.6 en la muestra completa y de 57.1 en la muestra utilizada. Las medias muestrales de la renta no financiera, riqueza financiera y stock de activos reales alcanza a 25230, 19841 y 126781 euros (a precios de 1995) respectivamente en la muestra completa y 27611, 26890 y 168939 en la muestra utilizada.¹

Los gráficos 2 y 3 ilustran el comportamiento de la variable dependiente proporción de activos con riesgo en la cartera en relación a la edad del cabeza de hogar en la muestra utilizada para la estimación estructural. El gráfico 2 muestra mucha heterogeneidad y en particular en torno a la decisión de participar en los mercados de activos con riesgo. En el gráfico 3 se identifica un patrón débil de comportamiento del tipo u-invertida para la proporción de activos con riesgo en la cartera a lo largo de las diferentes edades de los cabeza de hogar.

En los gráficos 4 y 5 se puede analizar el comportamiento de la composición de la cartera financiera respecto al ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera del hogar (considerado este en logaritmos naturales). El gráfico 4 permite concluir que se dan soluciones de esquina tanto en el cero como en el uno lo cual va en línea con el comportamiento esperado según se vera en la sección sobre la regla de decisión óptima. También se observa mucha heterogeneidad en los comportamientos siendo difícil inferir una forma bien definida para la relación entre la composición de la cartera de los hogares y su ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera. No obstante, en promedio, tal cual se observa en el gráfico 5 la proporción de activos con riesgo en la cartera financiera es creciente respecto al ratio

¹La renta no financiera incluye todos los conceptos de renta excepto las rentas provenientes de activos financieros. Incluye remuneraciones de los empleados, pensiones y otras transferencias, ingreso neto por actividades cuentapropistas, rentas empresariales y rentas inmobiliarias (incluyendo efectivas e imputadas).

de riqueza financiera/renta no financiera. Es importante también notar que pese a ello se observa que un gran proporción de los hogares (45 por ciento) en el último decil del ratio riqueza financiera/renta no financiera no participa ni del mercado de acciones ni del de bonos.

3 Modelo Económico

3.1 Especificación del modelo

El modelo que aquí se especifica es el modelo más simple que uno podría plantear para capturar la complejidad del problema de seleccionar una cartera financiera a través del ciclo de vida cuando existen otras fuentes de renta (salarios, pensiones, rentas inmobiliarias) diferentes del retorno de los activos financieros. Se considera un agente averso al riesgo que deriva utilidad del consumo, su objetivo es maximizar una función que está dada por la utilidad esperada descontada para los períodos siguientes de su vida. Existen tres activos en la economía: capital humano, un activo financiero sin riesgo y un activo financiero con riesgo. El horizonte de vida del agente es finito y al agente no le genera utilidad dejar herencia a sus sucesores.

Este modelo tiene algunas limitaciones. En primer lugar, no se modeliza explícitamente el efecto de las propiedades inmobiliarias en las decisiones de cartera financiera (Cocco, 2004 y Pelizzon y Weber, 2007). En segundo lugar, no se tiene en cuenta la presencia de riesgo empresarial en el caso de aquellos que poseen activos de participación en empresas no transables en el mercado de activos financieros (Heaton y Lucas, 2000). Finalmente, tampoco se modeliza la decisión de retiro del mercado laboral (Viceira, 2001).

Se supone que al inicio del período t el agente recibe una dotación monetaria. Esa dotación consiste en riqueza financiera (W_t), y renta no financiera (nfi_t). La riqueza financiera deviene de la realización del retorno bruto de los activos financieros adquiridos en el período anterior. La renta no financiera surge de un proceso determinístico que depende del capital humano

del agente. Se supone que tanto la decisión en cuanto a la acumulación de capital humano como la referida a la decisión de oferta laboral en cada período esta dada exógenamente. Por lo tanto, el flujo de renta no financiera es también exógeno. Sin embargo, a pesar que en ese contexto no existe riesgo moral en la elección de la oferta de trabajo, se supone que no existen mercado de seguros o préstamos sobre el flujo de rentas no financieras futuro y por lo tanto el agente no puede endeudarse ni para aumentar su consumo ni para invertir en un activo financiero tomando posición corta en el otro.

En cada período el agente decide simultaneamente (i) como asignar sus recursos entre consumo y ahorro; y (ii) la demanda del activo financiero con riesgo como una porción de su riqueza financiera. Existen dos activos financieros disponibles. Tanto el valor esperado como la varianza del activo que se denomina con riesgo son mayores que los correspondientes al activo financiero denominado sin riesgo. La participación en el mercado de activos financieros sin riesgo es libre de costes pero ello no es así en el mercado del activo con riesgo. Se supone que existen costes no proporcionales asociados a la participación en el mercado del activo con riesgo y que esos costes son diferentes según si el agente participó o no en ese mercado en el período anterior.

El problema puede ser brevemente explicado como sigue. En cada período t el agente observa sus fuentes de renta, la composición de su cartera en el período anterior y el conjunto de oportunidades de inversión disponible en el mercado. Después basado en sus preferencias y creencias acerca de su flujo de renta futura y los retornos de los activos financieros y teniendo en cuenta que no puede endeudarse el agente selecciona su gasto de consumo (que también determina su ahorro) y la proporción de sus activos financieros que invertirá en el activo con riesgo. Para seleccionar la alternativa óptima el agente tiene en cuenta lo que sucederá en los períodos siguientes incorporando la información sobre el flujo de renta futura y establece planes contingentes de consumo e inversión para el resto de su vida.

Se supone que las preferencias del agente pueden ser descritas por una función estándar, aditiva separable en el tiempo, que depende exclusivamente del consumo del agente.

Finalmente, pese a que en cada período el agente decide en cuanto el nivel de consumo presente y futuro y también respecto a la composición de cartera en el futuro, sus decisiones futuras serán contingente y además el comportamiento observado del agente es únicamente el consumo y la cartera seleccionada en el período t .

3.1.1 Preferencias

El tiempo es discreto y cada período se corresponde con dos años debido a la disponibilidad de información del SHIW. El agente vive hasta la edad H con certeza. La utilidad es separable en el tiempo y la función de utilidad es del tipo potencial,

$$V_t = \sum_{s=t}^H B^{s-t} u(c_s) \quad (1)$$

$$u(c_s) = \begin{cases} \frac{c_s^{1-crra}}{1-crra} & \text{if } s \leq H \\ 0 & \text{if } s > H \end{cases} \quad (2)$$

donde $crra$ es el coeficiente de aversión relativa al riesgo, B es el factor de descuento subjetivo y c_s es el consumo a la edad s . Se supone que no hay motivo herencia y que por lo tanto el valor de la función de utilidad es 0 para edades mayores que H .

3.1.2 Proceso de la renta

Se supone que el flujo futuro de renta no financiera es determinístico y que el agente lo conoce con certeza. Sin embargo, el econométra puede observar la renta no financiera de los periodos s con $s \leq t$. Por lo tanto, desde el punto de vista del econométra el flujo de renta futura es aleatorio. Se modeliza

entonces un proceso estocástico que está dado por

$$nfi_{is} = x'_{1is}\pi_1^{inc} + f_i\pi_2^{inc} + t\pi_3^{inc} + h_{is} \quad s = t + 1, \dots, H \quad (3)$$

donde

here

nfi_{is} : es la renta no financiera del hogar i en el periodo s

x'_{1is} : es un vector de dimensión dos que incluye la edad y la edad al cuadrado

η_i : es una característica individual no observable que no varía a través del tiempo

f'_i : es un vector que incluye variables ficticias para capturar los efectos del nivel de educación, la residencia en el sur de Italia y el tamaño de la ciudad de residencia.

t es un polinomio de tercer orden en el índice tiempo y una variable ficticia para el año 1998

h_{is} es un término estocástico que es completamente definido en Sección 5

3.1.3 Activos financieros

Se supone que hay dos activos financieros en los cuales el agente puede invertir, uno sin riesgo y otro con riesgo. El conjunto de oportunidades de inversión se mantiene constante a través del tiempo. El activo sin riesgo (caja y depósitos) rinde por período un retorno bruto constante denominado R^r . El retorno bruto por período del activo con riesgo (acciones y bonos) es denotado como R_s . Ese retorno es aleatorio y el valor esperado del retorno del activo con riesgo es mayor que el del activo sin riesgo $E_t (R_{t+1} - R^r) > 0$.

3.1.4 Costes de participación

Para invertir en el activo financiero con riesgo es necesario incurrir en algunos costes. Existen costes de supervisión y de entrada que el agente debe pagar. Esos costes son no proporcionales con respecto a los importes invertidos en

el activo con riesgo. La función de costes es denotada por $G_s = G(\alpha_s, Z_s)$ donde α_s es la proporción del activo con riesgo en la cartera del período s y Z_s son algunas características del agente. Se supone que G_s es igual a cero si el agente no participa ($\alpha_s = 0$).

3.1.5 Acumulación de riqueza

La riqueza financiera al inicio de cada período s es denotada como W_t y se iguala a los ahorros del período anterior ($t - 1$) por el retorno bruto de la cartera del agente.

$$W_s = A_{s-1} \times R(\alpha)_s \quad (4)$$

$$A_s = coh_s - G_s - c_s \quad (5)$$

$$coh_s = W_s + nfi_s \quad (6)$$

$$R(\alpha)_s = R^f + \alpha_{s-1}(R_s - R^f) \quad (7)$$

$$G_s = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha_s = 0 \\ G_s^*(Z_s) & \text{if } \alpha_s > 0 \end{cases} \quad (8)$$

Seguindo a Deaton (1991) los hogares no pueden endeudarse contra su flujo futuro de renta no financiera.

$$A_s \geq 0 \quad (9)$$

Además, no es posible adoptar una posición corta en uno de los dos mercados con el objetivo de invertir en el otro mercado.

$$0 \leq \alpha_t \leq 1 \quad (10)$$

3.2 Problema de optimización

El problema de optimización del agente puede escribirse como sigue,

$$\max_{\{c_s, \alpha_s\}} E_t \left\{ \sum_{s=t}^H B^{s-t} u(c_s) \right\} \quad (11)$$

sujeto a las restricciones dadas por las ecuaciones [4] a [10].

Dado el estado del arte en la materia no existe ninguna solución analítica a ese problema. Sin embargo, las reglas para la decisión óptima pueden ser caracterizadas de una manera genérica como funciones de las variables de estado utilizando el principio de optimalidad de Bellman,

$$V(s_t) = \max_{\delta_t=(c_t, \alpha_t) \in D} u[s_t, \delta_t] + \beta \int V(s_{t+1})p(ds_{t+1}|s_t, \delta_t) \quad (\text{P1}')$$

con,

$$s_t = \left[W_t, \{nfi_s\}_{s=t, \dots, H}, a_t, I_t \right] \quad (12)$$

donde W_t es la riqueza financiera al comienzo del período t ,

$$W_t = A_{t-1} \times R(\alpha)_t \quad (13)$$

nfi_t es la renta no financiera en t

$$nfi_{it} = x'_{1it}\pi_1^{inc} + f_i\pi_2^{inc} + s\pi_3^{inc} + h_{it} \quad (14)$$

a_t es la edad del agente

$$a_{t+1} = a_t + 1 \quad (15)$$

I_t es una función indicador que adopta el valor 1 si el hogar había participado en el mercado del activo financiero con riesgo en el período anterior,

$$I_t = \mathbf{1}(\alpha_{t-1} > 0) \quad (16)$$

3.3 Solución numérica al problema del agente

Es necesario resolver el problema del agente para poder medir su contribución a la pseudo-verosimilitud. El problema es que no existe una solución analítica al mismo. Entonces, se procede a encontrar la solución al problema de cada individuo en la muestra utilizando métodos de calculo numérico.

Para resolver el modelo dinámico estructural se siguen las alternativas metodológicas utilizadas por Imrohroglu et al (1999) y también se hace uso

de las técnicas planteadas por Rust (1994 and 1996); Carroll (2002); Haliassos and Michaelides (2001) and Storesletten et al. (2007).

Se procede primero con un procedimiento para discretizar el espacio de las variables de estado. Se define una cuadrícula de J puntos (a los que se denomina puntos de la cuadrícula). Para cada punto de los antes definidos se resuelve el problema del agente obteniéndose los valores óptimos de las variables de control y la evaluación de la función de valor en cada punto. Después, utilizando técnicas de interpolación (y de extrapolación para los puntos fuera de la cuadrícula) se pueden obtener las decisiones óptimas y la evaluación de la función de valor para cualquier valor que asuma el vector de variables de estado.

El modelo se resuelve por inducción hacia atrás. En cada período se utilizan las condiciones de Euler del problema económico bajo estudio para hallar las alternativas óptimas.

En el último período (H) la función de control es trivial ya que el agente consumirá toda su riqueza y la función de valor coincidirá con la utilidad indirecta. Después para punto en la cuadrícula se sustituye el valor de la función de valor en la ecuación de Bellman y se calcula la decisión óptima para el período anterior ($H-1$). Se procede recurrentemente hasta el período t .

En todo período $s = t, t + 1, \dots, H - 1$, las ecuaciones de Euler están dadas por

$$E_s [u'(c_s) - \beta R(\alpha)_{s+1} u'(c_{s+1})] = 0 \quad (17)$$

$$E_s [A_s (R - R^f) u'(c_{s+1})] = 0 \quad (18)$$

El modelo determina las decisiones óptimas de consumo y proporción de activo con riesgo en la cartera:

$$\{c_{it}^*, \alpha_{it}^*\} = \arg \max_{\{c, \alpha_{it}\} \in D} V(s_{it}) \quad (19)$$

$i = 1, 2, \dots, N$ denota cada individuo en la muestra y t el período de tiempo. El modelo permite también calcular $V(s_{it} \mid \alpha_{it}^* \leq 0)$ la función de valor en el período t bajo el supuesto de que el agente no participa en el mercado del activo con riesgo y $V(s_{it} \mid 0 < \alpha_{it}^* \leq 1)$ la función de valor en el período t bajo el supuesto de que el agente participa en el mercado del activo con riesgo. El método de solución es descrito detalladamente en el Apéndice A.

