Universidad de la República Facultad de Ciencias Económicas y de Administración

UN PRIMER PASO HACIA UN MODELO DE TIPO DE CAMBIO REAL PARA URUGUAY

Fernanda Cáceres Paola Visca

Tutor: Ec. Rosanna Fernández Castro

Trabajo monográfico presentado para la obtención del título de Licenciado en Economía, Plan 1990 Marzo 2010

Para todos aquellos que nos acompañaron, apoyaron e hicieron posible la realización de este trabajo: familia, amigos y docentes.

Agradecemos especialmente el apoyo y la paciencia de nuestros padres y hermanos, que con amor nos alentaron y animaron a lo largo de toda la carrera, que culmina con este trabajo. A Leonardo y a Lucas por las horas no dedicadas y a Federico por su apoyo incondicional.

Queremos expresar nuestro reconocimiento y agradecimiento a nuestra tutora Rosanna Fernández, por su valiosa ayuda en este largo proceso, así como también a la hospitalidad de su familia.

Además, agradecemos la colaboración y los comentarios de las siguientes personas:

Ec. Victoria Magallanes

Ec. Alessandra Spremolla

Ec. Leonardo Goyenola

Lic. Eliana Carvidón

Ec. Bibiana Lanzilotta

Ec. Gabriela Mordecki

RESUMEN

En una economía pequeña y abierta como la uruguaya el tipo de cambio real constituye una variable extremadamente relevante. Conocer las razones por las cuales puede fluctuar el tipo de cambio real es, por lo tanto, fundamental para poder tomar decisiones de política macroeconómica.

El objetivo de esta tesis es presentar un primer paso en la estimación de un modelo de la evolución del tipo de cambio real (TCR) en Uruguay para el período comprendido entre 1989-2008. Se trabaja, además, con las siguientes variables: productividad relativa, empleo relativo y producto privado relativo.

Comparamos la productividad, el empleo y el producto privado de Uruguay con las de un grupo de países que consideramos el Resto del Mundo relevante para la economía uruguaya, grupo en el que incluimos a Argentina, Brasil, Alemania, Italia, Francia y Estados Unidos.

Partimos del modelo utilizado por Caporale, Ciferri, y Girardi en su artículo "Fiscal Shocks and Real Exchange Rate Dynamics: some evidence for Latin America" (2008).

En este primer análisis de la relación que existe entre el TCR y las variables elegidas se recurrió a parte de la metodología propuesta por Johansen para encontrar un movimiento conjunto en el largo plazo entre las variables seleccionadas.

Los resultados permitirían sostener que, en concordancia con lo que encontraron los autores del modelo de referencia, existe una relación de cointegración entre las cuatro variables consideradas, o sea, que hay tres tendencias estocásticas comunes que afectan la evolución en el tiempo del conjunto de series considerado.

INDICE

INTRODUCCIÓN	5
DEFINICIÓN DE TIPO DE CAMBIO REAL	6
ANTECEDENTES	9
Antecedentes Internacionales	9
Antecedentes en Uruguay	20
MARCO TEÓRICO	31
El modelo de Caporale, Ciferri y Girardi	3
El modelo Harrod – Balassa – Samuelson	32
El modelo de Elbadawi	36
El modelo de Stockman	39
METODOLOGÍA	41
Relaciones de largo plazo entre las variables	42
Definición de las ecuaciones.	43
Orden de integración de las series utilizadas	50
ALCANCE Y LIMITACIONES	52
CONCLUSIONES	54
BIBLIOGRAFÍA	55
ANEXO METODOLÓGICO	57
ANEYO ECONOMÉTRICO	72

INTRODUCCION

El nivel del tipo de cambio real es un punto de discusión tanto a nivel académico como de gobierno nacional. Conocer sus fundamentos es importante para poder determinar si se está lejos del nivel acorde a esos fundamentos y si sus variaciones corresponden a factores internos o externos. El tipo de cambio real tiene efectos sobre las cuentas fiscales, sobre la balanza de pagos, sobre la asignación de recursos entre los sectores transables y no transables. Todas estas razones hacen que sea un tema de estudio recurrente en la literatura económica y de particular interés para quienes desarrollan esta tesis.

