

***CALCULO DE LAS
FUERZAS DE
CORTOCIRCUITO EN
TRANSFORMADORES***

Ing. Antonio Azziz - Ing. Alvaro Portillo



CONTENIDO

1. INTRODUCCION	1
<hr/>	
2. PRINCIPIOS BASICOS DEL CALCULO DE FUERZAS ELECTROMAGNETICAS	3
<hr/>	
2.1. Ley de Biot-Savart	3
2.2. Ley de Ampere-Laplace	4
2.3. Ecuaciones de Maxwell	4
2.4. Problemas Bidimensionales	6
2.4.1. Problemas con simetría plana	6
2.4.2. Problemas con simetría cilíndrica	8
3. MODELOS MATEMATICOS PLANOS Y CILINDRICOS	11
<hr/>	
4. METODOS DE CALCULO DE CAMPO MAGNETICO Y FUERZAS DE CORTOCIRCUITO EN TRANSFORMADORES	17
<hr/>	
4.1. Campo de Dispersión y Fuerzas Resultantes . . .	17

4.2.	Método de las Imágenes	18
4.3.	Método de Roth	22
4.4.	Método de Rabins	25
4.5.	Método de Elementos Finitos	29
5.	INFORME DEL CIGRE, ELECTRA N° 67 - Dic. 1979	31
5.1.	Objetivos del Estudio	31
5.2.	Requerimientos estáticos y dinámicos	32
5.3.	Métodos de cálculo investigados	34
5.4.	Método de trabajo y variantes a analizar	35
5.5.	Comparación de los resultados obtenidos	38
5.6.	Análisis de los resultados	45
5.6.1.	Cálculo de Fuerzas Axiales	45
5.6.2.	Cálculo de Fuerzas Radiales	47
5.7.	Conclusiones	47

1.

INTRODUCCION

En este trabajo se describen los fundamentos teóricos y prácticos del **Cálculo de Fuerzas de Cortocircuito en Transformadores**.

El mismo consta básicamente de cuatro partes.

En la primera parte, a modo de introducción en el tema, se hace un breve repaso de los **Principios Fundamentales** en los cuales se basa el cálculo de fuerzas de origen electromagnético.

En la segunda parte, se definen los modelos matemáticos generalmente utilizados para representar el transformador en condiciones de cortocircuito.

En la tercera parte, se describen brevemente los cuatro métodos más utilizados en el cálculo de fuerzas electromagnéticas en transformadores en condiciones de cortocircuito.

Dichos métodos son:

- ◆ El Método de las Imágenes
- ◆ El Método de Roth
- ◆ El Método de Rabins
- ◆ El Método de Elementos Finitos

Finalmente, la cuarta parte, basados en el Informe del CIGRE publicado en la **ELECTRA N° 67** en 1979, luego de describir la metodología de trabajo empleada por el **Working-Group 12-04**, se comparan los resultados obtenidos utilizando los programas de Roth y Rabins desarrollados por los autores con los resultados publicados por el CIGRE.

2. PRINCIPIOS BASICOS DEL CALCULO DE FUERZAS ELECTROMAGNETICAS

2.1. Ley de Biot-Savart

Esta Ley establece la magnitud y el sentido del vector inducción magnética $d\vec{B}_{12}$ en un punto 2 cualquiera del espacio, creada por un conductor elemental de longitud $d\vec{l}$ recorrido por una corriente I (Fig.1). Integrando esta expresión sobre la curva C , obtenemos la Inducción Magnética total \vec{B}_{12} en el punto 2 producida por el conductor C recorrido por corriente I . Se supone que el medio es el vacío.

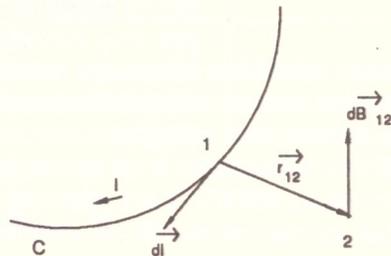


Fig. 1

$$\vec{dB}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hy/m (MKS)}$$

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

Como veremos, el Método de las Imágenes utiliza esta Ley para calcular el campo magnético de dispersión en un transformador en cortocircuito.

Los métodos restantes, Roth, Rabins y Elementos Finitos, se basan directamente en la resolución de las Ecuaciones de Maxwell.

De cualquier manera, la Ley Biot-Savart, es de gran utilidad para analizar las condiciones de simetría que se presentan en cada problema.

2.2. Ley de Ampere-Laplace

Esta ley permite determinar la fuerza $d\vec{F}$ que actúa sobre un elemento de conductor de longitud $d\vec{l}$, recorrido por una corriente I , situado en un campo magnético de valor \vec{B} (Fig.2).

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

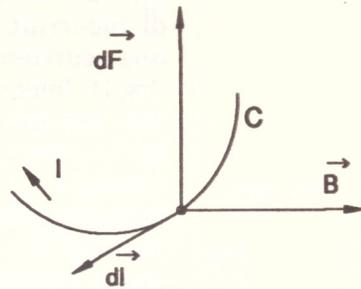


Fig. 2

Si consideramos un transformador en cortocircuito, tendremos que los conductores de los bobinados se encuentran en el campo magnético de fugas, creado por su propia corriente (Ley de Biot-Savart), por lo cual se verán sometidos a Fuerzas de origen electromagnético (Ley de Ampere-Laplace).

El primer paso entonces, para determinar estas fuerzas es hallar el campo magnético creado por las corrientes que recorren los bobinados del transformador.

2.3. Ecuaciones de Maxwell

Para calcular el campo magnético consideraremos las siguientes ecuaciones de Maxwell:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{y} \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

| Supondremos que:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0 \quad \text{o sea, se desprecian las corrientes de desplazamiento, lo cual equivale a despreciar las capacidades del transformador a 50 Hz.}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{o sea que el medio donde se calcula el campo se supondrá el vacío.}$$

| Las ecuaciones resultantes son:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \text{y} \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

| Como $\text{div}(\text{rot } \vec{A}) = 0$ para todo \vec{A} , podemos expresar \vec{B} como:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

| siendo \vec{A} el Potencial Vector.

| Por lo tanto, con este cambio de variable, las dos ecuaciones anteriores se reducen a una sólo, llamada **Ecuación Vectorial de Poisson**:

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$$

| O sea, que dado \vec{J} , el cual se supone dato del problema y se determina en función de la corriente de cortocircuito que recorre los bobinados del transformador, resolviendo la ecuación $\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$ hallamos \vec{A} y luego se determina el campo magnético \vec{B} como $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$.

Suponer \vec{J} dato del problema implica despreciar la influencia del campo magnético de dispersión en la distribución de corriente en los conductores.

Esto puede dar lugar a errores en caso de bobinados con muchos conductores en paralelo no perfectamente transpuestos.

2.4. Problemas Bidimensionales

2.4.1. Problemas con simetría plana

Dado un sistema de coordenadas cartesianas (Oxyz) asociado a una base ortonormal $(\vec{i} \ \vec{j} \ \vec{k})$ supongamos que en todos los puntos del espacio se verifica que:

$$\vec{J}(x,y,z) = J(x,y) \vec{k}$$

O sea que \vec{J} en todos los puntos del espacio es colineal con \vec{k} y su módulo no depende de z .

Recordando la Ley de Biot-Savart, y teniendo en cuenta

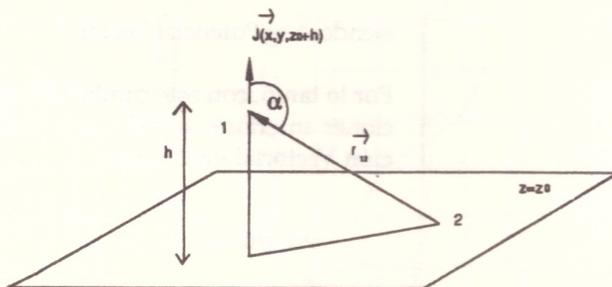


Fig. 3

ta que $|\vec{r}|$ es colineal con \vec{J} , se deduce que para un plano $z=z_0$ el campo \vec{B} en todos los puntos de dicho plano pertenece al plano y las componentes de \vec{B} no dependen de z (Fig.3):

$$\vec{B}(x,y,z) = B_x(x,y) \vec{i} + B_y(x,y) \vec{j}$$

Consideramos entonces, un potencial vector de la forma $\vec{A}(x,y,z) = A(x,y)\vec{k}$ tal que $\text{rot } \vec{A} = \vec{B}$:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A(x,y) \end{vmatrix} =$$

$$\frac{\partial A(x,y)}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial A(x,y)}{\partial x} \vec{j}$$

Identificando las expresiones de \vec{B} y de $\text{rot } \vec{A}$ obtenemos:

$$B_x(x,y) = \frac{\partial A(x,y)}{\partial y}$$

y

$$B_y(x,y) = - \frac{\partial A(x,y)}{\partial x}$$

La ecuación diferencial para determinar $A(x,y)$ surgirá de $\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$:

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial A}{\partial y} & -\frac{\partial A}{\partial x} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$- \left[\frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial y^2} \right] \vec{k} = \mu_0 J(x,y) \vec{k}$$

Obtenemos así la Ecuación de Laplace-Poisson en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial y^2} = -\mu_0 J(x,y)$$

2.4.2. Problemas con simetría cilíndrica

Dado un sistema de coordenadas cilíndricas, supongamos que en todos los puntos del espacio se verifica que:

$$\vec{J}(r,\theta,z) = J(r,z) \vec{k}_\theta$$

O sea que, en todos los puntos del espacio \vec{J} es normal al plano meridiano por el punto y su módulo no depende de θ .