3.4 Regla de decisión

Hacia finales de los sesenta el artículo seminal de Samuelson (1969) propone una solución al problema de elección del consumo y la inversión en activos financieros de los hogares a lo largo del ciclo de vida a través de una regla extremadamente simple. Bajo los supuestos de mercados completos, retornos de los activos financieros independiente e idénticamente distribuidos, preferencias basadas en funciones de utilidad basadas en el consumo y del tipo función potencial y que no existen otras fuentes de renta además de los activos financieros Samuelson mostró que la secuencia de carteras óptimas en un contexto estático era a la vez la secuencia óptima en un contexto dinámico. La proporción de activos financieros con riesgo en la cartera es constante, independiente de la riqueza financiera y de la edad y podría ser descrita como $\alpha^* = \frac{\mu}{crra \sigma^2}$ donde α es la proporción de activo con riesgo en la cartera financiera; μ y σ^2 son, respectivamente, la esperanza y la varianza del exceso de retorno del activo con riesgo y $crra$ es el coeficiente de aversión al riesgo relativo del agente. La regla de decisión, entonces depende exclusivamente de los momentos del exceso de retorno del activo con riesgo y de la aversión al riesgo del agente; eso implica que la miopía es óptima y consecuentemente que el patrón de cambios en el ciclo de vida no tiene ningún efecto en la decisión de cartera óptima (Gollier, 2001).

Bodie, Merton y Samuelson (1992) levantan el supuesto de que la única fuente de renta está dada por los retornos de la cartera financiera. Específicamente suponen que existe renta laboral y concluyen que la presencia de

capital humano afecta potencialmente las decisiones de cartera financiera por dos razones: debido a la introducción de incertidumbre en cuanto a la renta laboral futura y el carácter no asegurable de la misma y por la capacidad que tienen los hogares de modificar su oferta laboral en cada período en el futuro en respuesta a shocks (positivo o negativos) en los precios de los activos financieros.

Este tema es muy importante desde un punto de vista empírico debido a que la mayor parte de la variabilidad observada en los ingresos de los hogares deviene de la variación de las rentas laborales y lo usual es que el riesgo asociado a esas variaciones no se negocia en los mercados, es decir, los asalariados no pueden contratar seguros que les cubran respecto a los riesgos de pérdidas de rentas en el futuro.

Cocco et al (2005) muestran que al relajar el supuesto de mercados completos la regla simple propuesta por Samuelson deja de ser en general óptima. Esos autores argumentan que el ratio de riqueza financiera respecto al flujo futuro de rentas laborales es un determinante crucial de las decisiones de consumo e inversión en activos financieros con riesgo. En la medida en que ese ratio varía a través del ciclo de vida la composición óptima de la cartera financiera se modificará a lo largo del ciclo de vida y por lo tanto la regla simple de Samuelson no será aplicable. Otros efectos de la existencia de renta laboral sobre la elección de cartera estarán dados por la potencial correlación entre los shock a la renta laboral y los shocks a los precios de los activos financieros.

Merton (1971) propuso una regla para la decisión óptima en la selección de la cartera financiera en el caso en que existiese un flujo de renta laboral constante en el tiempo. Cocco et al (2005) describen la regla de Merton y la generalizan permitiendo que exista variación en las rentas laborales futuras. Esa regla puede escribirse como $\alpha^* = \frac{\mu}{crra \sigma^2} \frac{W_t + PDV(FY_t)}{W_t}$ donde W_t es la riqueza financiera en el período t y $PDV(FY_t)$ es la esperanza del flujo futuro de rentas laborales descontado a un tipo de interés del mercado.

Desde otra perspectiva, existen algunos asesores financieros profesionales que suelen recomendar que la fracción de la riqueza financiera a invertir en activos con riesgo sea decreciente con la edad. Una típica regla simple que se utiliza mucho es aquella que indica que el porcentaje de activos con riesgo en la cartera se iguale a cien menos la edad del inversor (Ameriks and Zeldes, 2000).

Viceira (2001) y Cocco et al (2005) resuelven numéricamente un modelo de ciclo de vida utilizando técnicas de calibración. Ese método les permite simular los patrones de la decisión de cartera óptima bajo los supuestos de que el hogar recibe un flujo de renta laboral exógeno estocástico y no asegurable. Esos autores concluyen que la demanda por activos financieros con riesgo aumenta ante la presencia de rentas laborales y que, condicionado a un flujo de renta laboral futura dada, la proporción óptima a invertir en activos con riesgo es una función decreciente de la riqueza financiera disponible. Ellos también sostienen que el patrón característico de una inversión invertida del flujo futuro de renta laboral induciría a los agentes a reducir su exposición al riesgo en la cartera financiera a medida que envejecen.

El gráfico 10 muestra la forma para la regla de decisión en cuanto a la composición de la cartera óptima dependiendo de un nivel de riqueza financiera para un flujo de renta laboral dado según Viceira, Cocco et al y este trabajo. La diferencia entre Viceira y Cocco et al está dada por el hecho que estos últimos suponen que los agentes no pueden endeudarse en el mercado de activos sin riesgo con el objetivo de invertir en el activo con riesgo. La diferencia entre Cocco et al y este trabajo está dada por el hecho de que en el modelo aquí resuelto se supone que el agente debe pagar ciertos costes no proporcionales a su inversión en el caso que participe en el mercado de activos con riesgo.

4 Método de estimación

Inferencia indirecta

El modelo dinámico estructural se estima utilizando el método de la Inferencia Indirecta (Gorieroux y).

La inferencia indirecta se basa en tres pilares. En primer lugar la estimación de un modelo estadístico (modelo auxiliar) caracterizado por r parámetros θ . En segundo lugar la resolución mediante simulación del modelo económico caracterizado por k parámetros estructurales. Finalmente una métrica que permita estimar los parámetros θ como funciones de β . La idea básica es observar tanto el modelo auxiliar como el modelo estructural a través de un lente que es un modelo (Keane and Smith, 2003)

Entonces, con el objetivo de proceder con el método de la inferencia indirecta debemos especificar tanto el modelo auxiliar como el modelo estructural.

4.1 El modelo estadístico auxiliar

Los datos observados refieren a un subconjunto de las variables de estado del problema económico y la variables de control del mismo.

$$\alpha_t = (\alpha_{1t}, \alpha_{2t}, \dots, \alpha_{Nt}) \quad X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Nt})$$

Aquí α_{it} y x_{1t} son la proporción de activos con riesgo en la cartera y algunas características del hogar i en el período t . La SHIW es una base de datos longitudinal, entonces observamos $\{\alpha_{it}, x_{1t}\}_{i=1, \dots, n} \quad t=1, \dots, T$.

La correcta especificación del modelo estadístico auxiliar es crucial para el éxito de este tipo de aproximación econométrica. El modelo estadístico auxiliar especifica una forma reducida para la función de distribución de probabilidad condicional de la variable: proporción de activos con riesgo en la cartera, implícitamente dada por

$$\alpha_{it} = \alpha_{it}^* [W_{it}, nfi_{it}, a_{it}, \alpha_{it-1}, Z_{it}] \quad (20)$$

La elección del conjunto de variables condicionantes es realizada teniendo en cuenta tanto cuales son las variables de estado del problema económico como las fuente potenciales de heterogeneidad y la disponibilidad de información.

W_{it} es riqueza financiera, nfi_{it} es renta no financiera, a_{it} es la edad del cabeza de hogar, α_{it-1} es la proporción de activos con riesgo en la cartera en el período anterior y Z_{it} incluye otras características del agente tales como su nivel educativo, el lugar de residencia, el estatus ocupacional y la propiedad de la vivienda.

La mayor parte de la heterogeneidad observada entre las carteras de los hogares viene de la decisión de participar en los mercados de activos con riesgo. Entonces, el modelo estadístico se focaliza en explotar la información contenida en esa decisión. Por lo tanto, la variable dependiente del modelo adoptará únicamente dos valores:

$$\delta_i = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha_i^* = 0 \\ 1 & \text{if } \alpha_i^* \in (0, 1] \end{cases} \quad (21)$$

Se completa la especificación del modelo auxiliar suponiendo que se trata de un modelo logit. Por lo tanto la log-verosimilitud del modelo estará dada por:

$$L(\theta; \delta, X) = \sum_{i=1}^N l_i(\theta) \quad (22)$$

$$l_i(\theta) = \delta_i \ln(p_i) + (1 - \delta_i) \ln(1 - p_i) \quad (23)$$

$$p_i = \Pr(\delta_i = 1 | x_i) = \Lambda(\mathbf{x}_i' \theta) \quad (24)$$

where $\Lambda(\mathbf{r}) = \frac{\exp(\mathbf{r})}{1 + \exp(\mathbf{r})}$

4.2 Modelo estructural

El modelo estructural está dado por

$$\delta_i = \mathbf{1} [v_{i1} = \max(v_{i1}, v_{i0})] \quad (25)$$

donde $v_{i0} = V(s_i | \delta_i = 0)$ es la función de valor evaluada bajo el supuesto de no participación en el mercado del activo con riesgo y $v_{i1} = V(s_i | \delta_i = 1)$ es la función de valor evaluada bajo el supuesto de participación en el mercado del activo con riesgo. $s_i = (x_i, u_i)$ donde x son variables observables, u no observables, β un vector de parámetros estructurales y δ la decisión del hogar (observable). El método de solución fue brevemente descrito en la sección 2 de este artículo y es explicado con mayor detalle en el Apéndice A.

4.3 Inferencia indirecta generalizada

La variable dependiente del modelo es una variable discreta y ello complica el cálculo numérico del modelo debido a que la superficie de la función objetivo es discontinua. La discontinuidad de la función objetivo aparece en los modelos donde la variable dependiente es discreta debido a que las elecciones simuladas δ_i^m son una función discontinua de los parámetros estructurales β (Altonji et al, 2006). Para solucionar ese problema Keane y Smith (2003) proponen utilizar una aproximación a la que denominan "Inferencia indirecta Generalizada", que en esencia consiste en suavizar la superficie de la función objetivo. La idea central de esta aproximación es sustituir la variable dependiente del modelo δ_i con una función $\tilde{\delta}_i$ que depende de las utilidades latentes como sigue,

$$\tilde{\delta}_i = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{v_{i0} - v_{i1}}{\lambda}\right]} \quad (26)$$

Notar que si $v_{i0} = \max(v_{i1}, v_{i0})$ y $\lambda \rightarrow 0$ entonces $\tilde{\delta}_i \rightarrow \delta_i = 0$ mientras que si $v_{i1} = \max(v_{i1}, v_{i0})$ y $\lambda \rightarrow 0$ entonces $\tilde{\delta}_i \rightarrow \delta_i = 1$.

Para cada individuo se observa el total de recursos financieros disponibles en t (coh_{it}), la renta no financiera del período t (nfi_{it}) para $t - s$, $t - (s - 1)$, ..., t , la edad del agente a_{it} y el indicador que muestra si el agente participó en el mercado de activos con riesgo en el período previo ($I_{t-1} = \mathbf{1}(\alpha_{t-1} > \mathbf{0})$).

Dada esa información, el modelo de predicción para la renta no financiera y realizaciones pseudo-aleatorias desde una distribución normal multivariada

$\mathcal{N}(0, I)$ se simula el proceso aleatorio para el flujo de renta no financiera futura: $\{nfi_{is}^m\}_{i=1\dots N, s=t+1, \dots T}$. Después se resuelve el problema económico de cada agente para un valor determinado de los parámetros estructurales (β) , se calcula $v_{ij} = V(s_i, \beta | \delta_i)$ $j = 0, 1$; y se obtiene:

$$\tilde{\delta}^m(\beta) = \left(\tilde{\delta}_1^m(\beta), \dots, \tilde{\delta}_N^m(\beta) \right)$$

A continuación se estima

$$\tilde{\theta}^m(\beta) = \arg \max_{\theta} L(\theta; \tilde{\delta}^m(\beta), X) \quad (27)$$

$$L(\theta; \tilde{\delta}^m(\beta), X) = \sum_{i=1}^N \tilde{\delta}_i^m(\beta) \log \Lambda(x_i' \theta) + \left(1 - \tilde{\delta}_i^m(\beta)\right) \log [1 - \Lambda(x_i' \theta)]$$

donde $\Lambda(\mathbf{r}) = \frac{\exp(\mathbf{r})}{1 + \exp(\mathbf{r})}$.

El procedimiento es repetido para $m = 1, 2, \dots M$ y se calcula

$$\tilde{\theta}(\beta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{\theta}^m(\beta) \quad (28)$$

Finalmente la estimación de los parámetros estructurales β viene de la maximización:

$$\hat{\beta} = \arg \max_{\beta} L(\tilde{\theta}(\beta); \delta, X)$$

con

$$L(\tilde{\theta}(\beta); \delta, X) = \sum_{i=1}^N \delta_i \log \Lambda(x_i' \tilde{\theta}(\beta)) + (1 - \delta_i) \log [1 - \Lambda(x_i' \tilde{\theta}(\beta))] \quad (29)$$

siendo $\Lambda(\mathbf{r}) = \frac{\exp(\mathbf{r})}{1 + \exp(\mathbf{r})}$.

4.4 Errores estándar

La pseudo log-verosimilitud del modelo auxiliar es $L(\theta; \delta, X) = \sum_{i=1}^N l_i(\theta)$ donde θ es un vector $r \times 1$ de parámetros del modelo auxiliar. Sea $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta; \delta, X)$ tal que $\hat{\theta}$ es una estimación consistente del parámetro θ

cuyo valor verdadero es θ_0 , debido a la propiedad de consistencia se cumple que $\text{plim } \hat{\theta} = \theta_0$. La estimación robusta de la varianza asintótica del estimador $\hat{\theta}$ está dada por la siguiente fórmula:

$$\widehat{Var}(\hat{\theta}) = \frac{1}{N} \widehat{H}^{-1} \widehat{W} \widehat{H}^{-1} \quad (30)$$

donde \widehat{H} y \widehat{W} son estimaciones consistentes de,

$$H = \text{p} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 l_i(\theta_0)}{\partial \theta \partial \theta'} \quad (31)$$

$$W = \text{p} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\partial l_i(\theta_0)}{\partial \theta} \frac{\partial l_i(\theta_0)}{\partial \theta'} \quad (32)$$

En la medida en que $L(\theta; \delta, X)$ es una pseudo-verosimilitud, la igualdad entre la matriz de información y el outer-product no se cumple, en general W será diferente que $-H$.