Este trabajo es un primer paso en el análisis de la dinámica de largo plazo del TCR en Uruguay. Se recurre a parte de la metodología desarrollada por Johansen para analizar la presencia de cointegración. Para la formulación de nuestro modelo de determinación del TCR nos basamos en un trabajo llevado a cabo por Caporale, Ciferri, y Girardi (2008), para seis países de América Latina (Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, México y Perú).

A pesar de la extensa investigación sobre este tema, el debate sobre los determinantes del TCR en Uruguay no está cerrado y es por ello que enmarcadas en la línea de investigación de los autores italianos, presentamos un primer paso en el estudio de la dinámica del TCR, considerando variables "de oferta", tales como el "empleo relativo" y "productividad relativa", como "de demanda", incluyendo un "producto privado relativo" cuyo cálculo supone trabajar con variables fiscales.

Considerando estas variables buscaremos mostrar que la productividad relativa, el empleo relativo, el producto privado relativo y el TCR tienen un movimiento común en el largo plazo. Esto implicaría que tal sistema presenta tres tendencias estocásticas comunes en el largo plazo. Téngase presente que la cointegración tiene lugar cuando la tendencia estocástica de una variable puede expresarse como una combinación lineal de las tendencias de las otras variables. Dicha combinación lineal no posee ninguna tendencia, ya que es estacionaria.

DEFINICIONES DE TIPO DE CAMBIO REAL

La definición de tipo de cambio real (TCR) que utilizaremos en nuestra tesis lo ubica entre los

indicadores de competitividad internacional y lo considera uno de los más comunes en dicho rol.

Podemos definir al tipo de cambio real como un precio relativo que mide la competitividad de la

producción nacional frente a la extranjera :

La variable se define como: $TCR = \frac{EP^*}{P}$

En el numerador de la relación EP*/P aparece el tipo de cambio nominal E multiplicado por el

precio en dólares del bien externo P*, o sea, el precio del bien externo expresado en moneda

nacional. En el denominador, encontramos el precio del bien interno. Por lo tanto, estamos

comparando dos precios medidos en la misma moneda, el precio de la producción nacional y el de

la producción extranjera.

Si P* sólo se refiriera a los precios en Estados Unidos y P a los precios en Uruguay, un aumento en

el TCR se define como depreciación real, lo que significa una disminución del poder adquisitivo del

peso uruguayo en EE.UU. en relación a su poder adquisitivo en Uruguay. Esto se traduce en mayor

competitividad relativa de nuestra economía. Por su parte, una disminución del TCR la definimos

como una apreciación real del peso respecto al dólar. Esta disminución indica una reducción en el

precio relativo de los productos comprados en EE.UU. o un incremento del poder adquisitivo del

peso en EE.UU.

La información que encontramos en las estadísticas nacionales no muestra el nivel de precios

absoluto, sino que se presenta como índices midiendo la tasa de variación del nivel de precios

respecto a un año base. Esto implica que esos datos se pueden utilizar sólo para medir cambios en el

tipo de cambio real. La variable P se estima por ejemplo a través del Índice de Precios del Consumo

(IPC) de la economía doméstica (también se podría recurrir a índices de precios mayoristas, a los

percibidos por los productores o al deflactor del Producto Interno Bruto (PIB)). Para calcular P* se

suele seleccionar un conjunto de países que constituyan la mayor parte del comercio internacional

6

de la economía doméstica, se trabaja con índices de precios de dichos países que expresen la evolución de precios expresados en una misma moneda y se pondera cada índice por alguna medida de la participación que tienen en el comercio exterior de la economía doméstica. Tomando un año base determinado, se observará la evolución de la competitividad del país a lo largo del tiempo.