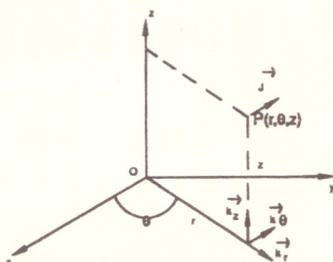


Fig. 4

En tal caso, la simetría del problema nos permite afirmar, basados en la Ley Biot-Savart, que el campo \vec{B} resultante en cada punto estará contenido en el plano meridiano que pasa por el punto.

Además, no habrá nada que diferencie un plano $\theta=\theta_0$ de otro $\theta=\theta_0+\Delta\theta$ por lo cual el campo \vec{B} resultante en cada punto no dependerá de θ .

O sea que:

$$\vec{B}(r,\theta,z) = B_r(r,z) \vec{k}_r + B_z(r,z) \vec{k}_z$$

Consideremos entonces, un potencial vector de la forma:

$$\vec{A}(r,\theta,z) = A(r,z) \vec{k}_\theta$$

tal que $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$.

En coordenadas cilíndricas el $\text{rot } \vec{A}$ se expresa como:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = -\frac{\partial A(r,z)}{\partial z} \vec{k}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r,z))}{\partial r} \vec{k}_z$$

Concluimos entonces, identificando la expresión del campo magnético \vec{B} , con el $\text{rot } \vec{A}$ en coordenadas cilíndricas que:

$$B_r(r,z) = -\frac{\partial A(r,z)}{\partial z}$$

$$B_z(r,z) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r,z))}{\partial r}$$

La ecuación diferencial para determinar la función escalar $A(r,z)$ surgirá de la ecuación vectorial $\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot } \vec{A}) &= \\ &= -\left[\frac{\partial^2 A(r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r,z))}{\partial r} \right) \right] \vec{k}_\theta = \\ &= \mu_0 J(r,z) \vec{k}_\theta \end{aligned}$$

Finalmente, operando obtenemos la Ecuación de Laplace-Poisson en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A(r,z)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A(r,z) + \frac{\partial^2 A(r,z)}{\partial z^2} = \\ = -\mu_0 J(r,z) \end{aligned}$$

3. **MODELOS MATEMATICOS PLANOS Y CILINDRICOS**

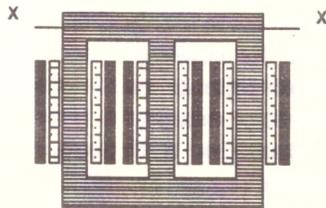
Para el cálculo del campo magnético de dispersión en transformadores, como primer paso, debemos definir un modelo matemático del transformador no demasiado complejo, de modo que permita su resolución a través de los Principios Básicos del Electromagnetismo y que refleje lo más fielmente posible lo que ocurre en un transformador real.

Históricamente se han aplicado dos metodologías de estudio, ambas en dos dimensiones:

- ◆ Método Plano, aplicable a transformadores "Core Type" y "Shell Type"
- ◆ Método Cilíndrico, aplicable únicamente a transformadores "Core Type"

Desde comienzos de la década del 80 se están desarrollando programas de Elementos Finitos en tres dimensiones orientados principalmente a determinar los campos magnéticos en las cubas y partes estructurales metálicas de los grandes transformadores.

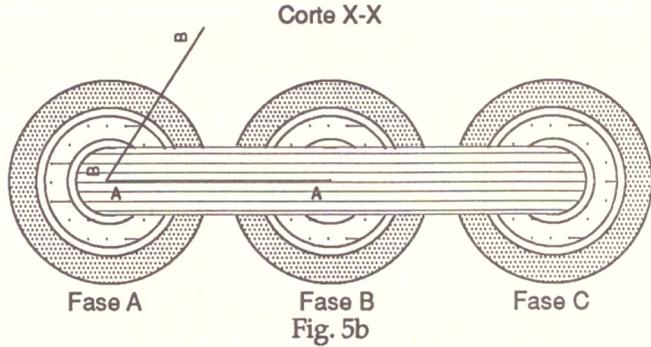
En lo que sigue nos referiremos únicamente a transformadores "Core Type", cuyo esquema general se muestra en la Fig.5a.



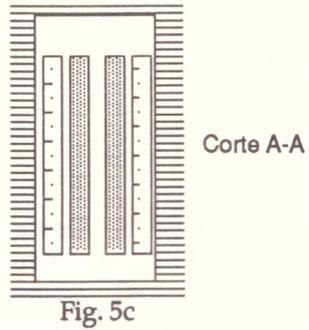
Esquema general de un Transformador "Core Type"

Fig. 5a

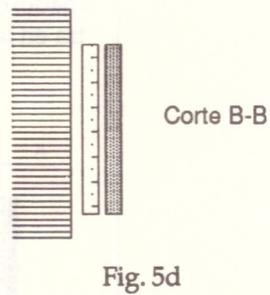
En la Fig. 5b se detalla el corte horizontal X-X indicado en la Fig. 5a.



En la Fig.5c se muestra el corte del transformador por un plano vertical A-A según se indica en la Fig.5b. La configuración que resulta se denomina "Interior a la Ventana".



Si en cambio, consideramos en la Fig.5b un plano vertical como el B-B, obtenemos el corte de la Fig.5d. La configuración resultante, en este caso se denomina "Exterior a la Ventana".



El método plano consiste en prolongar los cortes A-A y B-B indefinidamente en dirección perpendicular al plano, resultando como modelo simplificado del transformador las estructuras de barras rectilíneas que se muestran en las Fig. 6, 7a y 7b.

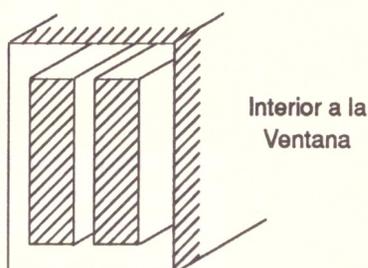


Fig. 6

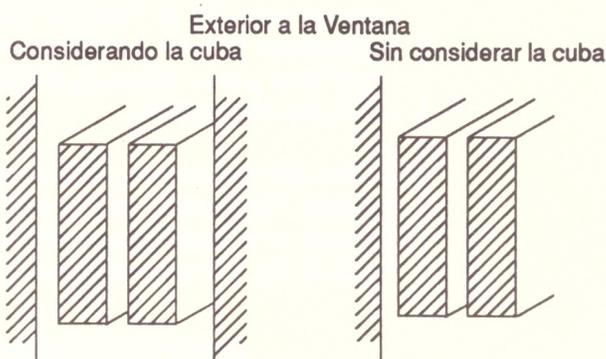


Fig. 7a

Fig. 7b

El método cilíndrico por su parte, modela al transformador girando los cortes A-A o B-B alrededor del eje de simetría de la columna del circuito magnético considerada, resultando la representación de la Fig.8.

Durante un cortocircuito es usual suponer que las paredes verticales de la cuba están saturadas y en esas condiciones la influencia de la cuba puede despreciarse.

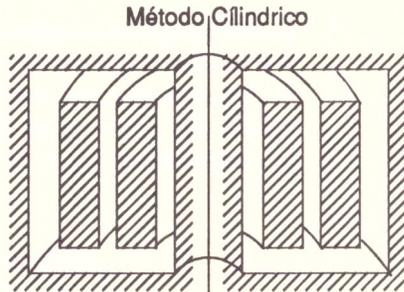


Fig. 8

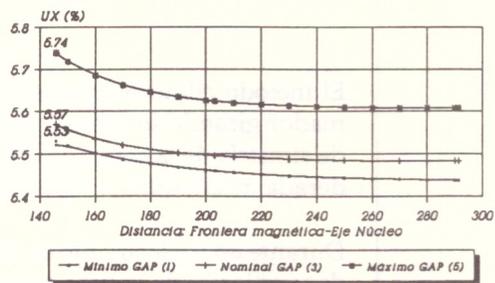
Sin embargo, existen ciertos métodos de cálculo, sean planos o cilíndricos, que sólo pueden ser aplicados si existen cuatro fronteras magnéticas de permeabilidad infinita.

Es necesario entonces, para esos métodos, en configuraciones fuera de la ventana, ubicar las fronteras que representan la cuba y los yugos a distancia suficiente como para que su influencia en los resultados de los cálculos sea despreciable.

En los cálculos de reactancia en cambio, con corriente nominal, las paredes de la cuba no se saturan y su influencia no se puede despreciar. Para ilustrar este efecto, en la Fig. 9 se muestra, para un transformador de 5

Variación de la Reactancia con la Frontera Magnética

Transformador 5 MVA 30/6.3 KV



Medido, descontando 0.09% de conexiónado

Fig. 9

MVA, la variación de la reactancia calculada $U_x\%$ en función de la distancia d entre la frontera magnética exterior y el eje de la columna.

Los cálculos se realizaron en las posiciones extremas y en la nominal del regulador de tensión en vacío utilizando el método de Rabins.