Notar que aquí el modelo auxiliar está dado por un modelo logit por lo cual tendremos:

$$\widehat{H} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \widehat{\lambda}_i x_i x_i' \quad (33)$$

$$\widehat{W} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta_i - \widehat{\Lambda}_i)^2 x_i x_i' \quad (34)$$

donde $\widehat{\Lambda}_i = \frac{\exp(x_i' \widehat{\theta})}{1 + \exp(x_i' \widehat{\theta})}$ and $\widehat{\lambda}_i = \widehat{\Lambda}_i (1 - \widehat{\Lambda}_i)$.

Sea β un vector de dimensión $k \times 1$ de parámetros del modelo estructural. La varianza asintótica de $\tilde{\beta} = \arg \max_{\beta} L(\tilde{\theta}(\beta); \delta, X)$ está dada por

$$\widehat{Var}(\tilde{\beta}) = \frac{1}{N} \left(\widehat{D}' \widehat{H} \widehat{D} \right)^{-1} \widehat{D}' \widehat{W} \widehat{D} \left(\widehat{D}' \widehat{H} \widehat{D} \right)^{-1} \quad (35)$$

donde \widehat{D} es una matriz de dimensión $r \times k$ que incluye las siguientes derivadas parciales numéricas evaluadas en $\tilde{\beta}$:

$$\widehat{D} = \frac{\partial \tilde{\theta}(\tilde{\beta})}{\partial \beta'} \quad (36)$$

5 Retornos de los activos, parámetros de preferencias y predicciones del proceso de la renta no financiera

Se supone que el conjunto de oportunidades de inversión se mantiene incambiado a través del tiempo y que existen dos activos financieros: uno libre de riesgo (caja y depósitos) y otro con riesgo (acciones y bonos).

Con el objetivo de especificar los retornos del activo financiero con riesgo se supone que existen únicamente dos estados de la naturaleza, malo y bueno, cada uno con la misma probabilidad del cincuenta por ciento. El retorno bruto (denotado por R_s) está dado por \underline{R} y \overline{R} en los estados malo y bueno respectivamente,

$$R_s = \begin{cases} \underline{R} & \text{Pr} = 0.5 \\ \overline{R} & \text{Pr} = 0.5 \end{cases} \quad (37)$$

Se utilizan los datos aportados por Pelizzon and Weber (2007) y se calcula tanto el valor esperado como la varianza del retorno bruto para la cartera eficiente. De esa manera \underline{R} y \overline{R} son establecidos en 0.86 and 1.25 respectivamente. La información de base para dicho cálculo se incluye en el cuadro 3.

Se supone que el activo libre de riesgo obtiene un retorno bruto R^f . R^f es fijado en 1.02 utilizando las estimaciones realizadas para depósitos bancarios en Italia hechas por Panetta and Violi (1999) para el período 1981-1994.

Los parámetros de preferencias son fijados en valores plausibles ya utilizados en otros artículos previamente. Se elige el valor del factor subjetivo de descuento B en 0.96 y el coeficiente de aversión relativa al riesgo $crra$ en 3.

5.1 Predicción del proceso de la renta no financiera

El proceso de la renta no financiera está dado por,

$$nfi_{is} = x'_{1is}\pi_1^{inc} + f_i\pi_2^{inc} + t\pi_3^{inc} + h_{is} \quad s = t, t + 1, \dots, H \quad (38)$$

donde

nfi_{is} : renta no financiera

x'_{1is} : edad y edad al cuadrado del cabeza de hogar

f'_i : variables dummies capturando el nivel de educación, el hecho de que el hogar sea del sur de Italia y el tamaño de la ciudad de residencia.

t un polinomio de orden 3 en la tendencia temporal y una variable ficticia para el año 1998.

h_{is} es un término estocástico,

El primer paso para obtener el modelo de predicción es estimar por mínimos cuadrados ordinarios la ecuación,

$$\begin{aligned} nfi_{it} &= x'_{1it}\pi_1^{inc} + f_i\pi_2^{inc} + t\pi_3^{inc} + h_{it} \\ &= w'_{it}\pi^{inc} + h_{it} \end{aligned} \quad (39)$$

Es importante tener en cuenta que el único objetivo del modelo a estimar es realizar la mejor simulación del flujo futuro de renta no financiera para cada individuo en la muestra desde su edad actual hasta la edad máxima admitida en el modelo (H). En consecuencia las variables independiente a ser incluidas en el modelo deberán o bien seguir una ley de movimiento determinístico (por ejemplo la edad) o bien ser apropiadas para suponer que son invariantes a través del tiempo. Por esa razón, algunas variables que se sabe con certeza que son estadísticamente significativas en la determinación del proceso de la renta, tales como el sector de actividad, la ocupación, el tamaño de la familia, la cantidad de miembros del hogar que perciben rentas laborales no se incluyen en el modelo. Las estimaciones de la regresión usando MCO se informan en el cuadro 4.

Es importante también destacar que h_{it} se supone está incorrelacionado con los regresores no debido a que esa ausencia de correlación sea válida sino debido a que no estamos interesados en los coeficientes π^{inc} en si mismos. El modelo para la predicción del flujo de renta no financiera queda completamente especificado agregando los siguientes supuestos:

$$h_{it} = \eta_{1i} + v_{it} \quad (40)$$

$$v_{it} = \sum_{s=1}^q \rho_s^v v_{it-s} + \varepsilon_{it} \quad \|\rho^v\| < 1 \quad (41)$$

$$\varepsilon_{it}^2 = \sum_{s=1}^p \rho_s^\varepsilon \varepsilon_{it-s}^2 + \eta_{2i} + \xi_{it} \quad \|\rho^\varepsilon\| < 1 \quad (42)$$

$$\xi_{it} \sim NIID(0, \sigma_\xi^2)$$

donde η_{1i} y η_{2i} son características individuales no observables que afectan respectivamente el valor esperado de la renta no financiera y la varianza de los shocks idiosincráticos que la afectan.

Después los coeficientes de persistencia ρ_s^v son estimados de forma consistente utilizando es estimador GMM de Arellano-Bond (Arellano and Bond, 1991; Arellano, 2003). Los resultados se exhiben en el cuadro 5. Se concluye que un modelo AR(2) es el más apropiado en orden de capturar la dinámica de la renta no financiera.

A continuación, la estimación de efectos fijos individuales que afectan el nivel de la renta esperada η_{1i} son calculados como sigue:

$$\hat{\eta}_{1i} = \frac{1}{T-2} \sum_{t=2}^{T-2} \left(n f i_{it} - w'_{it} \hat{\pi}^{inc} - \sum_{s=1}^2 \hat{\rho}_s^v \hat{v}_{it-s} \right) \quad (43)$$

$$\hat{v}_{it-s} = n f i_{it-s} - w'_{it-s} \hat{\pi}^{inc} \quad (44)$$

El cuadro 6 presenta algunas medidas que permiten evaluar los resultados de la estimación. En primer lugar se observa que los principales componentes de la renta no financiera son las características observables invariantes de los agentes. En segundo lugar tanto las caracaterísticas invariantes observables

como el efecto fijo individual explican la mayor parte de la varianza del proceso. Finalmente, los shocks idiosincráticos y el efecto fijo individual aparecen como altamente correlacionados.

Como última etapa de la estimación se procede a ajustar un modelo para la varianza del proceso. Para ello se especifica el modelo Arch(p) dado por la ecuación (42). Los coeficientes ρ_s^ε son estimados usando el estimador GMM de Arellano-Bond. También se estima un efecto individual no observable en dicha varianza,

$$\hat{\eta}_{2i} = \frac{1}{T-p-1} \sum_{t=p+1}^{T-p-1} \left(\hat{\varepsilon}_{it}^2 - \sum_{s=1}^p \hat{\rho}_s^\varepsilon \hat{\varepsilon}_{it-s}^2 \right) \quad (45)$$

De las estimaciones informadas en el cuadro 7 se concluye que el proceso no es un Arch. Dado entonces que no se rechaza la hipótesis que $\hat{\rho}_j^\varepsilon$ igual a cero para todo j y con el objetivo de ajustar lo más posible el proceso simulado al observado -de forma similar a la estimación del efecto individual $\hat{\eta}_{1i}$ - se procede a estimar el efecto fijo individual η_{2i} simplemente como,

$$\hat{\eta}_{2i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_{it}^2)$$

Resumiendo, el flujo futuro de renta no financiera se calcula usando las siguientes tres ecuaciones,

$$\widehat{nf}_{is} = x'_{1is} \hat{\beta}_1^{inc} + f'_{i2} \hat{\beta}_2^{inc} + t \hat{\delta}^{inc} + \hat{\eta}_{1i} + \hat{v}_{is} \quad (46)$$

$$\hat{v}_{is} = \sum_{q=1}^2 \hat{\rho}_s \hat{v}_{is-q} + \tilde{\varepsilon}_{is} \quad (47)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{is} = \tilde{z}_{is} \times \sqrt{\hat{\eta}_{2i}} \quad (48)$$

donde $s = t + 1, \dots, H$,

\tilde{z}_{is} es un número pseudo-aleatorio generado desde la distribución normal estándar.

6 Resultados

6.1 Simulaciones de la regla de decisión

Se procedió a realizar simulaciones para valores arbitrarios de todos los parámetros con el objetivo de entender los resultados teóricos del modelo. Los parámetros de preferencias, los retornos de los activos financieros así como el flujo futuro de renta financiera de cada individuo son establecidos tal como se explicó en la sección 5 de este artículo. Por otro lado se supone que los costes de participación son del orden del 0.175 por ciento de la renta no financiera de cada agente. Es importante aclarar que ese número corresponde con el mínimo coste estimado. Los gráficos 11 a 16 muestran algunas medidas de los resultados simulados. Los resultados se concentran en la relación entre la proporción de activos con riesgo óptima y las principales variables de estado del modelo: edad, ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera y renta no financiera. Es importante resaltar que las simulaciones se realizan para cada individuo utilizando los datos observados respecto a las variables de estado, es decir no se utilizan varios individuos representativos sino todos los observados en la muestra.

El gráfico 11 ilustra la relación entre las proporciones de activos con riesgo en la cartera óptimas simuladas y la edad del cabeza de hogar. El gráfico muestra que el modelo es capaz de generar opciones muy heterogeneas. Además, muestra que si existen costes de participación no proporcionales la soluciones de esquina en cero y en uno pueden ser respuestas óptimas. El gráfico 12, en tanto, muestra el promedio de la proporción de activo con riesgo en la cartera para cada edad. En el mismo no se identifica un patrón definido de comportamiento de la regla de decisión con respecto a la edad del agente. Este resultado difiere del de Cocco et al (2005), Viceira (2001) y Jagannathan y Kocherlakota (1999). Esos autores encuentran algún respaldo teórico para la recomendación de los orientadores financieros profesionales en cuanto a reducir la exposición al riesgo a medida que se avanza en el ciclo de

vida.

En el gráfico 13 se representa la relación entre las proporciones de activos con riesgo en la cartera óptimas simuladas y el ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera. Una relación altamente no lineal puede identificarse en ese gráfico. Los resultados parecen reproducir la regla de decisión esperada desde la teoría e ilustrada en el gráfico 10. Entonces, estos resultados están en línea con los obtenidos en la literatura reciente sobre decisiones de cartera financiera (ver por ejemplo, Cocco et al, 2005; Viceira, 2001; Campbell, 2006). Además, la figura 13 muestra que la solución de esquina en cero podría ser óptima incluso para valores elevados del ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera. Por otro lado, del análisis del gráfico 14 surge que existe una clara relación entre el promedio de la proporción de activos con riesgo y el décil de la distribución del ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera. En particular, aparece que para la mayoría de aquellos en la parte inferior de la distribución de esa variable es óptimo no invertir en activos financieros con riesgo incluso para valores extremadamente reducidos del coste de participación.

Finalmente en los gráficos 15 y 16 se estudia la relación entre la proporción de activos con riesgo óptima y la renta no financiera del agente. Es importante remarcar que en esos gráficos la variable independiente es la renta no financiera del período y no el valor presente del flujo futuro de renta no financiera. Una vez más en el gráfico 15 se observa muchísima heterogeneidad en las carteras óptimas y que las soluciones de esquina tanto en el cero como en el uno pueden ser compatibles con un comportamiento maximizador de la utilidad derivada del consumo a lo largo de toda la distribución de la variable renta no financiera. Finalmente, tal como era esperable el gráfico 16 muestra que el promedio de la proporción de activos con riesgo óptima por décil de renta no financiera es una función creciente.

6.2 Resultados empíricos

Se estimó una versión simplificada del modelo suponiendo que los costes de participación no proporcionales están dados por un único coste. Ese coste depende de la renta no financiera del agente en el período, es decir, el coste puede ser modelado como $G_{it} = g \times nfi_{it}$. Eso implica que el modelo estructural tendrá un único parámetro desconocido: g . No obstante se permite que ese parámetro varíe según características del hogar. En particular, en esta primera versión se estiman costes diferentes g^e indicando el supraíndice e el nivel educativo del cabeza de hogar. Se consideran cuatro grupos diferentes: educación primaria, educación secundaria ciclo básico, educación secundaria completa y enseñanza universitaria.

El primer paso del proceso de estimación consiste en realizar la estimación del modelo auxiliar utilizando los datos reales respecto a la variable dependiente y los regresores: así se obtiene $\hat{\theta}$.² A continuación, se estima M veces el modelo auxiliar utilizando las M muestras generadas a través de la simulación y resolución del modelo de cada agente: se calcula $\tilde{\theta}^m(\beta)$ y por lo tanto el promedio $\tilde{\theta}(\beta)$ es también obtenido.