En el caso de nuestra tesis, tomaremos como resto del mundo relevante para el cálculo del TCR a un conjunto de seis países constituido por: Argentina, Brasil, Francia, Italia, Alemania y EE.UU. los cuales representan un alto porcentaje del comercio exterior de Uruguay.

La teoría de la paridad de los poderes de compra (PPP por sus siglas en inglés) en su versión absoluta predice que el TCR debería valer 1, o al menos tender a volver rápidamente a 1 si existe alguna perturbación de la relación de largo plazo. Esta versión de la PPP nos dice que si expresáramos todos los precios en la misma moneda, cada producto debería tener el mismo precio en diferentes lugares, o sea, se cumpliría la Ley de un Solo Precio: $P_i = E.P*_i$ Como se puede apreciar fácilmente a partir de esta igualdad, según la versión absoluta de la PPP el tipo de cambio nominal E es igual al cociente entre el nivel de precios interno y el externo.

En la realidad no se cumple la PPP en su versión absoluta. Téngase presente que asume ciertos supuestos simplificadores tales como una economía internacional en competencia perfecta, sin barreras al comercio y sin costos de transporte, así como países precio aceptantes, es decir que ninguno tiene el poder de fijar los precios internacionalmente.

Existe una versión relativa de la PPP que sostiene que en períodos largos es razonable considerar que la tasa de variación del tipo de cambio nominal es equivalente a la diferencia entre la tasa de inflación doméstica y la internacional: $\delta = \pi - \pi$. Por lo tanto, el tipo de cambio real permanecería constante o, por lo menos, luego de un shock, volvería a un cierto nivel de equilibrio.

Sin embargo, varios modelos y trabajos empíricos predicen que hay shocks que afectan el valor de equilibrio de largo plazo del TCR, mientras que otros no lo modifican. En particular, como en el modelo inspirador de esta tesis, los shocks reales como los tecnológicos tienen efectos sobre el TCR

de equilibrio. Sin embargo, shocks nominales (a la oferta monetaria, por ejemplo) no alterarían el valor de equilibrio de largo plazo del TCR.

Finalmente, veremos muy superficialmente otras definiciones de tipo de cambio real:

Se puede definir al TCR como el precio relativo entre los bienes transables y no transables de una economía, es decir: $TCR = P_t/P_{nt}$ donde P_t es el precio de los bienes transables y P_{nt} es el de los no transables.

Cuando el tipo de cambio real baja, que es lo mismo que decir que disminuye el precio relativo interno de los bienes transables respecto de los no transables, se estimula una contracción en el sector transable (empresas exportadoras y sustituidoras de importaciones) y una expansión del sector no transable.

Cuando el tipo de cambio real sube, que es lo mismo que decir que el precio relativo de los bienes transables sube respecto de los no transables, ocurre el fenómeno contrario.

Obstfeld y Rogoff definen el TCR entre dos países como el costo relativo de una canasta básica de bienes de referencia, donde los pesos de los diferentes bienes surgen de un proceso de optimización. Para cada canasta se utiliza como numerario común un precio transable.

ANTECEDENTES

Antecedentes Internacionales

I) <u>Ahmed et al (1993)</u>

En los últimos años diversos autores han hecho un esfuerzo por identificar cuales son las "fuerzas económicas" que inducen a la fluctuación de las variables agregadas. En línea con este concepto, Ahmed et al. en su artículo "Intenational Business Cycles"(1993) han desarrollado y estimado un modelo multivariante, estructural, de dos economías y dos bienes para medir la contribución relativa de los shocks de oferta, los shocks de política fiscal y monetaria y los shocks de preferencias para explicar los movimientos de las variables macroeconómicas de Estados Unidos y de cinco naciones agregadas de la OCDE. Un segundo objetivo del estudio es el análisis de los efectos de los distintos regímenes de tipo de cambio en la trasmisión de los shocks. En este modelo se basan Caporale, Ciferri, Girardi (2008).