Los valores experimentales obtenidos fueron los siguientes:

- ◆ Posición 1 - $U_x\% = 5.53 \%$
- ◆ Posición 3 - $U_x\% = 5.57 \%$
- ◆ Posición 5 - $U_x\% = 5.74 \%$

4. METODOS DE CALCULO DE CAMPO MAGNETICO Y FUERZAS DE CORTOCIRCUITO EN TRANSFORMADORES

4.1. Campo de Dispersión y Fuerzas Resultantes

El Campo de Dispersión para un transformador "Core Type" es axial en la mayor parte de la altura de los bobinados.

El Campo diverge en los extremos de los bobinados y puede descomponerse en un campo axial \vec{B}_a y en un campo radial \vec{B}_r (Fig.10).

Recordando la Ley de Ampere-Laplace, deducimos que el campo axial da origen a fuerzas radiales que tienden a reducir el diámetro del bobinado interior y a aumentar el diámetro del bobinado exterior. El campo radial en cambio, da origen a fuerzas axiales.

Si los bobinados tienen igual altura y los ampere-vuelta están uniformemente repartidos, las fuerzas electromagnéticas axiales tienden a comprimir el bobinado axialmente (Fig.11).

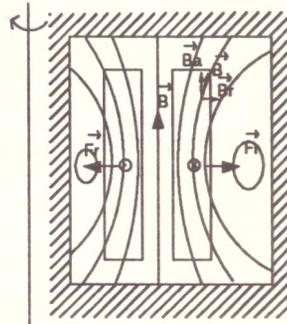


Fig. 10

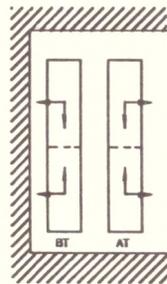


Fig. 11

Los efectos en las fuerzas axiales, de la diferencia de altura en los bobinados o de los desbalances axiales de

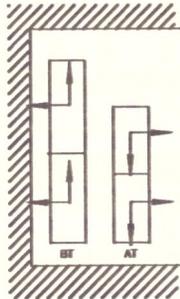


Fig. 12

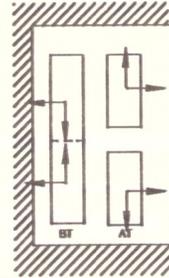
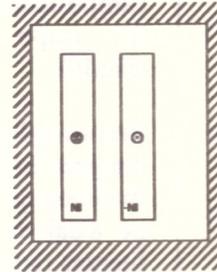


Fig. 13

ampere-vuelta debidos a gaps producidos por la regulación de tensión en vacío, se ilustran en las Figs. 12 y 13 respectivamente.

4.2. Método de las Imágenes

El Método de la Imágenes es un método plano, en el cual, dependiendo de las condiciones del estudio, la sección plana de los bobinados puede dividirse en varias partes o elementos,



Rectángulos
(4 fronteras)

Fig. 14

Líneas
(3 fronteras)

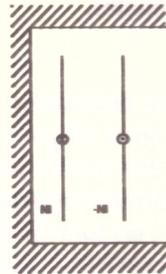


Fig. 15

cada una de las cuales se reemplaza por rectángulos con distribución uniforme de ampere-vuelta (Fig.14), por capas infinitamente finas (Fig.15), por puntos o por combinación de estas

representaciones (Fig.16).

Este método es el más versátil en cuanto al número de fronteras magnéticas que admite representar, pudiendo utilizarse con una, dos, tres o cuatro fronteras según se desee.

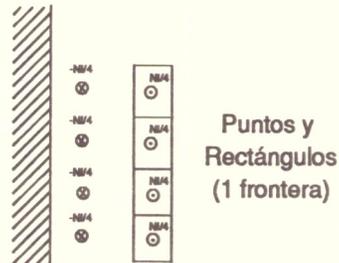


Fig. 16

Para explicar el principio en el cual se basa el método de las imágenes supongamos un conductor recto recorrido por una corriente i , en un medio de permitividad relativa $\mu_r=1$, que corre a una distancia d paralelo a la superficie de una masa magnética semi-infinita de permitividad relativa $\mu_r=\mu_{fe}$ (Fig.17a).

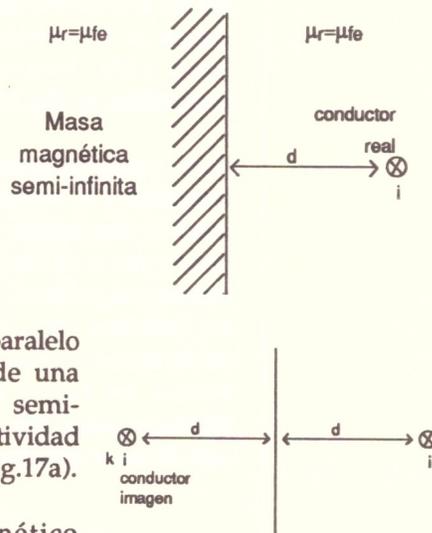


Fig. 17a

El campo magnético existente en el medio no magnético ($\mu_r = 1$) puede simularse, despreciando las corrientes parásitas en la masa de hierro, como sigue:

- ♦ Se supone todo el espacio con permitividad $\mu_r = 1$

- ♦ Se agrega un segundo conductor, imagen del original a través de la superficie de la masa magnética, recorrido por una corriente $k \cdot i$ siendo:

$$k = \frac{\mu_{fe} - 1}{\mu_{fe} + 1} \quad \text{Si se supone } \mu_{fe} = \infty, \text{ resulta } k = 1$$

Conductores con secciones rectas en forma de líneas o rectángulos se pueden considerar de igual manera que un conductor puntual.

Esta metodología se puede aplicar directamente a partes de bobinados exteriores a la ventana (una sola frontera magnética, ej. Fig.16).

Para configuraciones interiores a la ventana, o sea en un espacio rodeado por 4 lados por masas magnéticas semi-infinitas (Fig.17b), las imágenes deben tomarse en todas las fronteras magnéticas. Luego se deben tomar las imágenes de los conductores imágenes y así se debería seguir

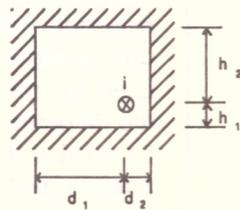


Fig. 17b

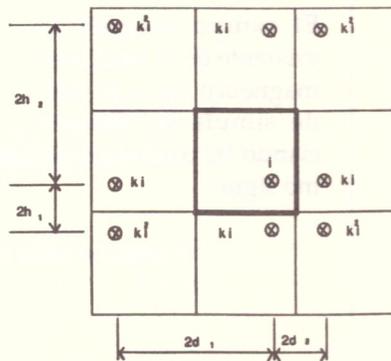


Fig. 17c

indefinidamente para obtener una solución exacta.

En la Fig. 17c se muestra el resultado de tomar una imagen y en la Fig. 17d aparece la configuración de conductores resultante en caso de tomar dos imágenes.

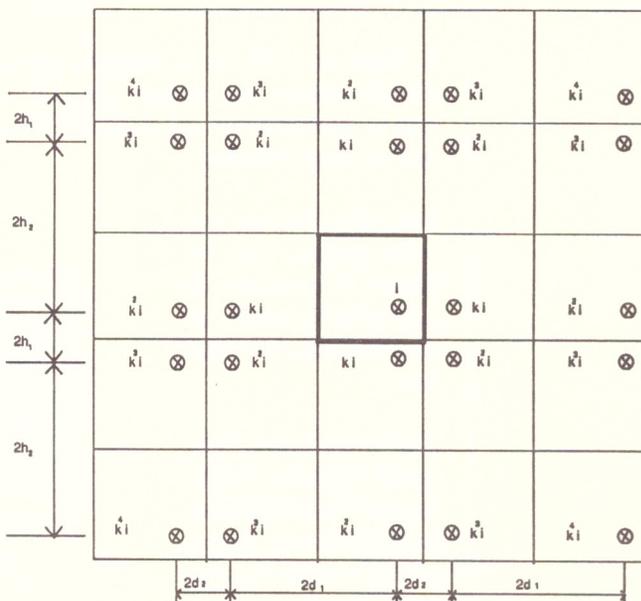


Fig. 17d

Una vez que por el método de las imágenes se eliminan las fronteras magnéticas sustituyéndolas por los conductores imagen, se calcula el campo magnético creado en el vacío por el conjunto de los conductores reales y sus imágenes aplicando la Ley de Biot-Savart y el Principio de Superposición.

Finalmente se calculan las fuerzas aplicando la Ley de Ampere-Laplace.

Evidentemente, se trata de un método cuya aplicación requiere disponer de computadoras con gran capacidad de memoria.

En general, el número de imágenes utilizadas en la práctica se encuentran entre 1 y 4, siendo en la mayoría de los casos, suficiente con 2.

4.3. Método de Roth

E. Roth, en 1928, fue el primero que intentó realizar un cálculo exacto del campo magnético y de las fuerzas que se ejercen sobre los conductores de un transformador en cortocircuito.

Para ello ideó un método plano, que resuelve la ecuación de Laplace-Poisson en coordenadas cartesianas.

Los bobinados son considerados como barras rectangulares infinitamente largas con la misma sección recta que los bobinados y con distribución uniforme de corriente, situados en una ranura cerrada.

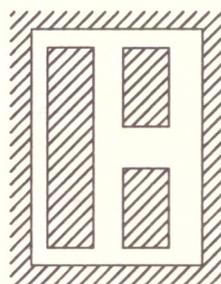


Fig. 18

Los lados de las barras deben ser paralelos a las paredes de la ranura (Fig.18).