A continuación se evalúa la función objetivo dada por la pseudo-verosimilitud descrita en la ecuación [29] y se encuentra el valor del vector de parámetros β que maximiza dicha función. Finalmente, se calculan los errores estándar de la estimación evaluando la ecuación [35].

La evidencia analizada muestra que los costes de participación son en todos los casos positivos y significativos, aunque se encuentran grandes diferencias entre grupos según la educación del cabeza de hogar. Tal como podría esperarse los costes son menores cuanto mayor sea el nivel educativo del cabeza de hogar. En el cuadro 9 se informan las estimaciones de los costes de participación y sus errores estándar para cada grupo educacional.

En la primera fila del cuadro 9 se incluyen los resultados para el grupo

²En el cuadro 8 se incluyen los resultados de la estimación del modelo auxiliar para cada uno de los grupos según la educación del cabeza de hogar.

de los graduados y posgraduados universitarios. El tamaño muestral es de 270 individuos. Es coste estimado para este grupo es muy bajo: alcanza a apenas un 0.175 por ciento de la renta no financiera. Sin embargo, es positivo y significativo. El cuadro 10 muestra que en términos de euros ese coste representa aproximadamente unos 103 euros a precios del año 2006.

En la segunda fila se encuentran los resultados para aquellos individuos con secundaria completa. Hay 964 individuos en esta sub-muestra. La estimación de los costes de participación resultan aquí también positivos y significativos y son sustancialmente mayores que los obtenidos en el grupo de agentes con educación terciaria. En términos de la renta no financiera los costes estimados alcanzan el 1.65 por ciento, equivalentes a unos 719 euros a precios del año 2006.

El grupo correspondiente al nivel de educación de secundaria básica incluye 926 individuos. La estimación de costes de participación para este grupos en términos de la renta no financiera dobla el porcentaje estimado para el grupo anterior y se ubica en el 3.35 por ciento. Sin embargo, la diferencia en el coste medido en euros es menor 1157 frente a 719 euros, debido a que la renta promedio es mayor en aquel grupo.

Por último, con una submuestra de 795 individuos el coste de participación en el mercado de activos con riesgo para los individuos con educación primaria es estimado en un porcentaje tan elevado como el 6 por ciento de la renta no financiera. Curiosamente expresada en euros ese coste es muy similar al hallado en el caso de la submuestra de educación secundaria básica: alcanza a 1126 euros.

Los resultados obtenidos son comparables con los encontrados por Paiella (2006) y Attanasio y Paiella (2006) utilizando datos para la economía de los Estados Unidos. Esos autores estiman respectivamente que, en promedio, el límite inferior de un 0.4 por ciento del consumo no duradero.³ Paiella (2006)

³En el SHIW el consumo no duradero representa aproximadamente un 70 por ciento de la renta no financiera.

establece un límite inferior para el coste de participación en el orden de unos 103 dólares.

7 Conclusiones

En este artículo se especifica y estima un modelo estructural para la decisión de participación en el mercado de activos financieros con riesgo. La información utilizada corresponde a la base de datos "Survey of Households Income and Wealth". El modelo que se utiliza es el más simple que sea capaz de capturar la dinámica de las decisiones de cartera a través del ciclo de vida. Se procede suponiendo que el agente elige la cartera óptima y se calcula cual es el nivel de los costes no proporcionales que resulta necesario para explicar el comportamiento observado de los agentes. Después se incrusta las solución óptima en el modelo estadístico auxiliar de forma de estimar los parámetros estructurales usando el método IIG (Inferencia Indirecta Generalizada).

Los resultados de las simulaciones realizadas van en línea con algunas conclusiones de la literatura reciente sobre el tema de la elección de cartera a través del ciclo de vida. En particular, el promedio de la proporción de activos con riesgo en la cartera financiera es una función creciente tanto respecto al ratio de riqueza financiera respecto a la renta no financiera como en relación a la renta no financiera. Por otro lado, y a diferencia respecto a la literatura previa los resultados obtenidos no permiten concluir que exista algún comportamiento sistemático respecto a la edad del agente.

Este artículo se concentró en estimar los costes de participación no proporcionales asociados a la decisión de participar en los mercados de activos financieros con riesgo. Todos los restantes parámetros del modelo económico estructural (retornos de los activos, parámetros de preferencias, proceso estocástico de la renta) son establecidos basados en valores previamente utilizados en la literatura o estimados fuera del corazón del modelo de estimación.

Se consideran costes heterogéneos según la educación. Los grupos son

determinados de acuerdo a la educación del cabeza de hogar estableciéndose cuatro grupos: primaria, secundaria ciclo básico, secundaria completa y universidad.

Se encuentra que los costes de participación no proporcionales que los agentes pagan para invertir en el mercado de activos financieros con riesgo son en todos los casos positivos y significativos. También se concluye que dichos costes varían substancialmente según la educación del cabeza de hogar: los costes estimados para el grupo de universitarios alcanza apenas a un 0.175 por ciento de la renta no financiera pero sube hasta un 6 por ciento en el grupo de educación primaria. Los resultados para los grupos de secundaria básica y secundaria completa son de 3.35 y 1.65 por ciento respectivamente. En términos de euros (a precios del año 2006) los costes ascienden a 103, 719, 1157 y 1126 para los universitario, secundaria completa, secundaria básica y primaria respectivamente. Esos resultados son comparable con los obtenidos por Paiella (2006) y Attanasio y Paiella (2006) utilizando datos para los Estados Unidos de América.

El modelo puede ser extendido para analizar y estimar otros aspectos del problema. Por ejemplo, puede ser fácilmente modificado para estimar como varían los costes de participación según otras fuentes de heterogeneidad, tales como regiones geográficas o participación previa en los mercados de activos con riesgo. Podría ser también interesante estimar la evolución de los costes a través del tiempo. Además, se podría indagar cuan sensibles son los resultados a los valores elegidos para los restantes parámetros tales como el coeficiente de aversión al riesgo o la distribución de los retornos de los activos. Algunas extensiones un poco más complejas pueden ser también realizadas, por ejemplo, introducir distintos tipos de costes, monetarios y de oportunidad, de entrada de seguimiento, etc. Finalmente, cambios más ambiciosos serían introducir la presencia de inversiones inmobiliarias, en particular asociadas a la propiedad de la vivienda.

References

- [1] Ameriks, J and S.P. Zeldes (2000), “How Do Household Portfolio Shares Vary with Age”, mimeo.
- [2] Arellano, M. (2003), *Panel Data Econometrics*, Oxford University Press: Advanced Texts in Econometrics.
- [3] Arellano, M. and S. Bond (1991), “Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations”, *Review of Economic Studies*, 58, 277-297.
- [4] Attanasio, O. and M. Paiella (2006), “Intertemporal Consumption Choices, Transaction Costs and Limited Participation to Financial Markets: Reconciling Data and Theory”, NBER WP 12412.
- [5] Bodie, Z., Merton, R.C. and W.F. Samuelson (1992), “Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life Cycle Model”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, 427-449.
- [6] Campbell, J. (2006), “Household Finance”, *Journal of Finance*, 61, pp. 1553-1604.
- [7] Campbell, J. and L. Viceira (2002), *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford University Press, New York.
- [8] Carroll, C. (2002), *Lecture Notes on Solution Methods for Microeconomic Dynamic Stochastic Optimization Problems*, Lecture Notes, John Hopkins University.
- [9] Cocco, J. (2004), “Portfolio Choice in the Presence of Housing”, *Review of Financial Studies*, 18, 535-567.
- [10] Cocco, J.; Gomes, F. and P. Maenhout (2005), “Consumption and Portfolio Choice over the Life-Cycle”, *Review of Financial Studies*, 18, 491-533.

- [11] Deaton, Angus (1991), “Saving and Liquidity Constraints”, *Econometrica*, 59, 1221-1248.
- [12] Gollier, Christian (1999), “What does the Classical Theory Have to Say about Household Portfolios?”, in: L. Guiso, M. Haliassos and T. Japelli, eds., *Household Portfolios* (MIT Press)..
- [13] Guiso, L. and T. Jappelli (2001), “Household Portfolios in Italy”, in: L. Guiso, M. Haliassos and T. Japelli, eds., *Household Portfolios* (MIT Press).
- [14] Haliassos M. and Michaelides A. (2001), “Calibration and Computation of Household Portfolio”, in: L. Guiso, M. Haliassos and T. Japelli, eds., *Household Portfolios* (MIT Press).
- [15] Heaton, J. and D.J. Lucas (2000), “Portfolio choice and asset prices: The Importance of Entrepreneurial Risk”, *Journal of Finance*, 55, 1163-1198.
- [16] Imrohroglu, A.; Imrohroglu, S. and D.H. Joines (1999), “Computing Models of Social Security”, in: R. Marimon and A. Scott, eds., *Computational Methods for the Study of Dynamics Economies* (Oxford University Press).
- [17] Jagannathan, R. and N. Kocherlakota (1996), “Why should Older People Invest Less in Stocks than Younger People”, Federal Reserve Bank of Minneapolis *Quarterly Review*, 20, 11-23.
- [18] Merton, R. C. (1971), “Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model”, *Journal of Economic Theory*, 3, 373-413.
- [19] Miniaci, R. and G. Weber (2001), “Econometric Issues in the Estimation of Household Portfolio Models”, in: L. Guiso, M. Haliassos and T. Japelli, eds., *Household Portfolios* (MIT Press).

- [20] Paiella, M. (2006), “The Foregone Gains of Incomplete Portfolios”, CSEF Working Paper No. 156.
- [21] Panetta, F. and R. Violi (1999), “Is there an Equity Premium Puzzle in Italy? A Look at Asset Returns, Consumption and Financial Structure Data Over the Last Century”, Banca d’Italia, Temi di discussione No. 353.
- [22] Pelizzon, L. and G. Weber (2007), “Efficient Portfolios when Housing Needs Change over the Life-Cycle”, mimeo.
- [23] Perraudin, W.R.M. and B.E. Sorensen (2000), “The Demand for Risky Assets: Sample Selection and Household Portfolios”, *Journal of Econometrics*, 97, 117-144.
- [24] Rust, John (1996), “Numerical Dynamic Programming in Economics”, in: H.M. Amman, D.A. Kendrick and J. Rust, eds., *Handbook of Computational Economics*, Vol. 1 (Elsevier Science, Amsterdam).
- [25] Rust, John (1994), “Structural Estimation of Markov Decision Processes”, *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, Chapter 51.
- [26] Samuelson, Paul A. (1969), “Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming”, *Review of Economics and Statistics*, 51, 239-246.
- [27] Storesletten, K.; Telmer, C.L. and A. Yaron (2007), “Asset Pricing with Idiosyncratic Risk and Overlapping Generations”, *Review of Economic Dynamics*, forthcoming.
- [28] Viceira, Luis M. (2001), “Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investor with Nontradable Labor Income”, *Journal of Finance*, LVI(2), 433-470.

- [29] Vissing-Jorgensen (2002), “Limited Asset Market Participation and the Elasticity of Intertemporal Substitution”, *Journal of Political Economy*, 110, 825-853.

Apéndice A. Solución numerica para el problema del agente

El problema del agente no puede ser resuelto numéricamente. Entonces aquí se procede a utilizar un método de solución numérica para encontrar la regla de decisión óptima para cada agente individual. Primero se procede a discretizar el espacio de las variables de estado en una cuadrícula de J valores. A continuación se encuentra cuál es la regla de decisión óptima para cada punto de la cuadrícula. Después, para cada valor particular de las variables de estado se procede a obtener la regla de decisión óptima simplemente interpolando valores dentro de la cuadrícula o extrapolando si los valores de las variables de estado caen fuera de la misma. Es importante notar que el diseño de la discretización se realizó de tal forma que los casos que no caen dentro de la cuadrícula sean excepciones y no la regla.

El modelo se resuelve utilizando inducción hacia atrás. En cada período se utilizan las ecuaciones de Euler del modelo economico para obtener la decisión óptima.

En el último período (a la edad H) la regla de decisión es trivial: el agente consume toda su riqueza y la función de valor es igual a la función de utilidad indirecta. Después, para el período anterior ($H - 1$) se considera dicha función en la ecuación de Bellman y se calcula tanto la regla de decisión óptima como la función de valor para ese período. A continuación se procede recursivamente en cada período hasta alcanzar el período t . En cada período las ecuaciones de Euler están dadas por las siguientes dos ecuaciones:

$$E_t [u'(c_t) - BR(\alpha)_{t+1} u'(c_{t+1})] = 0 \quad (49)$$

$$E_t [A_t (R - R^f) u'(c_{t+1})] = 0 \quad (50)$$

Es importante notar que a en la segunda ecuación se mantiene el término A_t a pesar que el mismo no afecta la ecuación cuando la misma se resuelve exactamente. Aquí sin embargo, la solución se obtiene minimizando la suma de los cuadrados de los residuos de ambas ecuaciones, es decir

$$\{\alpha_t^*, c_t^*\} = \arg \min e_{1t}^2 + e_{2t}^2 \quad (51)$$

$$e_{1t}^2 = E_t [u'(c_t) - BR(\alpha)_{t+1} u'(c_{t+1})] \quad (52)$$

$$e_{2t}^2 = E_t [A_t (R - R^f) u'(c_{t+1})] \quad (53)$$

Mantener el término A_t entonces mejorara la calidad de la aproximación a la solución. En particular, el residuo de la segunda ecuación tendrá un peso mayor cuanto mayor sea el importe a invertir en activos financieros y viceversa, si A_t es pequeño los desvíos respecto al óptimo en la elección de α tendrán una importante menor.