Ahmed et al. (1993) especifican un modelo "real-business-cycle" (RBC) basado en la optimización de los comportamientos. Trabajan con un sector fiscal exógeno. Dos países representativos producen dos bienes, con una completa especialización en dicha producción. Los cambios en el insumo laboral son exógenos en el largo plazo. El comportamiento del producto de largo plazo está determinado por la oferta (los shocks tecnológicos y los que afectan al insumo trabajo determinan la senda de largo plazo del producto). A largo plazo, el gobierno decide el porcentaje del producto destinado a sus compras, porcentaje que es un dato para el modelo. La neutralidad del dinero se cumple en el largo plazo.

El subíndice h se refiere al país doméstico y el subíndice f al resto del mundo El producto de ambos países está dado por:

Estas especificaciones implican que el progreso técnico Z es compartido por los dos países. Sin embargo, se permite que el producto de los países responda asimétricamente a Z ($\delta_f \neq 1$) ya que la habilidad para incorporar tecnología difiere entre los países.

Siguiendo la tradición de los modelos RBC, Z se comporta como un camino aleatorio con deriva en el largo plazo:

2)
$$\log Z_{t} = \mu + \log Z_{t-1} + \tau_{t}$$

 \mathcal{T}_t es una innovación de media nula e incorrelacionada serialmente

 $A_h, A_f, \alpha_h, \alpha_f, \delta_f$: parámetros fijos

 Z_i juega un papel muy importante en estos modelos RBC ya que termina siendo la tasa de crecimiento del producto.

Otro resultado de estos modelos RBC es que el ratio capital-trabajo termina siendo constante.

Los modelos RBC trabajan con funciones de utilidad según las cuales el comportamiento óptimo en el largo plazo es que sea constante la oferta de trabajo de cada trabajador por lo que, el insumo trabajo crece a la misma tasa que la población. Ahmed et al. (1993) modifican este comportamiento del insumo trabajo permitiendo que existan shocks que afecten a la oferta de trabajo derivados de cambios en el grado de sindicalización, en los seguros de desempleo o en la tasa de actividad femenina:

$$\Delta n_{it} = \stackrel{-}{N}_{i} + \tau_{it} \quad i = h, f$$

$$n_{it} = \log N_{it}$$
3)
$$\stackrel{-}{N}_{h}, \stackrel{-}{N}_{f} \quad \text{constantes}$$

$$\tau_{ht}, \tau_{ft} \quad \text{shocks, i.i.d, media nula}$$

Combinando las ecuaciones 1), 2) y 3) y trabajando con el resultado de ratio capital-producto constante, podemos expresar la tasa de crecimiento del producto en los dos países como una función del shock de tecnología y de los shocks originados en el mercado de trabajo de cada país.

4)
$$\Delta y_{ht} = \mu + N_h + \tau_t + \tau_{ht}$$

$$\Delta y_{ft} = \delta_f \mu + N_f + \delta_f \tau_t + \tau_{ft}$$

Este modelo hace simplificaciones con respecto a la política fiscal que permiten estudiar los cambios en el tamaño del gobierno. El gobierno de cada país sólo compra bienes y servicios producidos en su país. Las cuentas fiscales están equilibradas en el largo plazo. También en el largo plazo, el gobierno decide el porcentaje del producto destinado a sus compras (G_h, G_f), porcentaje que es un dato para el modelo.

$$\frac{G_h}{Y_h} = g_h = g_{h,t-1} + \eta_{ht} + \phi_h \eta_{ft}$$

$$\frac{G_f}{Y_f} = g_h = g_{f,t-1} + \eta_{ft} + \phi_h \eta_{ft}$$

$$\eta_{ht}, \eta_{ft} : shocks \ permanentes$$

$$\phi_h \eta_{ft}, \phi_h \eta_{ft} : feedbacks$$

No le prestaremos atención a los "feedbacks" que no juegan un papel importante en el modelo de Caporale, Ciferri, Girardi (2008).