La fuerza sobre todo el bobinado, o elemento de bobinado se obtiene asignándole a la barra que lo representa, una longitud igual a la espira media del bobinado.

Este método desprecia la curvatura de los bobinados; sin embargo en 1958, **Pichon y Hochart** aplicaron el método por primera vez utilizando una computadora y compararon los resultados con los obtenidos usando métodos cilíndricos, no encontrando diferencias apreciables para transformadores de potencia.

Las fuerzas en el interior de la ventana se calculan con exactitud, tomando para la ranura las mismas dimensiones que las de la ventana del transformador.

La precisión obtenida en el cálculo de fuerzas en el exterior de la ventana es menor.

Como es usual en este tipo de problemas, se supone para el hierro $\mu = \infty$, por lo cual el campo en las paredes de la ranura es perpendicular a las mismas, hecho este que debe ser tenido en cuenta como condición de borde en la resolución de la ecuación diferencial.

Si $A(x,y)$ es el potencial vector en cada punto (x,y) interior a la ranura, las ecuaciones diferenciales que lo determinan serán:

$$\frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en el espacio entre bobinados}$$

$$\frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial y^2} = -\mu_0 J(x,y) \quad \text{en los conductores de los bobinados}$$

Para cada conductor o elemento de bobinado se supondrá: $J(x,y) = \delta_j$, siendo δ_j una constante para todo (x,y) perteneciente al elemento.

Se busca para $A(x,y)$ una solución en Serie Doble de Fourier del tipo:

$$A(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{ik} \cos m_i x \cos n_k y$$

los factores m_i y n_k se calculan de modo que se cumplan las condiciones de borde, mientras que las constantes A_{ik} se calculan sustituyendo la solución en la ecuación diferencial luego de largos desarrollos analíticos.

Obtenido $A(x,y)$, se tiene el campo magnético radial y axial en cada punto:

$$B_x(x,y) = \frac{\partial A(x,y)}{\partial y} \quad y \quad B_y(x,y) = -\frac{\partial A(x,y)}{\partial x}$$

Una vez determinado el campo magnético, aplicando la Ley Ampere-Laplace se obtienen las fuerzas por unidad de longitud que actúan sobre el elemento j que se desee (Fig.19).

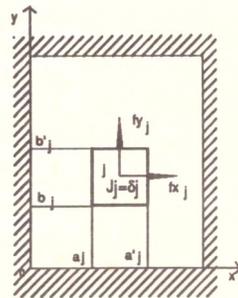


Fig. 19

$$f_{xj} = \delta_j \int_{a_j}^{a'_j} \int_{b_j}^{b'_j} \frac{\partial A(x,y)}{\partial x} dx dy \quad (\text{N/m})$$

$$f_{yj} = \delta_j \int_{a_j}^{a'_j} \int_{b_j}^{b'_j} \frac{\partial A(x,y)}{\partial y} dx dy \quad (\text{N/m})$$

Se hace notar que para obtener la fuerza sobre una parte de un bobinado, es necesario considerar esa parte como un bobinado independiente al cual se le asignan sus correspondientes ampere-vuelta.

Cada bobinado puede dividirse en tantos rectángulos de lados paralelos a los lados de la ranura con densidad de corriente constante como se desee, siempre que la suma total de los ampere-vuelta en la ranura sea cero (pues $\mu = \infty$). Se calculan entonces las fuerzas radiales y axiales que actúan sobre cada uno de esos rectángulos. Evidentemente, al aumentar el número de elementos aumenta el tiempo de ejecución del programa.

Como comentario final, diremos que es más lenta la convergencia de las fuerzas axiales que la de las radiales, y en cualquier caso, es más lenta la convergencia fuera de la ventana que dentro de la ventana.

El número usual de sumandos requeridos para obtener una buena convergencia se encuentra entre 70/70 en los casos favorables a 250/250 en los casos más desfavorables.

4.4. Método de Rabins

E. Roth en 1936, fue el primero en obtener una solución exacta del campo magnético, basado en las ecuaciones de Maxwell, teniendo en cuenta el espesor y la curvatura de los bobinados, pero es sumamente complicada y ni siquiera la introducción de las computadoras le ha dado valor práctico.

En 1956, **Rabins** elaboró una solución exacta, de gran valor práctico, utilizando una **Serie Simple de Fourier** cuyos coeficientes son funciones de **Bessel** y de **Struve**.

Si bien Rabins (General Electric, U.S.A.) utilizó su solución para el cálculo de reactancia, obtenida la expresión del potencial vector, es inmediato obtener el campo magnético y calcular entonces las fuerzas electromagnéticas.

Estas aplicaciones las realizaron:

- ◆ Cristoffel y Kuster (B.B.C. - Suiza, 1960)
- ◆ Vein (E.R.A. - INGLATERRA, 1961)
- ◆ Torseke y Perktl (A.S.E.A. - Suecia, 1961)
- ◆ Vencoksky (Checoslovaquia, 1964)

quienes realizaron programas de computación basados en el Método de Rabins para calcular fuerzas de cortocircuito en transformadores.

En la Fig. 20 se indica esquemáticamente el corte de un bobinado de sección recta rectangular, en una configuración interior a la ventana.

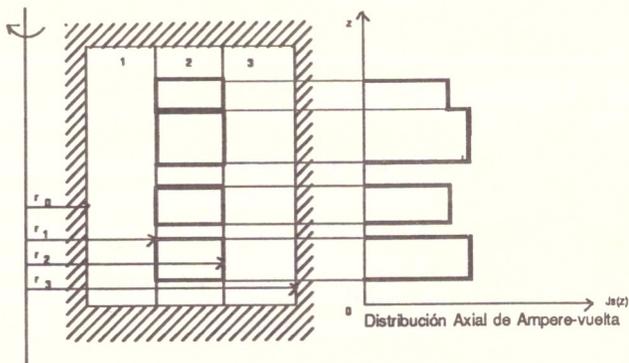


Fig. 20

La variación de ampere-vuelta en sentido axial es tenida en cuenta considerando la bobina compuesta por secciones, cada una de ellas con densidad de corriente uniforme.

Para cada bobinado quedan claramente determinadas tres zonas (1, 2 y 3) para las cuales es posible obtener expresiones para el potencial vector y por lo tanto para las componentes axiales y radiales del campo magnético creado por ese bobinado.

- ♦ La primera zona (1), es el espacio entre la bobina y la columna del núcleo.
- ♦ La segunda (2), es la propia bobina incluyendo el espacio entre ella y los yugos.
- ♦ La tercera (3), es el espacio entre la bobina y la frontera magnética exterior.

En la zona (2), la densidad de corriente $J_s(z)$ se desarrolla en serie simple de Fourier.

En las zonas (1) y (3) en cambio, la densidad de corriente es cero.

Para un transformador con dos o más bobinas, el campo magnético en cualquier punto se calcula por superposición teniendo en cuenta el sentido de la corriente en cada bobinado y la zona en que se encuentre el punto considerado.

Por ejemplo, para un transformador de dos bobinados, un punto del canal BT-AT se encuentra en la zona (3) del bobinado de BT o interior y en la zona (1) del bobinado de AT o exterior.

La principal dificultad para la programación del método la constituyen el cálculo de las funciones de Bessel y Struve y sus integrales, requiriéndose además, realizar cálculos sumamente cuidadosos en doble precisión pues las series presentan problemas de convergencia con varios términos que tienden a 0, pero que son del tipo $0 \times \infty$.

En cuanto a la frontera magnética exterior, cabe mencionar que Rabins en su trabajo original, no la consideró tomando como fronteras magnéticas un cilindro de eje vertical y dos planos horizontales, pero los métodos más modernos la consideran y si no se desea tener en cuenta su efecto, se la coloca a una distancia tal que permita despreciar su influencia.

Para resolver el problema debemos resolver la ecuación de Laplace-Poisson en coordenadas cilíndricas.

Esta ecuación se plantea para cada bobinado en las zonas (1), (2) y (3) y luego para obtener el potencial vector debido a todos los bobinados se aplica superposición.

Si se tienen h bobinados ($1 \leq s \leq h$), para cada bobinado s se debe resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 A_s(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_s(r,z)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A_s(r,z) + \frac{\partial^2 A_s(r,z)}{\partial z^2} = -\mu_0 J_s(r,z)$$

siendo:

$$J_s(r,z) = 0 \quad r_0 < r < r_1$$

$$J_s(r,z) = J_s(z) = \sum_{n=0}^{\infty} J_{ns} \cos(n\pi z/L) \quad r_1 < r < r_2$$

$$J_s(r,z) = 0 \quad r_2 < r < r_3$$

Teniendo en cuenta la continuidad del campo entre las tres regiones, resolviendo las tres ecuaciones resultantes, se obtienen las funciones $A_{s1}(r,z)$, $A_{s2}(r,z)$ y $A_{s3}(r,z)$ válidas respectivamente en las zonas 1, 2 y 3.

Finalmente, en cada punto obtendremos la expresión total del potencial vector $A = A(r,z)$ sumando la contribución al punto de cada una de las h bobinas.