A continuación se explica en detalle los pasos dados para obtener la solución numérica al problema del agente

En el período **s=H**

La solución es trivial, dado que no existe motivo herencia el agente consumirá toda su riqueza:

$$c_H = coh_H = W_H + nfi_H \quad (54)$$

$$V(s_H) = u(c_H) \quad (55)$$

La solución numérica es obtenida para una cantidad de valores en J locaciones (a la que denominamos cuadrícula) para la variable coh_H

En el periodo **s=H-1**

Se construye una cuadrícula de J puntos para la riqueza total disponible en el período $H - 1$ y para cada valor en la cuadrícula la elección $\delta_{H-1} = (c_{H-1}, \alpha_{H-1})$ es resuelto minimizando:

$$\delta_{H-1} = \arg \min sqe_{H-1} \quad (56)$$

$$sqe_{H-1} = e_{1H-1}^2 + e_{2H-1}^2 \quad (57)$$

$$e_{1H-1} = E_{H-1} [u'(c_{H-1}) - BR(\alpha_{H-1}) u'(coh_H)] \quad (58)$$

$$e_{2H-1} = E_{H-1} [A_{H-1} (R - R^f) u'(coh_H)] \quad (59)$$

$$coh_H = W_H + nfi_H \quad (60)$$

donde

$$W_H = \begin{cases} A_{H-1} \times R^f & \text{if } \alpha_{H-1} = 0 \\ A_{H-1} \times R_q(\alpha_{H-1}) & \text{q=bajo, alto if } \alpha_{H-1} > 0 \end{cases} \quad (61)$$

con

$$A_{H-1} = (coh_{H-1} - G_{H-1} - c_{H-1}) \quad (62)$$

$$coh_{H-1} = W_{H-1} + nfi_{H-1} \quad (63)$$

$$G_{H-1} = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha_{H-1} = 0 \\ g \times nfi_{H-1} & \text{if } \alpha_{H-1} > 0 \end{cases} \quad (64)$$

Para obtener $V(W_H, nfi_H, H, I_H)$ se utiliza el método de interpolación lineal denominado "piecewise linear interpolation" excepto en el caso en que el valor de coh_j caiga afuera de la cuadrícula, caso en el cual se procede a realizar extrapolación lineal. A continuación se obtiene $V(W_{H-1}, nfi_{H-1}, H-1, 0)$ y $V(W_{H-1}, nfi_{H-1}, H-1, 1)$ para cada punto $coh_j = W_{H-1}^j + nfi_{H-1}$ en la cuadrícula

En los períodos **s=t+1,...H-2**

En cada período s desde t+1 a H-2 la solución para cada punto de las cuadrículas $coh_s^j = W_s^j + nfi_s$ es obtenido encontrando $\delta_s = (c_s, \alpha_s)$ que minimiza la ecuación

$$\delta_s = \arg \min sqe_s \quad (65)$$

$$sqe_s = e_{1s}^2 + e_{2s}^2 \quad (66)$$

$$e_{1s} = E_s [u'(c_s) - BR(\alpha) u'(c_{s+1})] \quad (67)$$

$$e_{2s} = E_s [A_s (R - R^f) u'(c_{s+1})] \quad (68)$$

con

$$c_{s+1} = \arg \max_{c_{s+1}} V(s_{s+1}) \quad (69)$$

$$W_{s+1} = \begin{cases} A_s \times R^f & \text{if } \alpha_s = 0 \\ A_s \times R_j(\alpha_s) & j=\text{low, high} \text{ if } \alpha_s > 0 \end{cases} \quad (70)$$

$$A_s = coh_s - G_s - c_s \quad (71)$$

$$G_s = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha_s = 0 \\ g_E \times nfi_s & \text{if } \alpha_s > 0 \text{ and } I_s = 0 \\ g_M \times nfi_s & \text{if } \alpha_s > 0 \text{ and } I_s = 1 \end{cases} \quad (72)$$

tanto la decisión óptima $\delta_s = (c_s, \alpha_s)$ como la correspondiente función de valor $V(W_s, nfi_H, H, I_H)$ es obtenida utilizando "piecewise linear interpolation" (afuera de la cuadrícula se utiliza extrapolación lineal).

En el período **s=t**

En el período t la soluciónn para un valor dado de $W_t, \{nfi_s\}_{s=t, \dots, H}, a_t, I_t$, es alcanzada encontrando $\delta_t = (c_t, \alpha_t)$ que minimiza la ecuación

$$sqe_t = e_{1t}^2 + e_{2t}^2 \quad (73)$$

$$e_{1t} = E_t [u'(c_t) - BR(\alpha_t) u'(c_{t+1})] \quad (74)$$

$$e_{2t} = E_t [A_t (R - R^f) u'(c_{t+1})] \quad (75)$$

with

$$\{c_{t+1}, \alpha_{t+1}\} = \arg \max_{c_{t+1}, \alpha_{t+1}} V(s_{t+1}) \quad (76)$$

$$W_{t+1} = \begin{cases} A_t \times R^f & \text{if } \alpha_t = 0 \\ A_t \times R_q(\alpha_t) & q=\text{low, high} \text{ if } \alpha_t > 0 \end{cases} \quad (77)$$

$$A_t = coh_t - G_t - c_t \quad (78)$$

$$G_t = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha_t = 0 \\ g \times nfi_t & \text{if } \alpha_t > 0 \end{cases} \quad (79)$$

El modelo permite obtener $V(s_t | \alpha_{it}^* \leq 0)$ y $V(s_t | 0 < \alpha_{it}^* \leq 1)$ los cuales a su vez determinan:

$$\delta_{it} = \mathbf{1} [v_{it1} = V(s_t | \alpha_{it}^* > 0) = \max(v_{it0}, v_{it1})] \quad (80)$$

con $i = 1, 2, \dots, N$ indizando cada individuo en la muestra y t el período de tiempo.

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos para toda la base de datos

	<i>Total</i>	<i>1987</i>	<i>1989</i>	<i>1991</i>	<i>1993</i>	<i>1995</i>	<i>1998</i>	<i>2000</i>	<i>2002</i>	<i>2004</i>
Edad										
Media	52.6	52.0	49.8	51.2	52.2	52.5	52.6	54.3	55.6	56.5
Desvío Estándar	14.0	14.8	13.4	13.5	13.9	13.7	13.4	13.8	13.6	13.9
Renta no financiera (euros, precios 1995)										
Media	25,230	23,588	24,742	24,316	24,513	24,623	25,910	26,648	27,458	27,995
Desvío Estándar	17,453	17,669	14,786	13,885	15,683	17,839	18,588	17,967	20,390	21,061
Activos financieros (euros, precios 1995)										
Media	19,841	16,521	15,729	14,845	19,875	20,768	25,163	26,692	24,297	21,187
Desvío Estándar	60,158	33,008	43,516	35,958	56,178	54,124	82,305	99,487	74,339	63,160
Riqueza real (euros, prices 1995)										
Media	126,781	83,762	80,643	108,371	139,807	141,072	146,947	151,233	167,154	190,417
Desvío Estándar	261,893	263,010	133,651	157,430	252,075	237,002	382,217	279,621	296,580	315,849
Activos financieros con riesgo										
Porcentaje de participantes	0.32	0.24	0.25	0.31	0.37	0.40	0.34	0.36	0.34	0.33
Educación										
Primaria	0.30	0.33	0.33	0.34	0.31	0.30	0.25	0.27	0.28	0.27
Secundaria ciclo básico	0.29	0.25	0.29	0.30	0.31	0.29	0.29	0.29	0.30	0.30
Secundaria completa	0.26	0.22	0.24	0.23	0.24	0.27	0.33	0.31	0.30	0.31
Graduados y posgraduados universitarios	0.08	0.11	0.08	0.08	0.07	0.07	0.09	0.09	0.08	0.08
Tamaño de la ciudad de residencia										
De 5 a 20 mil	0.14	0.13	0.13	0.12	0.13	0.17	0.16	0.16	0.15	0.17
De 20 a 50 mil	0.29	0.28	0.25	0.29	0.28	0.32	0.33	0.31	0.30	0.27
De 50 a 200 mil	0.30	0.33	0.26	0.29	0.35	0.28	0.28	0.31	0.30	0.30
Más de 200 mil	0.17	0.19	0.28	0.22	0.15	0.13	0.13	0.12	0.11	0.12
Proporción de residentes en el Sur de Italia	0.36	0.35	0.39	0.40	0.37	0.36	0.37	0.34	0.33	0.32
Estatus laboral										
Porcentaje de ocupados	0.64	0.69	0.73	0.68	0.63	0.61	0.62	0.58	0.54	0.52
Vivienda										
Porcentaje de propietarios	0.49	na	na	0.66	0.68	0.71	0.73	0.74	0.75	0.75
Número de observaciones	43730	7649	5725	5396	4781	4816	4167	3935	3700	3561

Cuadro 2. Estadísticos descriptivos para la muestra utilizada en la estimación de los costes de participación

	<i>Total</i>	<i>1993</i>	<i>1995</i>	<i>1998</i>	<i>2000</i>	<i>2002</i>	<i>2004</i>
Edad							
Media	57.1	53.9	54.8	55.6	57.1	58.2	59.5
Desvío Estándar	12.3	12.4	12.3	12.0	11.9	12.1	12.5
Renta no financiera (euros, precios 1995)							
Media	27,611	24,123	25,666	27,192	28,869	28,442	27,784
Desvío Estándar	14,095	13,826	13,885	13,820	14,628	14,065	13,906
Activos financieros (euros, precios 1995)							
Media	26,890	14,472	25,597	27,424	33,661	26,821	22,336
Desvío Estándar	61,590	16,639	52,616	57,001	94,819	43,479	43,032
Riqueza real (euros, prices 1995)							
Media	168,939	116,789	160,240	149,465	157,983	191,903	195,403
Desvío Estándar	238,485	136,738	208,977	228,340	167,306	315,554	262,338
Activos financieros con riesgo							
Porcentaje de participantes	0.44	0.36	0.47	0.45	0.48	0.44	0.40
Educación							
Primaria	0.26	0.39	0.27	0.26	0.24	0.24	0.27
Secundaria ciclo básico	0.30	0.21	0.30	0.30	0.31	0.32	0.30
Secundaria completa	0.31	0.24	0.31	0.31	0.33	0.33	0.31
Graduados y posgraduados universitarios	0.09	0.11	0.08	0.08	0.09	0.08	0.09
Tamaño de la ciudad de residencia							
De 5 a 20 mil	0.16	0.09	0.14	0.14	0.16	0.15	0.20
De 20 a 50 mil	0.30	0.31	0.26	0.32	0.29	0.29	0.30
De 50 a 200 mil	0.33	0.40	0.40	0.32	0.32	0.33	0.31
Más de 200 mil	0.12	0.13	0.15	0.13	0.13	0.12	0.08
Proporción de residentes en el Sur de Italia	0.34	0.55	0.42	0.37	0.32	0.31	0.29
Estatus laboral							
Porcentaje de ocupados	0.52	0.63	0.58	0.56	0.52	0.50	0.45
Vivienda							
Porcentaje de propietarios	0.79	0.75	0.78	0.77	0.79	0.80	0.82
Número de observaciones	3061	87	368	770	645	491	700

Cuadro 3: Momentos del exceso de retorno de los activos financieros en Italia (1989-2003)

	Bonos gubernamentales	Bonos corporativos	Acciones
Retorno esperado %	4.0981	2.2845	4.9011
Desvío estándar %	5.2383	3.2169	28.995
<hr/>			
<i>Correlación</i>	Bonos gubernamentales	Bonos corporativos	Acciones
Bonos gubernamentales	1	0.8404	0.0215
Bonos corporativos		1	0.1726
Acciones			1
Ponderadores para cartera óptima	0.67	0.29	0.04

Fuente: Pelizzon and Weber (2007)

Cuadro 4: Regresión MCO

Variable dependiente: Renta no financiera (log)

	<i>Modelo 1</i>		<i>Modelo 2</i>	
	<i>Coef.</i>	<i>Err. Est.</i>	<i>Coef.</i>	<i>Err. Est.</i>
Edad	0.032	(0.001)**	0.064	(0.001)**
Edad al cuadrado	-0.001	(0.000)**	-0.002	(0.000)**
Tiempo	0.309	(0.021)**	0.351	(0.027)**
Tiempo al cuadrado	-0.321	(0.025)**	-0.338	(0.031)**
Tiempo a la tercera potencia	0.094	(0.008)**	0.094	(0.010)**
Variable ficticia para 1998	-0.006	(0.007)	0.004	(0.008)
Educación primaria	0.179	(0.008)**	0.181	(0.011)**
Educación secundaria básica	0.346	(0.009)**	0.367	(0.011)**
Educación secundaria completa	0.493	(0.009)**	0.598	(0.011)**
Educación universitaria	0.723	(0.012)**	0.929	(0.013)**
Residente en el Sur de Italia	-0.231	(0.004)**	-0.298	(0.005)**
Tamaño de la ciudad (5 a 20 mil)	-0.019	(0.007)**	-0.025	(0.009)**
Tamaño de la ciudad (20 a 50 mil)	-0.001	(0.007)	-0.005	(0.008)
Tamaño de la ciudad (50 a 200 mil)	0.009	(0.007)	-0.003	(0.008)
Tamaño de la ciudad (más de 200 mil)	0.030	(0.007)**	0.012	(0.009)
Tamaño de la familia	0.039	(0.002)**		
# perceptores de renta laboral	0.324	(0.003)**		
Constante	7,924	(0.018)**	8,552	(0.015)**
Variables ficticias ocupación				
F(7,43639)	154.8			
Variables ficticias sector de actividad				
F(8,43639)	237.2			
Observaciones	43673		43673	
R-cuadrado	0.55		0.33	

Errores estándar robustos a heterocedasticidad entre paréntesis

* significativo al 5%; ** significativo al 1%

Cuadro 5: Estimación de los coeficientes autoregresivos para el proceso de la renta
Variable dependiente: Residuos de la regresión MCO (RMCO) del proceso de la renta no financiera

	<i>MCO Ar(1)</i>	<i>MCO Ar(2)</i>	<i>WG Ar(1)</i>	<i>WG Ar(2)</i>	<i>GMM Ar(1)</i>	<i>GMM Ar(2)</i>	<i>GMM Ar(3)</i>
RMCO(t-1)	0.662 (0.008)**	0.515 (0.016)**	-0.075 (0.013)**	-0.077 (0.017)**	0.242 (0.036)**	0.325 (0.062)**	0.199 (0.100)*
RMCO(t-2)		0.245 (0.016)**		-0.089 (0.017)**		0.074 (0.033)*	0.007 (0.052)
RMCO(t-3)							-0.009 (0.038)
Constante	0.014 (0.003)**	0.019 (0.004)**	0.030 (0.002)**	0.049 (0.003)**			
Sargan					33.36	26.33	23.00
(g.l.)					27	25	22
p-valor					0.19	0.39	0.40
m1					-12.29	-8.03	-5.27
m2					0.68	-0.86	0.62
Observaciones	12146	5977	12146	5977	5977	3126	1553
R-cuadrado	0.42	0.48					
Número de individuos			6132	2845	2845	1573	759