Ahmed et al (1993) definen al producto privado como:

$$Y_{ht}^{p} = Y_{ht} - G_{ht} = \P - g_{ht} Y_{ht}$$

$$Como$$

$$y_{ht}^{p} = \log Y_{ht}^{p} \approx \log Y_{ht} - g_{ht}$$

$$g_{ht} = g_{ht-1} + \eta_{ht} + \phi_{i} \eta_{ft}$$

6) Obtenemos:

$$\Delta y_{ht}^{p} = \Delta y_{ht} - \eta_{ht} - \phi_h \eta_{ft}$$

Para el resto del mundo:

$$\Delta y_{ft}^{p} = \Delta y_{ft} - \eta_{ft} - \phi_f \eta_{ht}$$

Ahmed et al (1993) especifican la siguiente función de utilidad y suponen que las preferencias son idénticas en los dos países.

$$U \mathbf{C}_{ht}, C_{ft} = \psi_{ht} \log C_{ht} + \psi_{ft} \log C_{ft}$$

Téngase presente que los agentes de cada país consumen bienes de ambos países.

El nivel de precios en la economía doméstica, economía donde se consume bien doméstico y bien extranjero:

$$P = P_h^{\gamma} P_f^{1-\gamma}$$

Teniendo en cuenta el resultado familiar de la teoría macroeconómica de que la tasa marginal de sustitución entre dos bienes debe igualar al precio relativo:

$$U(\mathbf{C}_{ht}, C_{ft}) = \psi_{ht} \log C_{ht} + \psi_{ft} \log C_{ft}$$

$$\frac{\psi_{ft}C_{ht}}{\psi_{ht}C_{ft}} = \frac{\psi_{ft}C_{ht}^*}{\psi_{ht}C_{ft}^*} = \frac{P_{ft}}{P_{ht}} = Q_{ft}^{\left(\frac{1}{\gamma}\right)}$$

$$C_{ht}^*, C_{ft}^* : consumo \ \acute{o}ptimo \ en \ el \ extranjero$$

$$Definimos Q_f = \frac{P_f}{P} = \frac{P_f}{P_h^{\gamma}P_f^{1-\gamma}}$$

$$Q_f = \frac{P_f}{P_h^{\gamma}P_f^{1-\gamma}} = \frac{P_f^{\gamma}}{P_h^{\gamma}} \Rightarrow Q_{ft}^{\left(\frac{1}{\gamma}\right)} = \frac{P_{ft}}{P_{ht}}$$

Se supone que la demanda de cada bien es objeto de shocks permanentes:

8)
$$\log \psi_{it} = \log \psi_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad i = h, f$$
$$\varepsilon_{it} : iid \ con \ media \ cero$$

Además, en la senda de crecimiento balanceado, es constante el ratio que vincula el consumo mundial de cada bien con el producto privado de cada bien. Teniendo en cuenta este resultado, 6), 7) y 8):

$$\begin{split} &\log Q_{ft} = q_{ft} \\ &\Delta q_{ft} = \gamma \left(\bar{N}_h - \bar{N}_f \right) + \gamma \left(-\delta_f \mathcal{Y} + \gamma \left(-\delta_f \mathcal{T}_t + \gamma \left(-\delta_f \mathcal{T}_t + \gamma \left(-\delta_f \mathcal{T}_t \right) \right) \right) \\ &\gamma \left(-\phi_h \mathcal{Y}_{ft} - \left(-\phi_f \mathcal{Y}_{ht} + \gamma \left(-\delta_f \mathcal{Y}_t \right) \right) \right) \end{split}$$

Lo importante a destacar de este resultado, dejando de lado las interpretaciones económicas en las que nos detendremos al analizar Caporale, Ciferrdi, Girardi (2008), es como la evolución del precio relativo Q_f contiene una serie de tendencias estocásticas que afectan el desarrollo tecnológico, el mercado de trabajo, el tamaño del sector público y las preferencias de los consumidores.