Será entonces:

$$B_r(r,z) = - \frac{\partial A(r,z)}{\partial z}$$

y

$$B_z(r,z) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r,z))}{\partial r}$$

Las fuerzas radiales y axiales que actúan sobre un elemento $r_a \leq r \leq r_b$; $z_a \leq z \leq z_b$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$ serán:

$$F_{\text{rad}} = 2\pi \int_{r_a}^{r_b} \int_{z_a}^{z_b} J_s(z) B_z(r,z) r \, dr dz \quad (\text{N})$$

$$F_{ax} = -2\pi \int_{r_a}^{r_b} \int_{z_a}^{z_b} J_s(z) B_r(r,z) r \, dr dz \quad (N)$$

La fuerza radial F_{rad} se obtiene integrando el módulo de la fuerza radial en toda la espira ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

Las fuerzas radiales y axiales por unidad de longitud se pueden expresar como:

$$f_{rad} = \frac{F_{rad}}{\pi (r_a + r_b)} \quad (N/m)$$

$$f_{ax} = \frac{F_{ax}}{\pi (r_a + r_b)} \quad (N/m)$$

4.5. Método de Elementos Finitos

El método de Elementos Finitos fue aplicado por primera vez al cálculo de campo magnético de transformadores por Andersen (Noruega) en 1970.

El método, que puede ser plano o cilíndrico, se basa en el Cálculo Variacional según el cual, hallar un vector \vec{A} que satisfaga la ecuación de Poisson:

$$\text{rot} (\text{rot} \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$$

es equivalente a hallar un vector \vec{A} que haga mínimo el Funcional:

$$F(\vec{A}) = \int_V (\text{rot} \vec{A} \cdot \text{rot} \vec{A} - 2\mu_0 \vec{A} \cdot \vec{J}) \, dV$$

siempre que se suponga para el hierro $\mu = \infty$.

V es el volumen limitado por las fronteras magnéticas.

Supongamos que se trata de un problema cilíndrico. La región del plano meridiano en la cual se calcula el campo magnético se divide en pequeños elementos, por ejemplo triangulares, en el interior de los cuales, el potencial vector magnético que se calcula en los vértices de los triángulos, se supone que varía linealmente.

La solución del problema variacional lleva a resolver un sistema algebraico lineal, siendo las incógnitas el valor del potencial vector en los vértices de los triángulos.

Estos sistemas son de orden muy elevado, por ejemplo 500 ecuaciones con 500 incógnitas. Para resolverlas se emplea la Regla de Eliminación de Gauss o de lo contrario Métodos Iterativos.

5.

INFORME DEL CIGRE, ELECTRA N° 67 - Dic. 1979

5.1. Objetivos del Estudio

En el Congreso sobre Transformadores realizado en Marienbad en 1971, en el cual se dedicó un día a la discusión de la resistencia de los transformadores a los esfuerzos de cortocircuito, el Comité de Estudios N° 12 constató que:

- ◆ Los ensayos de cortocircuito requeridos sólo se pueden realizar en contados laboratorios especializados.
- ◆ El número de estos laboratorios se reduce cada vez más a medida que la potencia de los transformadores a ensayar aumenta.
- ◆ El recurso de cálculo, facilitado por el desarrollo de las computadoras, es frecuentemente utilizado por el usuario para juzgar el comportamiento del transformador que se le ofrece.

Ante el gran número de métodos existentes para el cálculo de las fuerzas electromagnéticas y de los esfuerzos mecánicos que de ellas resultan en los conductores y aislantes, y ante la diversidad de formas en que se expresan, el Comité de Estudios decidió formar el **Working Group 12-04** para "The calculation of short-circuit forces" cuyos objetivos iniciales fueron:

"Proponer un método para el cálculo de fuerzas electromagnéticas debidas a cortocircuitos en transformadores y los esfuerzos mecánicos resultantes, el cual pueda servir como base común para los expertos en este campo y que sea generalmente aceptado.

El tal método será una ayuda para los trabajos teóricos necesarios:

- ♦ Como medio de comparación entre valores calculados y resultados de ensayos.
- ♦ En todos los casos en que el ensayo de cortocircuito no es posible, sobre todo en grandes transformadores.

Los cálculos deben realizarse únicamente utilizando métodos basados en Principios Fundamentales y se debe excluir cualquier fórmula experimental."

Como veremos más adelante, luego se dispuso al **Working Group 12-04** del cálculo de los esfuerzos mecánicos y el estudio se limitó al cálculo de las Fuerzas Electromagnéticas Estáticas.

El **Working Group 12-04** se limitó entonces a seleccionar uno o más métodos de cálculo de fuerzas electromagnéticas, tan universales como sea posible, aplicables a todos los transformadores, cualquiera sea la técnica y la tecnología aplicada en su construcción.

5.2. Requerimientos estáticos y dinámicos

Las fuerzas electromagnéticas son sólo una parte de las fuerzas totales aplicadas a los conductores durante un cortocircuito.

Las fuerzas totales incluyen además las fuerzas debidas a:

- ♦ La Gravitación (peso de los conductores)
- ♦ La Inercia de los conductores
- ♦ La Elasticidad de la aislación

♦ La Fricción entre los conductores y la aislación

Se han realizado numerosas investigaciones teóricas y experimentales relativas a este tema, las cuales han puesto en evidencia la existencia de frecuencias naturales de los bobinados, permitiendo además su cálculo.

Estos cálculos son sumamente complejos y requieren el uso de poderosas

computadoras, sin embargo lo más problemático no es la ejecución de los cálculos, sino la determinación de los muchos parámetros constructivos, particulares para cada fabricante, que son necesarios conocer.

En vista de estos hechos, se convino, para que los métodos de cálculo mantengan su carácter universal, despreciar las fuerzas de gravedad, inercia, elasticidad y fricción, limitando el estudio del **Working Group 12-04** al cálculo estático de las fuerzas electromagnéticas.

O sea que, dada la corriente eficaz de régimen de cortocircuito I_{efcc} , se calcula el valor del primer pico de la corriente de cortocircuito como:

$$I_{cc} = K \sqrt{2} I_{efcc}$$

siendo **K** un factor, definido en la **Norma IEC 76-5**, que tiene en cuenta la asimetría que se produce en el primer

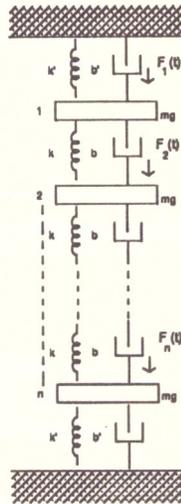


Fig. 21

pico de la corriente de cortocircuito. Valores típicos de K varían entre 1.5 y 1.8.

Se calculan entonces, las fuerzas electromagnéticas estáticas que resultan de suponer que por los bobinados circula indefinidamente una corriente continua de valor I_{cc} .

5.3. Métodos de cálculo investigados

Los métodos de cálculo seleccionados por el **Working Group 12-04** para llevar a cabo su estudio fueron los siguientes:

- ♦ Método de Roth (plano)
- ♦ Método de Rabins (cilíndrico)
- ♦ Método de las Imágenes (plano)
- ♦ Método de Elementos Finitos (cilíndrico)

Se utilizaron para realizar la comparación de los resultados, 13 programas de cálculo los cuales se resumen a continuación:

- ♦ **Métodos planos** - Total 8 programas
 - **Método de Roth** - Total 4 programas
 - Un programa con Series de Fourier simples
 - Tres programas con Series de Fourier dobles
 - **Método de las Imágenes** - Total 4 programas
 - Un programa sin datos adicionales

- Un programa utilizando rectángulos
- Un programa utilizando capas
- Un programa utilizando puntos

♦ **Métodos cilíndricos** - Total 5 programas

—Método de Rabins - Total 2 programas

—Método de Elementos Finitos - Total 3 programas

- Dos programas aplicando el Método de Eliminación de Gauss
- Un programa aplicando un Método Iterativo

5.4. Método de trabajo y variantes a analizar

El método de trabajo adoptado por el **Working-Group 12-04** consiste en comparar los resultados de los cálculos de las fuerzas en un mismo transformador, obtenidos por cada uno de los miembros del grupo de trabajo, usando el Método de Cálculo en el cual tuviera mayor experiencia práctica previa.

Para ello se definió un transformador ficticio monofásico y una serie de variantes del mismo para permitir analizar los siguientes aspectos:

- ♦ Influencia de la curvatura
- ♦ Influencia de la Asimetría axial debido a imperfecciones de montaje
- ♦ Efecto de gaps en el centro del bobinado de AT
- ♦ Efecto de gaps en ambos extremos del bobinado de BT

- ♦ Efecto de la variación de la relación altura/espesor de los bobinados
- ♦ Influencia de los yugos y de las columnas adyacentes
- ♦ Efecto de las otras fases en transformadores trifásicos

En la Fig. 22 se muestra esquemáticamente el transformador tomado como base del estudio al cual denominaremos CIGRE-VAR100. Los bobinados de baja (BT) y alta (AT) han sido divididos, cada uno de ellos, en 10 elementos. En cada uno de esos elementos se calculará la fuerza axial y radial que actúa sobre el mismo en condiciones de cortocircuito.