Errores robustos entre paréntesis. Estadísticos de Sargan, m1 y m2 obtenidos en estimación en 2 etapas

* significativo al 5%; ** significativo al 1%

Cuadro 6: Estimación de los componentes del proceso de la renta no financiera

(en log, euros, precios 1995)

Media, desvío estándar y correlaciones		
a. Media y desvío estándar	<i>Mean</i>	<i>St. Deviation</i>
Renta no financiera	9.43	0.52
Efecto edad y tendencia temporal	0.50	0.10
Características observables invariantes a través del tiempo	8.87	0.27
Efecto individual no observable	-0.01	0.24
Shocks idiosincráticos	0.06	0.16

b. Correlaciones	Renta no financiera	Efecto edad y tendencia temporal	Características observables invariantes a través del tiempo	Efecto individual no observable	Shocks idiosincráticos
Renta no financiera	1				
Efecto edad y tendencia temporal	0.238	1			
Características observables invariantes a través del t	0.570	0.118	1		
Efecto individual no observable	0.721	-0.035	0.034	1	
Shocks idiosincráticos	0.583	-0.009	0.038	0.817	1

3061 observaciones

Cuadro 7: Estimación del modelo Arch para la varianza del proceso de la renta no financiera
Variable dependiente: Shocks indiosincráticos estimados al cuadrado (SIEC)

	<i>MCO1</i>	<i>MCO2</i>	<i>WG1</i>	<i>WG2</i>	<i>GMM1</i>	<i>GMM2</i>
SIEC(t-1)	0.148 (0.056)**	0.153 (0.074)*	-0.316 (0.030)**	-0.371 (0.040)**	-0.032 (0.042)	-0.016 (0.066)
SIEC(t-2)		0.136 (0.043)**		-0.175 (0.036)**		0.003 (0.058)
Constante	0.048 (0.004)**	0.040 (0.005)**	0.075 (0.003)**	0.090 (0.005)**		
Sargan					6.22	3.66
(g.l.)					9	7
p-valor					0.72	0.82
m1					-3.22	-1.38
m2					0.92	-0.47
Observaciones	1553	794	1553	794	794	338
R-cuadrado	0.03	0.08	0.12	0.21		
Número de individuos			759	456	456	266

Errores estándar robustos entre paréntesis. Estadísticos Sargan, m1 y m2 obtenidos en estimación en dos etapas.
 * significativo al 5%; ** significativo al 1%

Cuadro 8: Estimación del modelo estadístico auxiliar (logit)
Variable dependiente: Participación en el mercado de activos con riesgo

	<i>Nivel de educación</i>			
	<i>Primaria</i>	<i>Secundaria básica</i>	<i>Secundaria completa</i>	<i>Universitaria</i>
Edad	-0.042 (0.028)	-0.034 (0.020)	-0.065 (0.020)**	-0.011 (0.039)
Renta no financiera (log)	2.321 (0.288)**	1.421 (0.224)**	1.507 (0.217)**	1.757 (0.440)**
Ratio riqueza financiera/renta no financiera (log)	2.581 (0.397)**	2.964 (0.424)**	3.499 (0.397)**	2.182 (0.755)**
Square ratio riqueza financiera/renta no financiera (log)	-5.122 (1.718)**	-7.863 (2.224)**	-9.674 (1.882)**	-5.736 (3.616)
Tamaño de la familia	-0.169 (0.120)	-0.271 (0.088)**	-0.059 (0.086)	-0.173 (0.156)
Cantidad de perceptores de renta laboral en el hogar	-0.456 (0.163)**	0.075 (0.124)	-0.243 (0.128)	0.153 (0.279)
Estatus ocupacional	0.084 (0.324)	-0.610 (0.272)*	0.063 (0.270)	0.314 (0.555)
Propietarios de la vivienda	0.624 (0.290)*	0.128 (0.197)	0.234 (0.209)	-0.351 (0.461)
Constante	-22.132 (2.736)**	-13.174 (2.056)**	-14.301 (2.047)**	-17.092 (4.366)**

Errores estándar robustos entre paréntesis

* significativo al 5%; ** significativo al 1%

Cuadro 9: Estimación de los costes de participación utilizando Inferencia Indirecta Generalizada
 (como porcentaje de la renta no financiera)

Nivel educativo	No. Observaciones	Coste estimado	Error estándar	Estadístico t	Intervalo de confianza al 95%	
Universitario	270	0.175	0.06140	2.84998	0.05465	0.29535
Secundaria completa	964	1.650	0.32542	5.07032	1.01217	2.28783
Secundaria básica	926	3.350	0.34595	9.68355	2.67194	4.02806
Primaria	795	6.000	0.42006	14.28367	5.17668	6.82332

Cuadro 10: Costes de participación implícitos medidos en euros (precios 2006)

Nivel educativo	No. Observaciones	Coste estimado (1)	Promedio renta no financiera (2)	Costes monetarios implícitos (2)
Universitario	270	0.175	59076	103
Secundaria completa	964	1.650	43574	719
Secundaria básica	926	3.350	34550	1157
Primaria	795	6.000	18765	1126

(1) en porcentaje de la renta no financiera

(2) en euros (precios 2006)

Gráfico 1: Proporción de tenedores de activos financieros con riesgo, por año

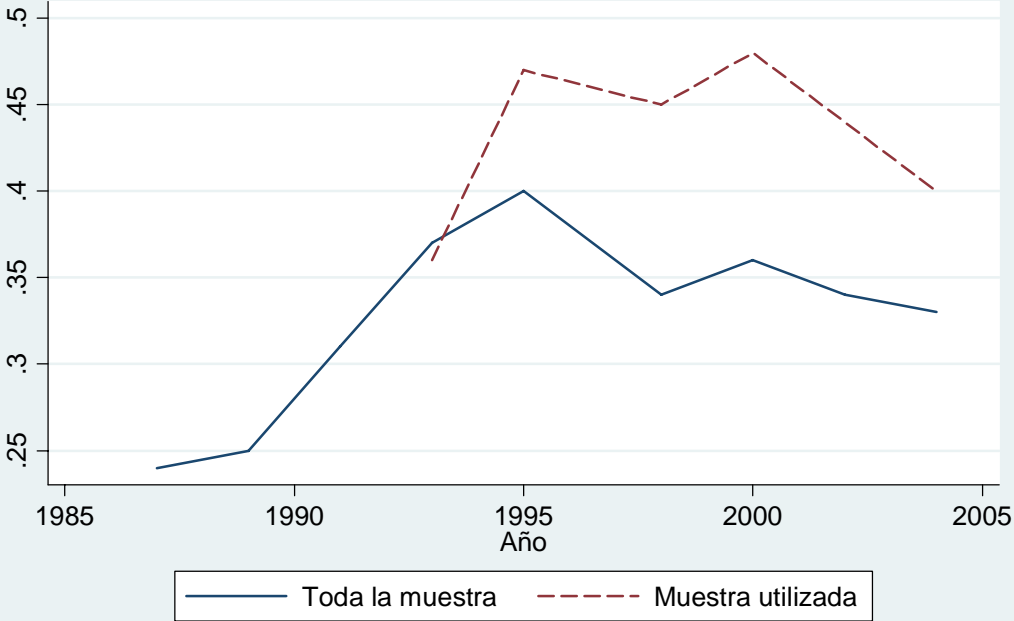


Gráfico 2: Proporción de activos con riesgo según edad

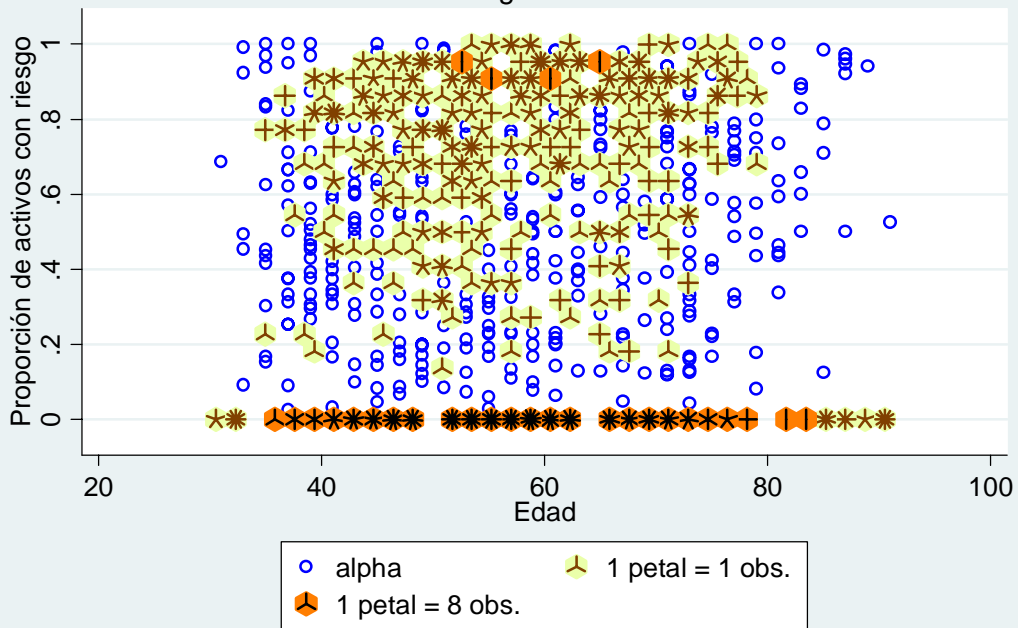


Gráfico 3: Media de la proporción de activos con riesgo según edad

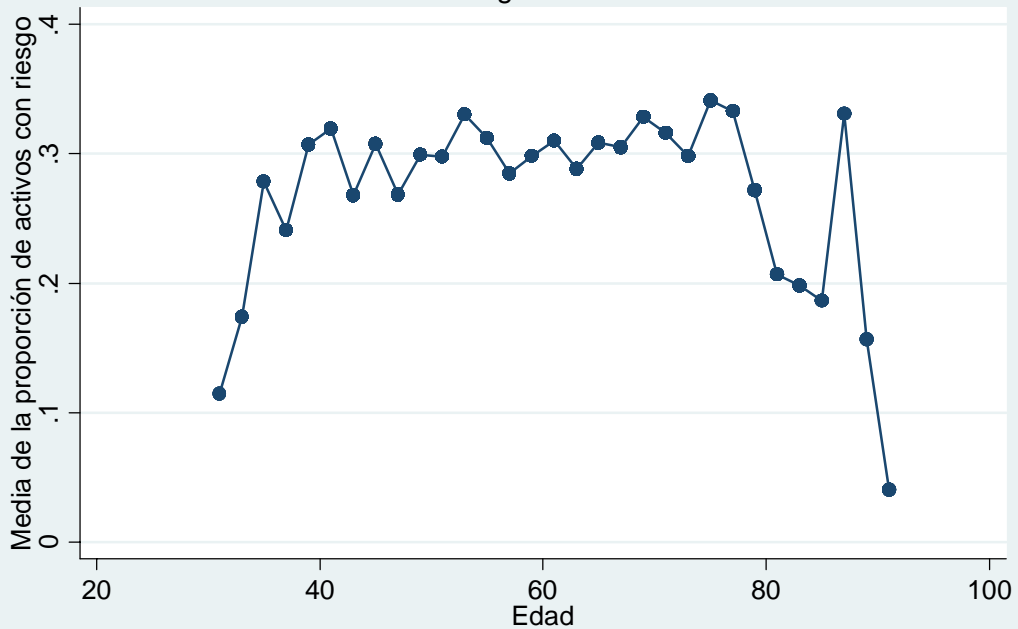


Gráfico 4: Proporción de activos con riesgo según ratio riqueza financiera/renta no financiera

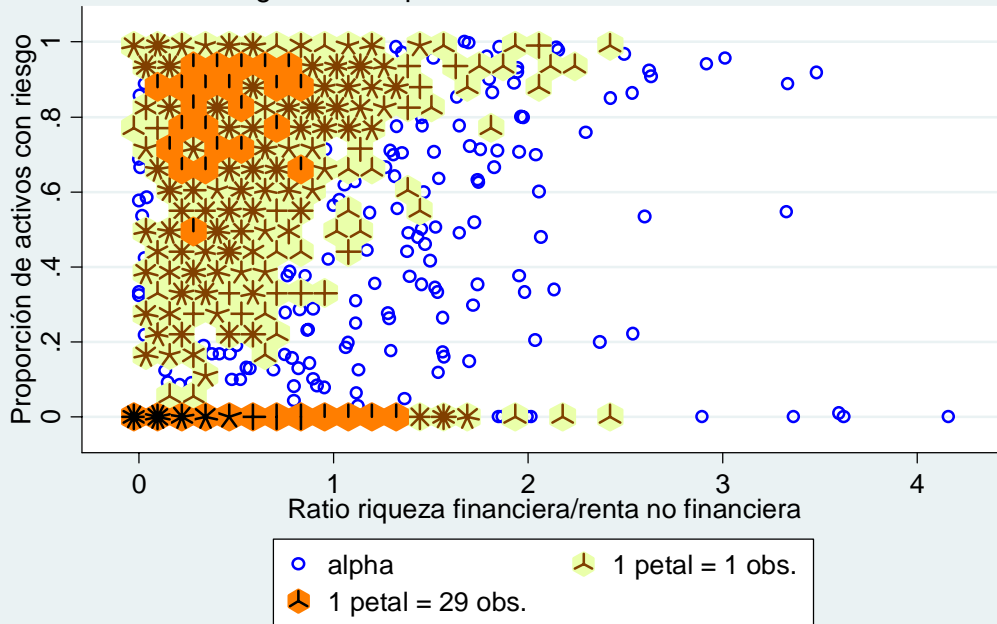


Gráfico 5: Media de la proporción de activos con riesgo según decil ratio riqueza financiera/renta no financiera