II) Rodríguez, Romero (2007)

Otro estudio que consideramos importante para el análisis del tipo de cambio real es el que desarrollaron Gabriel Rodríguez e Indira Romero, "El rol de los componentes permanentes y transitorios en las fluctuaciones del tipo de cambio real en América Latina". Estos autores han estudiado dichos componentes en cuatro países de la región durante el periodo 1957-2002. Los resultados sugieren que el componente transitorio es la principal fuerza motora del tipo de cambio real en Argentina y México. Por otra parte, en Brasil y en Chile el componente permanente cumple el rol principal en el tipo de cambio.

En este artículo se sigue la aproximación desarrollada por Engel y Kim (1999), donde el tipo de cambio esta conformado por dos componentes, un componente no-estacionario y un componente estacionario.

El tipo de cambio real es definido como $Q_t = E_t ([P_t^*/P_t],$

Expresado en logaritmos: $q_t = e_t + p_t^* - p_t$

Donde: et es el log del tipo de cambo nominal

pt* es el log del nivel de precios internacional

p_t es el log del nivel de precios domestico

Siguiendo a Engel y Kim (1999) el tipo de cambio real se descompone $q_t = y_t + x_t$ donde y_t y x_t representan los componentes permanentes y transitorios respectivamente. Los autores interpretan el componente permanente como shocks de preferencias y tecnológicos que originan fluctuaciones en el nivel de precios relativos. Por otra parte, el componente transitorio captura las fluctuaciones "lentas" de los precios nominales frente a los shocks económicos. Los shocks del componente transitorio vienen dados por el lado de la demanda.

III) Valdés, Délano (1998)

Otro estudio en la región es el de Rodrigo Valdés y Valentín Délano (1998): "Productividad y tipo de cambio real en Chile", en el que buscan cuantificar los efectos de los incrementos de productividad sobre el TCR en Chile entre los años 1990 y 1997. Para esto realizan tres aproximaciones diferentes, encontrando que se obtienen resultados similares. Primero, se calibra un modelo de TCR para Chile en el período considerado, lo que permite calcular la apreciación debida a cambios en los diferenciales de productividad entre sectores de producción de transables y de no transables. En segundo lugar, a partir de estimar vectores de cointegración entre el TCR y sus fundamentos calculan el impacto de los diferenciales de productividad entre transables y no transables sobre el TCR. Y por último utilizando información sobre 92 países para el período más largo desde 1960 a 1990 se estima la relación entre los diferenciales de productividad agregada entre países y la evolución del tipo de cambio real.

Tomando como base el marco teórico de H-B-S (Harrod-Balassa-Samuelson), los resultados de la aplicación del modelo de TCR muestran que si se parte de una definición de un TCR construido con canastas iguales entre países que incluyan bienes no transables, la variable se apreciará si existe una brecha entre el diferencial de productividad entre bienes transables y no transables observado en el país doméstico vis a vis el

observado en el extranjero. En cambio, un TCR construido a partir de canastas que incluyan sólo bienes transables no debería mostrar ningún cambio ante aumentos de productividad. Finalmente, si tenemos un TCR definido con canastas de bienes diferentes podremos obtener tanto apreciación como depreciación ante ganancias de productividad.