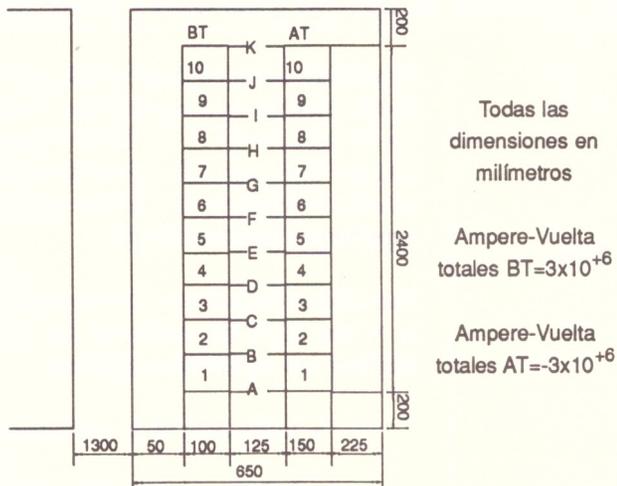


Fig. 22

Con las letras A, B, C, ..., K se indican las superficies de separación entre elementos, en las cuales se deben calcular las fuerzas acumulativas axiales. Estas fuerzas acumulativas axiales actúan comprimiendo los aislantes en el interior del bobinado y traccionando el sistema de prensado de los bobinados.

En la Fig. 23 se muestra la variante CIGRE-VAR131 que tiene por objeto analizar la influencia en las fuerzas de cortocircuito de un gap en el centro del bobinado de AT debido a la conmutación de tensión sin carga.

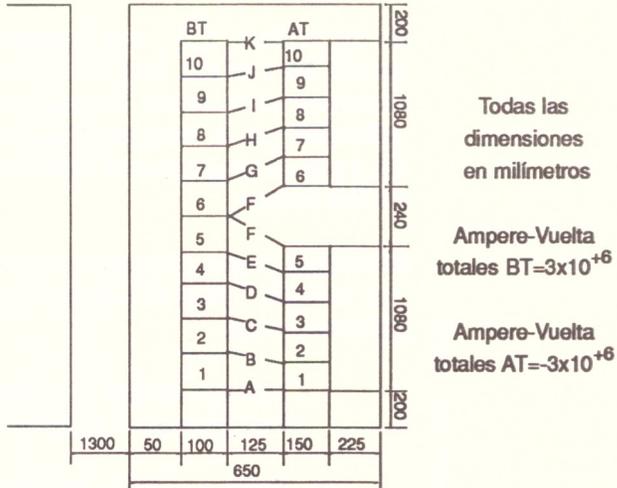


Fig. 23

En la Fig. 24 se muestra la variante CIGRE-VAR120 que tiene por objeto analizar la influencia en las fuerzas de

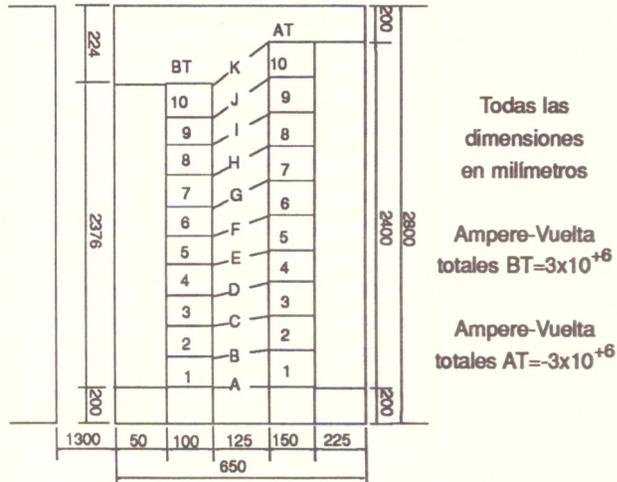


Fig. 24

cortocircuito de una asimetría axial de los bobinados debido a imperfecciones de montaje.

5.5. Comparación de los resultados obtenidos

En las Tablas 1, 2, 3 y 4 se resumen, para las variantes del CIGRE VAR100, VAR131, y VAR120, los resultados obtenidos para ciertas fuerzas, por los 13 programas utilizados por el Working-Group 12-04 detallados en 5.3, y por los programas de Roth y Rabins desarrollados por los autores.

En la Tabla 1 aparecen para la variante CIGRE-VAR100, y en la Tabla 2 para la variante CIGRE-VAR131, las siguientes fuerzas:

- ◆ Fuerzas axiales y radiales aplicadas sobre los elementos 1 de BT y 1 de AT
- ◆ Fuerzas radiales aplicadas sobre los elemen-

CIGRE VAR 100	FUERZAS RADIALES (N/cm)				FUERZAS AXIALES (N/cm)			
	BT 1	BT 5	AT 1	AT 5	BT 1	BT ΣF	AT 1	AT ΣF
1. Roth	—	—	—	—	936	1260	499	581
2. Roth	-1767	-2350	1720	2350	935	1273	499	591
3. Roth	-1769	-2352	1722	2352	936	1274	499	591
4. Roth	-1770	-2350	1720	2350	938	1258	501	581
⇒ Roth	-1769	-2352	1717	2347	937	1258	500	580
5. Imágenes	-2019	-2321	1949	2314	1178	1527	669	780
6. Imágenes	-1907	-2503	1834	2505	821	1143	420	527
7. Imágenes	-1890	-2503	1720	2330	821	1121	409	486
8. Imágenes	—	—	—	—	927	1251	518	638
9. FEM	-1792	-2403	1682	2274	940	1268	539	649
10. FEM	-1781	-2432	1681	2282	948	1309	543	641
11. FEM	-1787	-2419	1684	2278	946	1271	543	655
12. Rabins	-1772	-2351	1750	2348	937	1270	546	656
13. Rabins	—	—	—	—	904	1105	512	526
⇒ Rabins	-1792	-2404	1683	2288	939	1268	539	648

⇒ Programas desarrollados por los autores

Tabla 1

CIGRE VAR 131	FUERZAS RADIALES (N/cm)				FUERZAS AXIALES (N/cm)			
	BT1	BT5	AT1	AT5	BT1	BTΣF	AT1	ATΣB
1. Roth	—	—	—	—	1056	3117	484	-2338
2. Roth	-1827	-2118	1705	2323	1054	3113	494	-2340
3. Roth	-1829	-2120	1702	2320	1058	3100	456	-2340
4. Roth	-1825	-2121	1700	2319	1042	3083	472	-2323
⇒ Roth	-1829	-2120	1702	2320	1057	3100	486	-2338
5. Imágenes	-2116	-1944	1942	2251	1139	3425	484	-2033
6. Imágenes	-1990	-2226	1816	2476	1194	3200	596	-2164
7. Imágenes	-1950	-2200	1690	2310	936	3008	470	-2312
8. Imágenes	—	—	—	—	1005	2868	544	-2121
9. FEM	-1873	-2105	1696	2221	1092	3519	533	-2206
10. FEM	—	—	—	—	—	—	—	—
11. FEM	—	—	—	—	—	—	—	—
12. Rabins	-1854	-2043	1764	2285	1082	3518	531	-2186
13. Rabins	—	—	—	—	1100	3509	527	-2201
⇒ Rabins	-1872	-2105	1696	2221	1092	3518	533	-2207

⇒ Programas desarrollados por los autores

Tabla 2

CIGRE VAR 120	FUERZAS RADIALES (N/cm)					
	BT1	BT5	BT10	AT1	AT5	AT10
1. Roth	—	—	—	—	—	—
2. Roth	-1776	-2366	-1790	1735	2372	1651
3. Roth	-1822	-2421	-1793	1687	2314	1650
4. Roth	-1895	-2460	-1915	1735	2350	1250
⇒ Roth	-1798	-2363	-1792	1758	2361	1648
5. Imágenes	-2029	-2336	-1334	1971	2335	1281
6. Imágenes	-1963	-2465	-1981	1914	2473	1712
7. Imágenes	-1777	-2368	-1792	1733	2368	1648
8. Imágenes	—	—	—	—	—	—
9. FEM	-1801	-2416	-1823	1696	2306	1627
10. FEM	-1802	-2424	-1822	1678	2301	1638
11. FEM	-1813	-2426	-1813	1687	2302	1631
12. Rabins	-1779	-2365	-1801	1763	2365	1693
13. Rabins	—	—	—	—	—	—
⇒ Rabins	-1800	-2418	-1822	1696	2306	1627

⇒ Programas desarrollados por los autores

Tabla 3

tos 5 de BT y AT.

- ◆ Fuerzas axiales acumuladas que actúan sobre la superficie F de BT y, F y B de AT

CIGRE VAR 120	FUERZAS AXIALES (N/cm)							
	BT1	BT10	BTΣA	BTΣD	AT1	AT10	ATΣJ	ATΣK
1. Roth	941	-1122	-898	-2060	513	-385	1206	821
2. Roth	940	-1095	-855	-2044	509	-381	1202	821
3. Roth	939	-1103	-862	-2037	516	-383	1209	826
4. Roth	942	-1102	-858	-2035	512	-384	1205	821
⇒ Roth	975	-1101	-991	-1992	523	-383	1330	947
5. Imágenes	1182	-1375	-1054	-2481	681	-566	1318	752
6. Imágenes	823	-964	-621	-1691	402	-289	879	590
7. Imágenes	826	-986	-786	-1836	419	-288	1069	781
8. Imágenes	935	-1073	-617	-1822	524	-418	999	581
9. FEM	942	-1132	-1055	-2222	551	-434	1196	762
10. FEM	963	-1121	-826	-2058	541	-441	1051	610
11. FEM	945	-1130	-1051	-2219	553	-436	1200	764
12. Rabins	937	-1124	-1040	-2206	546	-437	1203	766
13. Rabins	903	-1090	-1056	-2096	523	-401	1194	793
⇒ Rabins	940	-1131	-1059	-2223	549	-432	1196	764

⇒ Programas desarrollados por los autores

Tabla 4

En la Tabla 3, para la variante CIGRE-VAR120 se detallan las fuerzas radiales aplicadas sobre los elementos 1, 5 y 10 de BT y AT.