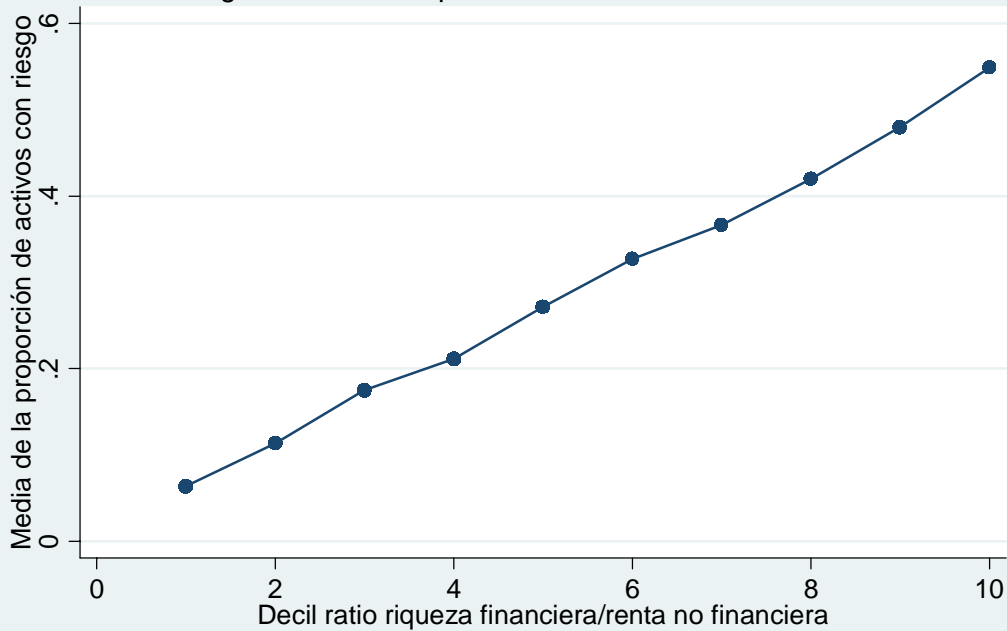


Gráfico 6: Proporción de activos con riesgo según renta no financiera

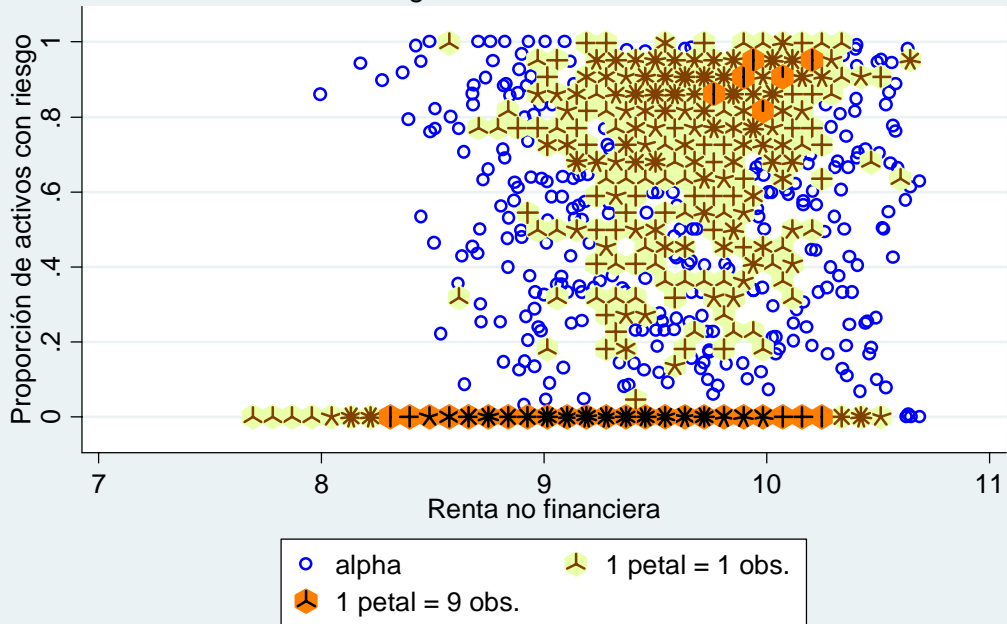


Gráfico 7: Media de la proporción de activos con riesgo según decil renta no financiera

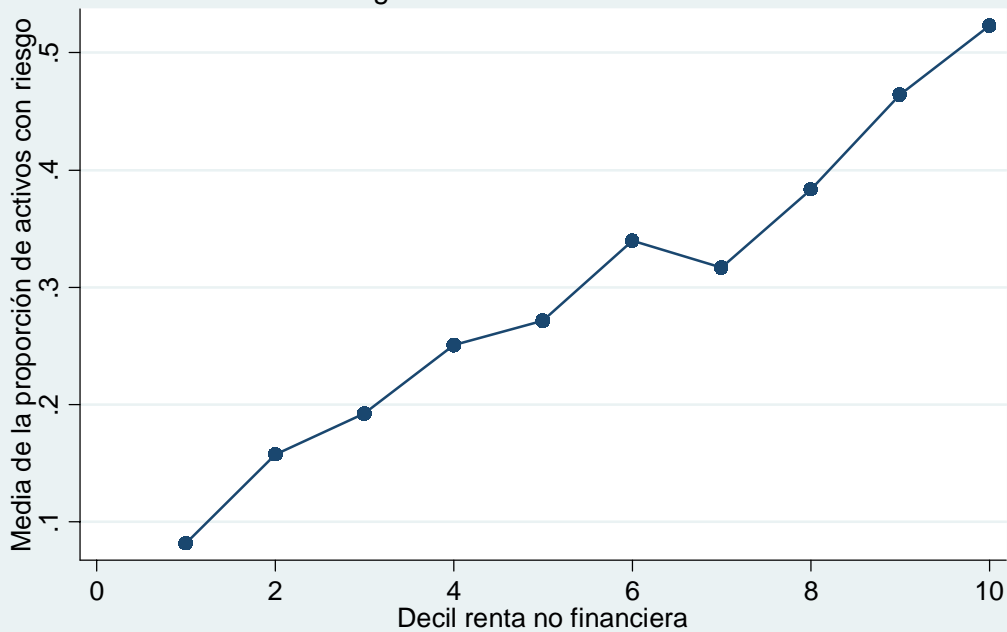


Gráfico 8: Proporción de activos con riesgo según educación del cabeza de hogar

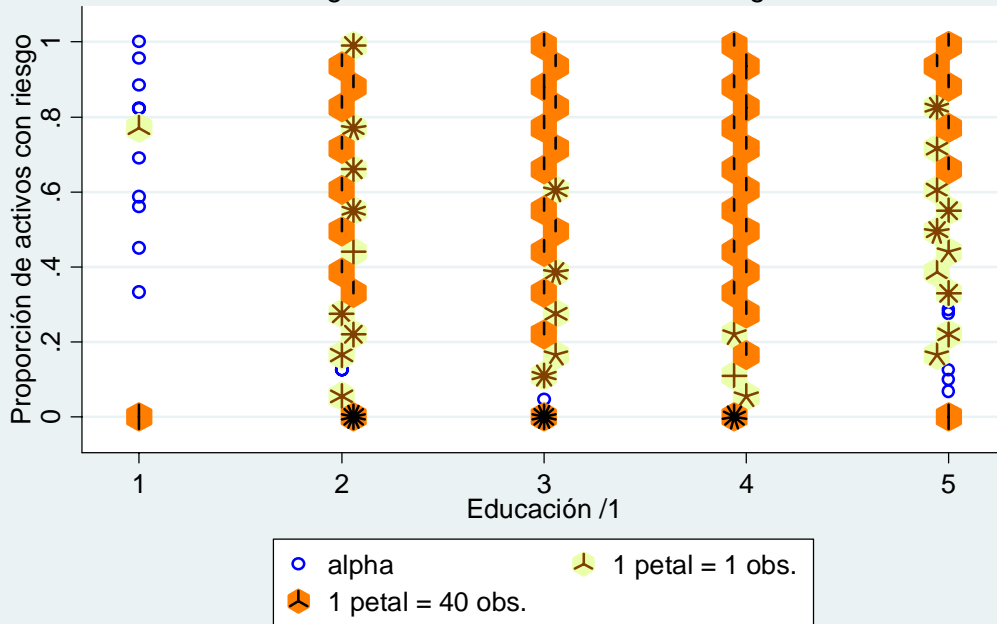
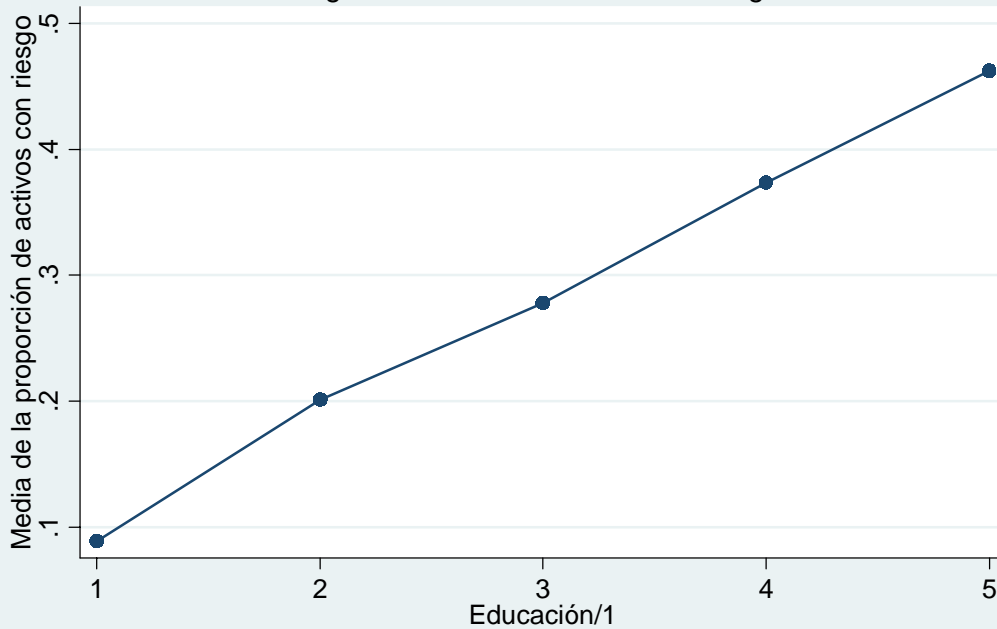


Gráfico 9: Media de la proporción de activos con riesgo según educación del cabeza de hogar



/1: 1:menos que primaria; 2:primaria; 3:secundaria básica; 4:secundaria completa y 5: universidad

Gráfico 10: Composición óptima de la cartera financiera
proporción de activos con riesgo

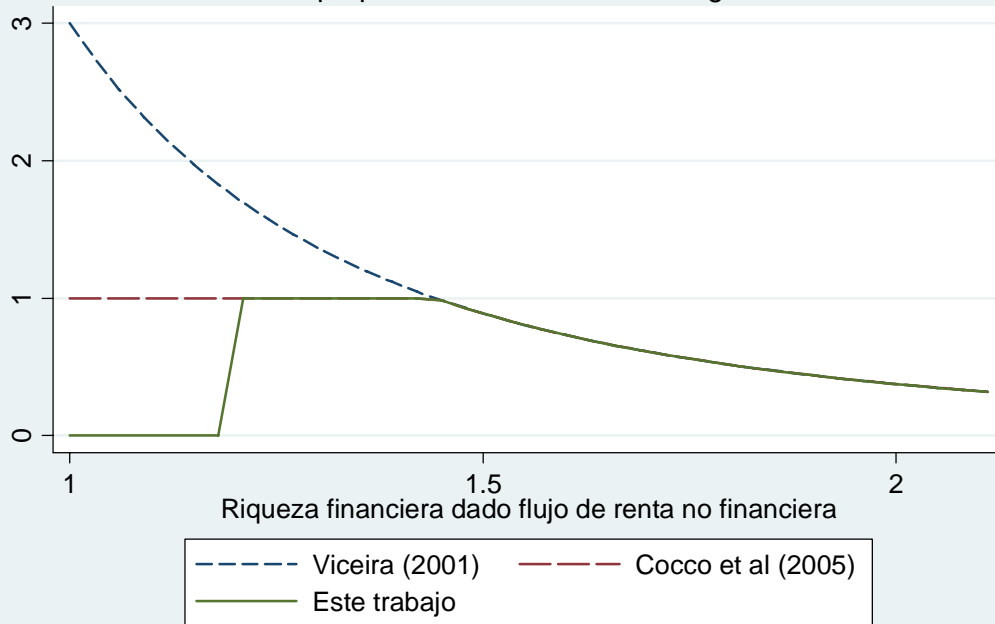


Gráfico 11: Proporción de activos con riesgo según edad, resultados simulados

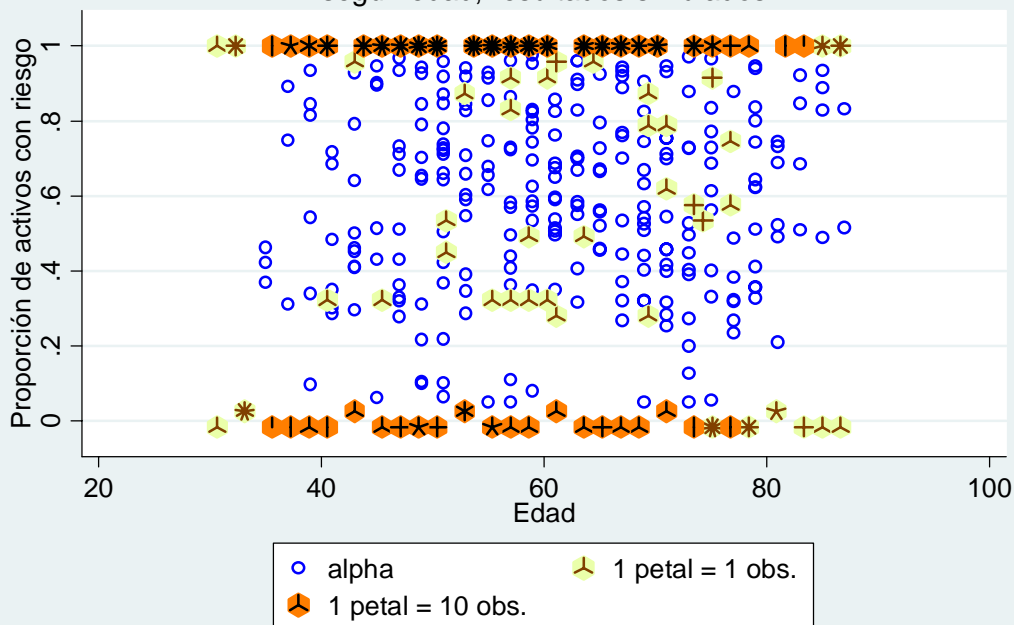


Gráfico 12: Media de la proporción de activos con riesgo según edad, resultados simulados