El segundo método aplicado por los autores se basa en el supuesto de que la evolución del TCR depende de una serie de fundamentos, dentro de los cuales encontramos el diferencial de productividad entre los sectores transable y no transable. Luego, una vez estimado el vector de cointegración y suponiendo cambios en la productividad como exógenos, es posible computar el efecto de los cambios de productividad sobre el TCR. Así, entre los fundamentos los autores consideran (además del diferencial de productividad de los sectores T y NT en Chile): el gasto del gobierno como proporción del producto, los activos internacionales netos como porcentaje del PBI y los términos de intercambio. Este set de fundamentos integró un solo vector de cointegración; adicionalmente se consideró el grado de apertura de la economía en una especificación que se estimó por MCO.

Respecto al tercer método utilizado, los autores encontraron que se observa la existencia del efecto Balassa-Samuelson.

IV) Hoffmaister & Roldós (2001)

Hoffmaister & Roldós (2001) en "Las Fuentes de las Fluctuaciones Macroeconómicas en países en desarrollo: Brasil y Corea" estudian las fuentes de las fluctuaciones macroeconómicas en economías pequeñas y abiertas usando un enfoque VAR estructural. La identificación de los shocks estructurales está basada primeramente en restricciones de largo plazo que son tomadas de Blanchard y Quah (1989). La evidencia de Brasil y Corea sugiere que los shocks domésticos son la principal fuente de las fluctuaciones del PBI, mientras que los shocks externos explican una pequeña fracción del movimiento en el producto. En Corea, los shocks domésticos más importantes son los asociados con factores de oferta. En Brasil, factores de demanda domésticos son importantes, pero el alto grado de inestabilidad macroeconómica da lugar a ciertas dudas en lo apropiado de algunos de los supuestos identificados.

El marco empleado en este trabajo permite medir a los autores la importancia de los shocks externos en las fluctuaciones macroeconómicas en economías pequeñas y abiertas y la usual descomposición de los factores de oferta y demanda – extendido para considerar fluctuaciones del TCR. En ese sentido, se estudian las dos mayores economías emergentes: Brasil y Corea.

Se desarrolla un modelo de largo plazo para economías pequeñas y abiertas, mostrándose los efectos de largo plazo de diferentes shocks y políticas en el producto y en el TCR. La dinámica de corto plazo, por su parte, se deja sin restricciones.

La economía en cuestión produce un bien T exportable y un bien NT. El sector exportador usa capital, trabajo y un bien intermedio importado, mientras que la producción del bien NT utiliza solamente trabajo.

Por otro lado, la economía está habitada por hogares que viven infinitamente, quienes maximizan la utilidad esperada que obtienen del consumo de ambos bienes: T y NT. Es decir, maximizan la utilidad esperada sujetos a la restricción presupuestaria intertemporal. La optimización en el consumo lleva a la igualdad de la tasa marginal de sustitución con el TCR, q, definido como el precio relativo de NT en términos del bien T.

Para completar la especificación de la parte de demanda del modelo e introducir al sector público, asumimos que el gasto del gobierno se realiza mayoritariamente en bienes NT y que este se financia con impuestos de suma fija. Así, el equilibrio en el mercado de NT implica que el consumo privado de NT es el producto total menos la proporción del mismo consumida por el gobierno. Por su parte, la condición de largo plazo en la balanza comercial dice que el producto transable neto iguala el consumo en bienes T.

El modelo arriba a una ecuación que muestra que el nivel de largo plazo del PBI depende positivamente del nivel de tecnología, negativamente en el precio doméstico de los bienes intermedios importados y en forma ambigua del gasto del gobierno. Sin embargo, mientras que el coeficiente del gasto del gobierno es ambiguo en la ecuación del producto, el coeficiente en la ecuación del TCR es indudablemente positivo. Esto es consistente con la predicción de que una

expansión fiscal conduce a una depreciación real. Por último, también se muestra que el progreso tecnológico y las mejoras en términos de comercio llevarían a una apreciación del TCR.

Los autores observan que para introducir en el modelo variables nominales como posibles fuentes de fluctuaciones de corto plazo, tanto en el producto como en el TCR, se necesita agregar el dinero al modelo. Para esto se agrega la evolución del nivel de precios.