En la Tabla 4, para la variante CIGRE-VAR120, se detallan las fuerzas axiales aplicadas sobre los elementos 1 y 10 de BT y AT, las fuerzas axiales acumuladas que actúan sobre las superficies A y D de BT y sobre las superficies J y K de AT.

En las Fig. 25, 26 y 27 aparecen las fuerzas radiales y axiales calculadas sobre cada uno de los elementos de BT y AT utilizando los programas desarrollados de Roth y Rabins para las variantes VAR100, VAR131 y VAR120 respectivamente.

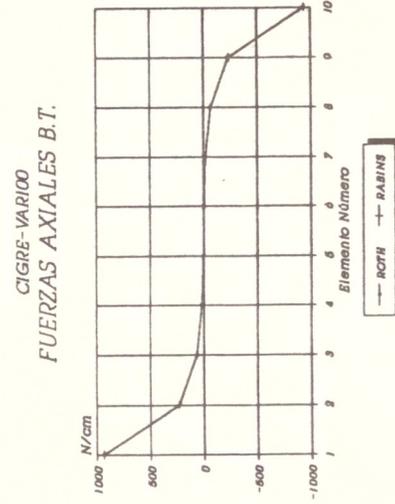
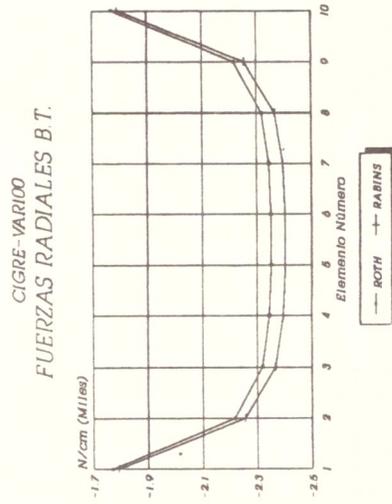
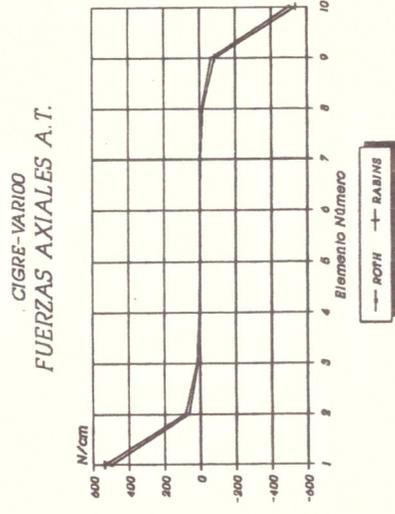
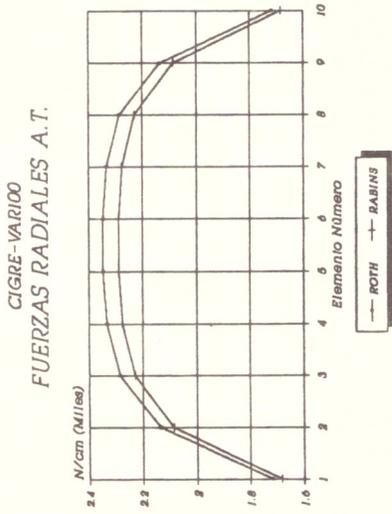