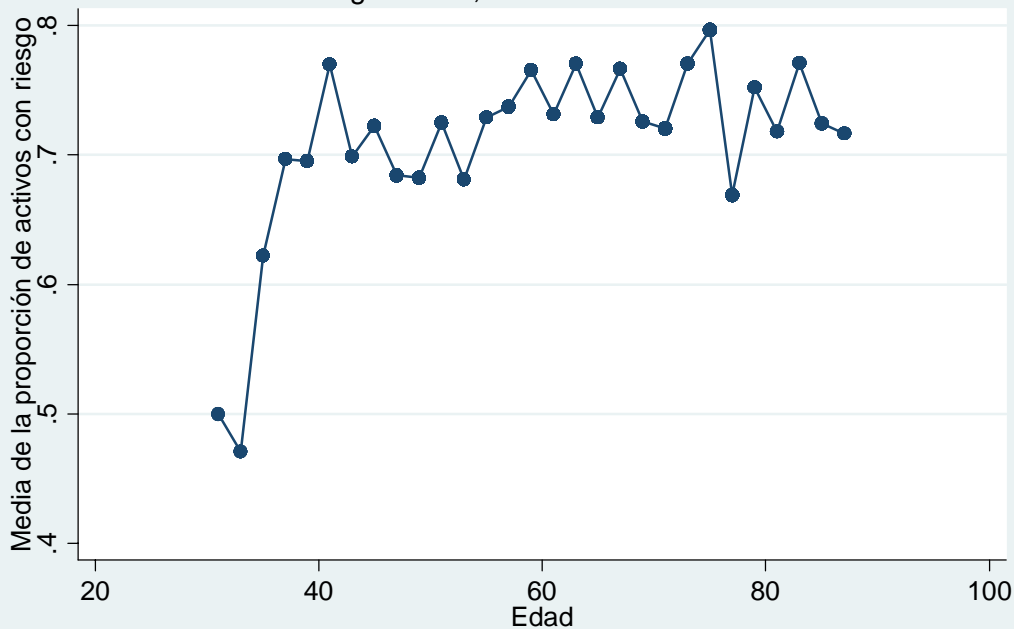


Gráfico 13: Proporción de activos con riesgo según ratio riqueza financiera/renta no financiera, resultados simulados

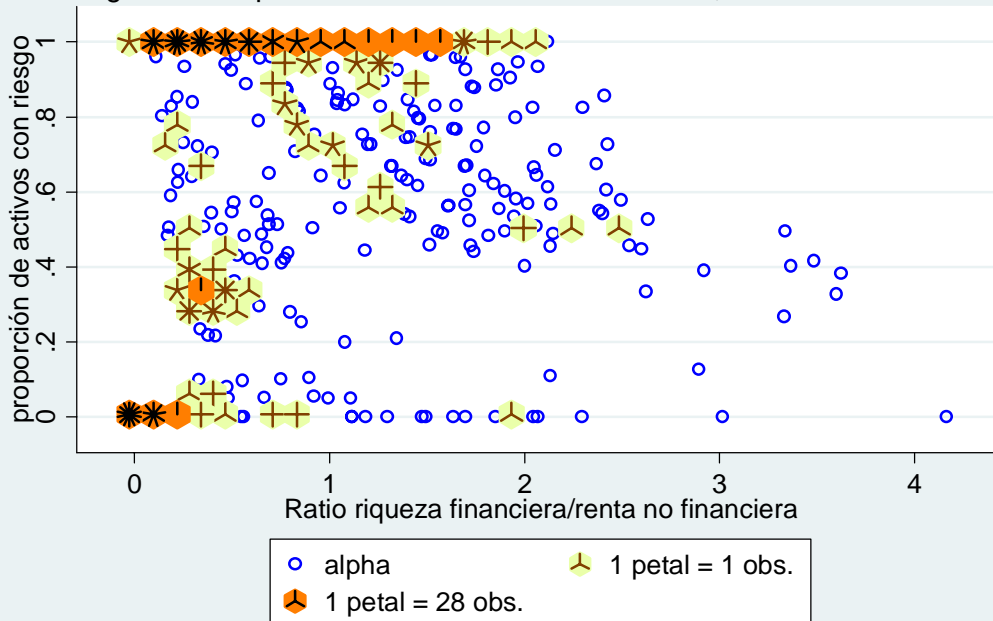


Gráfico 14: Media de la proporción de activos con riesgo según decil ratio riqueza financiera/renta no financiera, resultados simulados

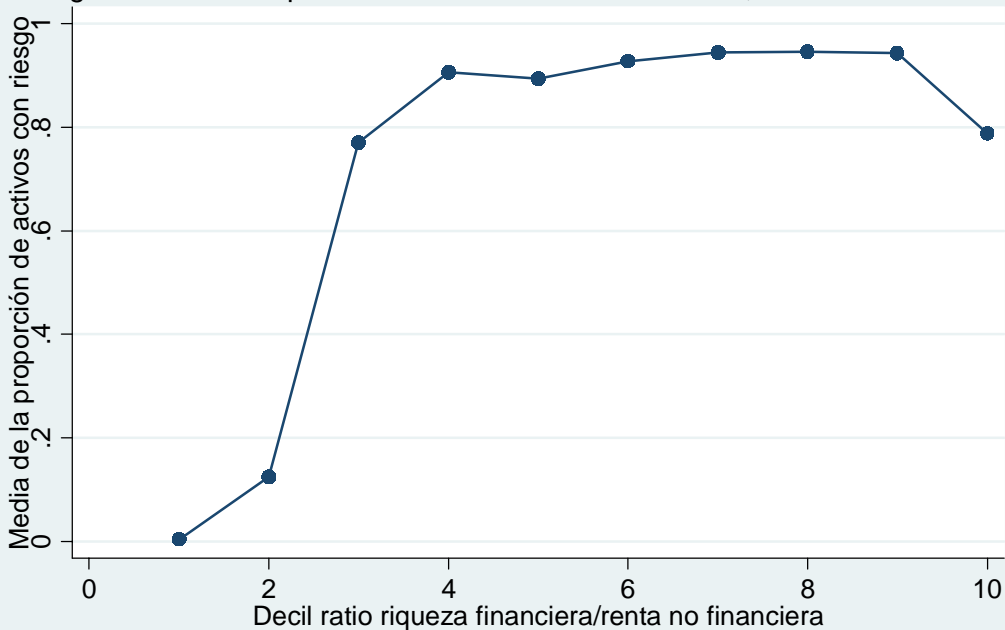


Gráfico 15: Proporción de activos con riesgo según renta no financiera, resultados simulados

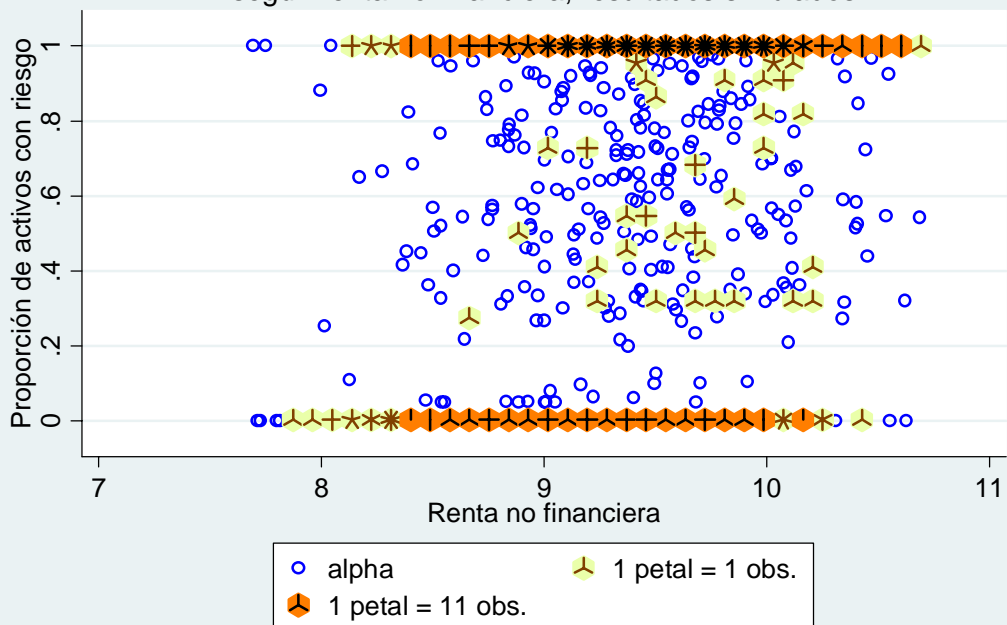


Gráfico 16: Media de la proporción de activos con riesgo según deciles de la renta no financiera, resultados simulados

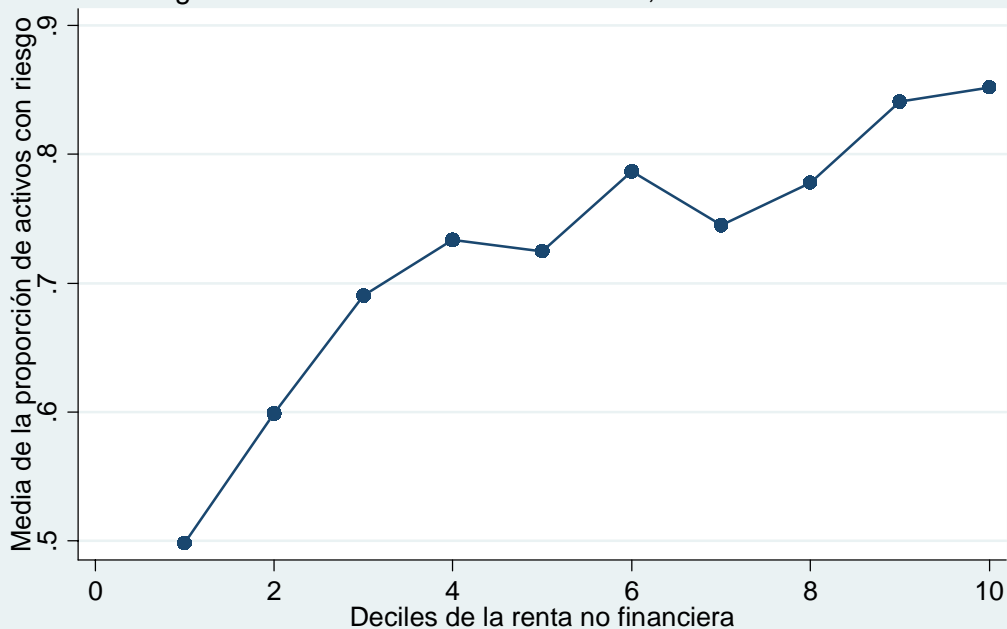


Gráfico 17: Proporción de activos con riesgo según educación del cabeza de hogar, resultados simulados

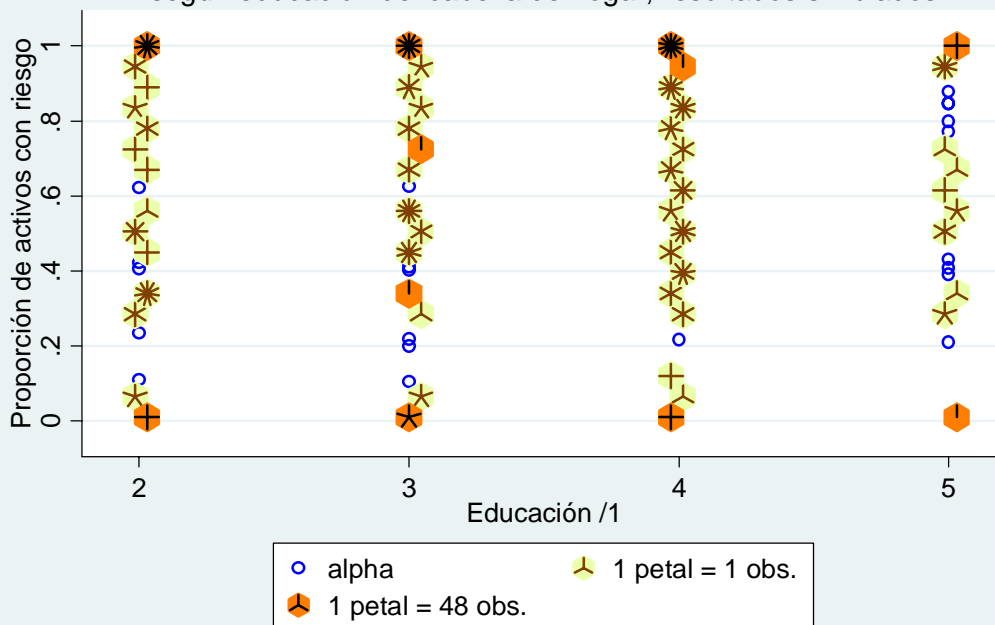


Gráfico 18: Media de la proporción de activos con riesgo según educación del cabeza de hogar, resultados simulados