Fig. 25

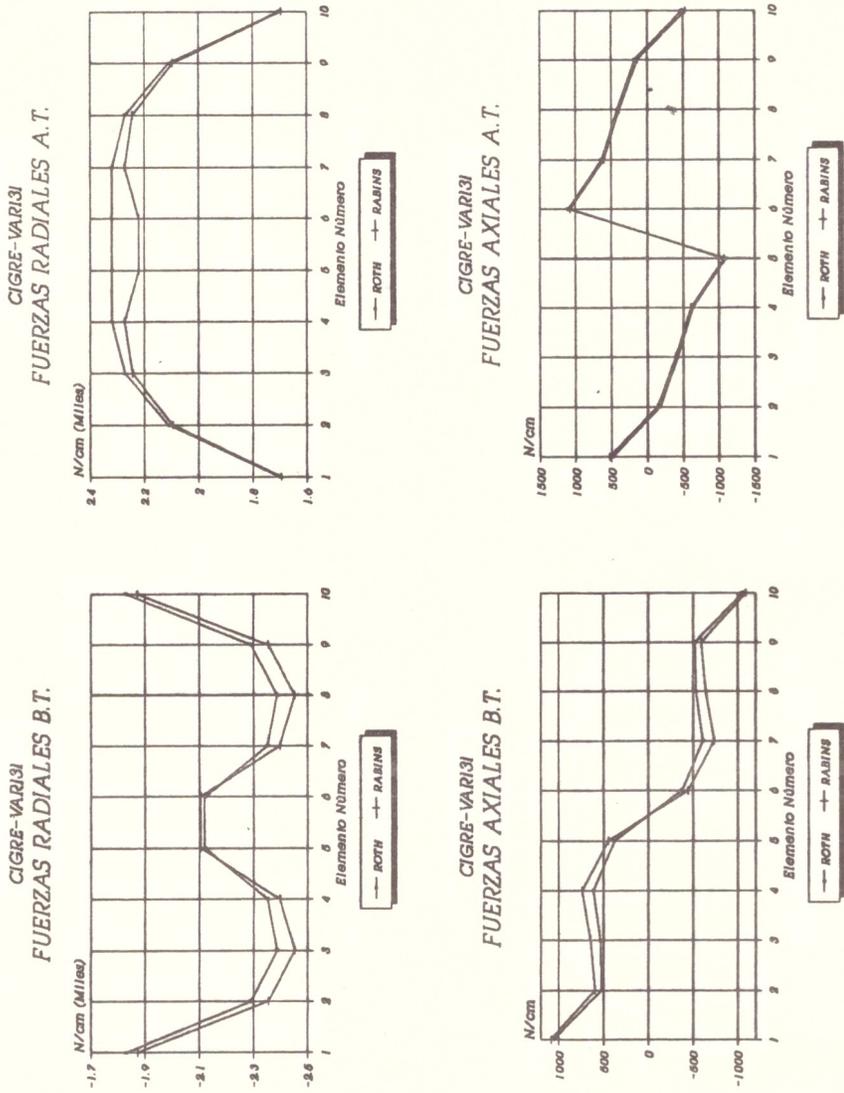


Fig. 26

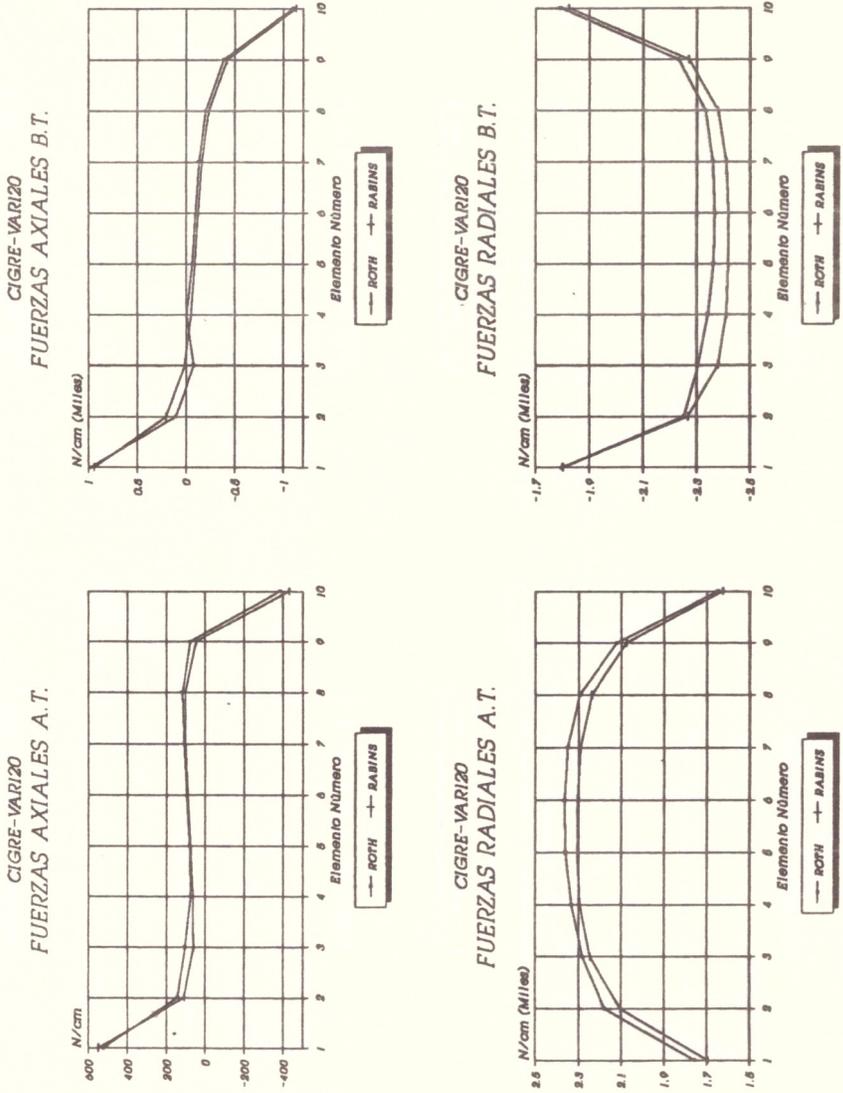


Fig. 27

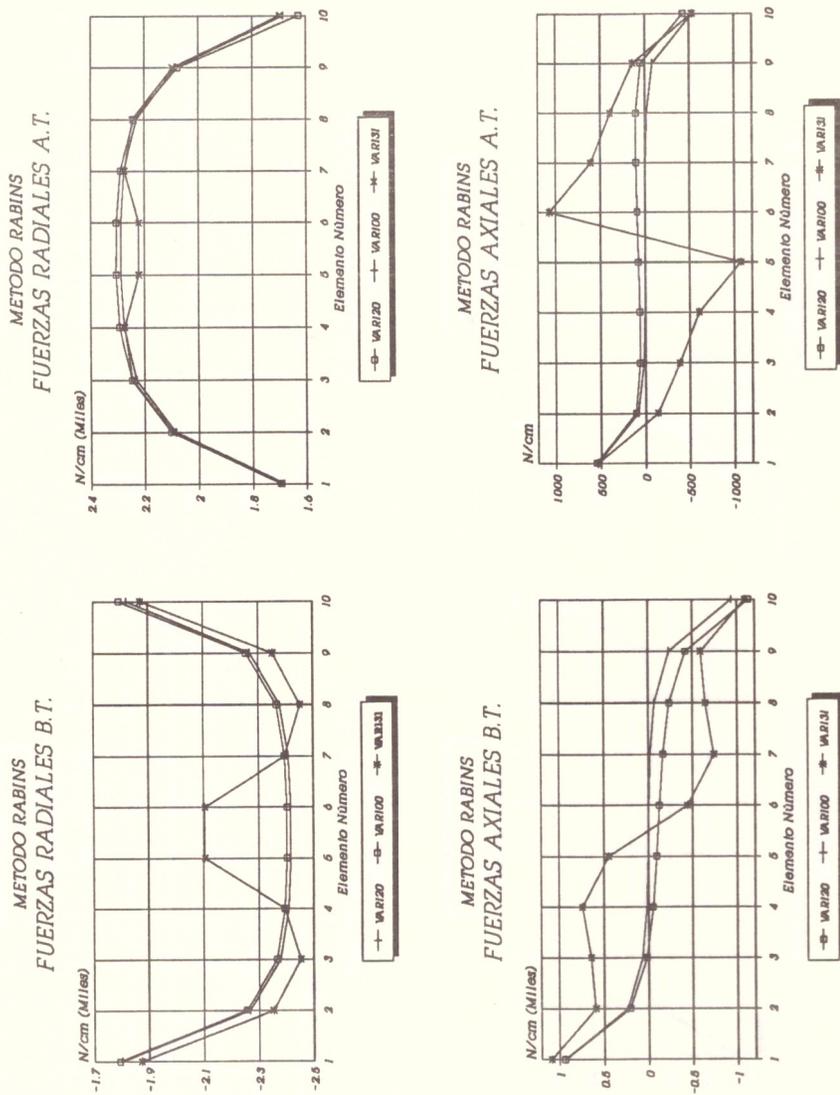


Fig. 28

En la Fig. 28, utilizando el Método de Rabins, se comparan los resultados de las fuerzas radiales y axiales de BT y AT para las tres variantes analizadas.

En la Fig. 29, se muestra para las tres variantes un resumen de las fuerzas axiales acumulativas de igual signo y las reacciones en los apoyos de los bobinados observándose un aumento tanto en las reacciones como en las fuerzas de compresión en el interior del bobinado para los casos VAR120 y VAR131.

5.6. Análisis de los resultados

Se deduce de las Tablas 1 a 4 que los resultados obtenidos con los Programas de Roth y Rabins desarrollados por los autores tienen una muy buena coincidencia con los resultados que aparecen en el Informe del CIGRE. Podemos entonces coincidir con el CIGRE en las conclusiones que siguen para el Cálculo de Fuerzas Axiales y Radiales.

5.6.1. Cálculo de Fuerzas Axiales

En general las fuerzas aplicadas a los elementos 3, 4 y 5 son pequeñas y las diferencias que aparecen entre los resultados obtenidos por los distintos métodos de cálculo pueden ser muy grandes en términos porcentuales.

Sin embargo si nos remitimos a las fuerzas axiales aplicadas máximas o a las fuerzas acumulativas máximas, las diferencias entre los distintos resultados no son de importancia.

Cabe acotar que las máximas diferencias aparecen para cálculos en configuraciones fuera de la ventana y que no existen diferencias significativas entre los métodos planos y los métodos cilíndricos.

Los resultados de los cálculos obtenidos utilizando una sólo frontera magnética, son prácticamente idénticos a

FUERZAS AXIALES ACUMULATIVAS DE IGUAL SIGNO

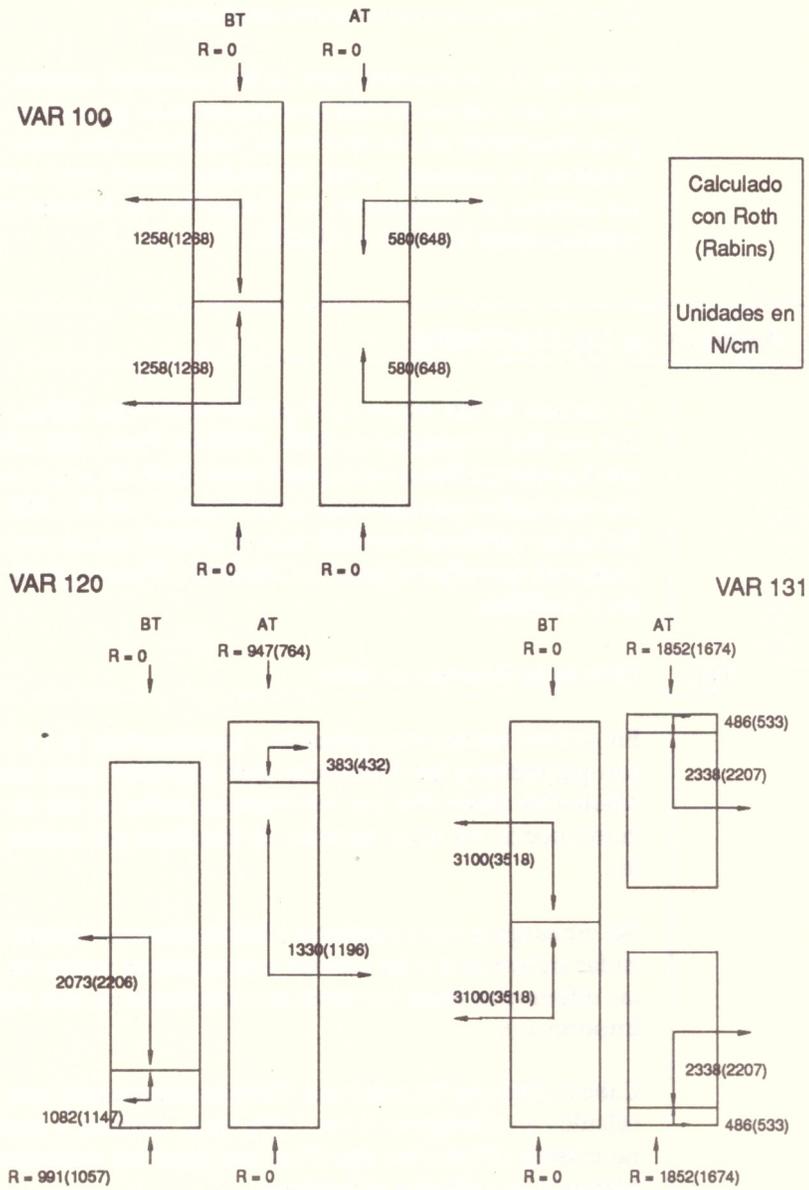


Fig. 29

los obtenidos cuando se consideran 4 fronteras siempre que las 3 fronteras adicionales se coloquen a una distancia suficientemente grande como para no influir en los resultados de los cálculos.

5.6.2. Cálculo de Fuerzas Radiales

Los resultados obtenidos para los elementos 1 y 5 por los diferentes métodos presentan buena concordancia.

La fuerza máxima, en la posición 5, no es afectada significativamente por el número de fronteras consideradas ni por la influencia de otras columnas.

Estas fuerzas se ven afectadas principalmente por la densidad de corriente y por la presencia de gaps en el bobinado de AT.

5.7. Conclusiones

Las diferencias en los resultados obtenidos por los distintos métodos de cálculo analizados son de menor importancia y son en general, consecuencia de las simplificaciones asumidas para poder llegar a soluciones prácticas.

Pueden aparecer grandes diferencias para los valores de las fuerzas axiales aplicadas menores pero esas fuerzas no tienen efecto significativo en el dimensionado de los transformadores. Para las fuerzas significativas, fundamentales para el diseño, se concluye que todos los métodos utilizados en este estudio, producen resultados consistentes y suficientemente precisos (en límites de $\pm 10\%$).