Respecto al largo plazo, se consideran los shocks de precios de importaciones mundiales y de producto mundial, mientras que los shocks domésticos se toman como no influyentes en las variables mundiales (en concordancia con el supuesto de economía pequeña).

El modelo estructural es identificado una vez que los efectos contemporáneos de los shocks estructurales son a su vez identificados. Para esto los autores consideran las restricciones de largo plazo del modelo: la primera es que los precios internacionales de los bienes intermedios no son afectados en el largo plazo por la actividad económica mundial; la segunda y la tercera refieren a que el nivel del producto doméstico de largo plazo no es afectado por los shocks de demanda, es decir que el nivel de producto de largo plazo está determinado por factores de oferta. La cuarta restricción dice que el nivel de largo plazo del TCR no es afectado por shocks de demanda agregada, o sea, esta variable está determinada por factores de oferta y demanda relativa.

V) Asea y Mendoza (1994)

Otro estudio importante es el llevado a cabo por Asea y Mendoza (1994) donde investigan si los diferenciales de productividad explican el tipo de cambio real de largo plazo. Este paper llamado "Do long- run productivity differentials explain long run real exchange rates?" desarrolla un modelo de dos países, con un crecimiento intertemporal balanceado que pretende examinar dos de las predicciones del modelo de Balassa Samuelson: 1) la diferencia entre países en el precio relativo de los no transables refleja diferencias en la productividad marginal del trabajo de los sectores transables y no transables y 2) la diferencias en el nivel del tipo de cambio real son explicadas por la diferencia en los precios relativos de los no-transables.

Los resultados empíricos hallados sugieren que la proposición del modelo Balassa Samuelson de que diferencias de los precios domésticos relativos de los no-transables son explicados por las diferencias de la productividad marginal en el mercado de trabajo es validada por los datos. Sin

embargo el análisis también indica que los precios relativos de no transables de largo plazo son de poca ayuda en explicar la diferencia entre países en el largo plazo del nivel del tipo de cambio real.

A continuación presentaremos un cuadro resumen de los autores mencionados en los antecedentes, lo cual nos permitirá una mejor visualización del impacto de los shocks/variables sobre el TCR.

Cuadro 1 – Comparación de modelos internacionales de TCR

Modelo	Autor/es	Determinantes/ Variables consideradas	Países analizados	Efecto s/ TCR	Observaciones
International Bussines Cycle	Ahmed et al	Shocks de oferta, shocks de políticas fiscales y monetarios y shocks de preferencias	EE.UU. en relación a cinco economías agregadas de la OCDE	La evolución del precio relativo Q _f contiene una serie de tendencias estocásticas que afectan el desarrollo tecnológico, el mercado de trabajo, el tamaño del sector público y las preferencias de los consumidores.	
El rol de los componentes permanentes y transitorios en las fluctuaciones del tipo de cambio real en América Latina	Rodríguez y Romero	Shocks permanentes: shocks de preferencias y tecnológicos. Shocks transitorios se generan en la demanda.	Argentina, México, Brasil y Chile	El tipo de cambio real de Argentina y México están dominados por los movimientos del componente transitorio y por otra parte el componente permanente parece ser más relevante en explicar el tipo de cambio en Brasil y Chile.	
Productividad y tipo de cambio real en Chile	Rodrigo Valdés y Valentín Délano	Productividad entre bienes transables y no transables	Chile	Apreciación del TCR debido a aumentos de productividad	
Las Fuentes de las Fluctuaciones Macroeconómicas en países en desarrollo: Brasil y Corea	Hoffmaister & Roldós	Shocks estructurales domésticos, externos	Brasil y Corea	Una expansión fiscal conduce a una depreciación real. El progreso tecnológico y las mejoras en términos de comercio llevarían a una apreciación del TCR.	Define al TCR (q) en términos de NT/T
Do long- run productivity differentials explain long run real exchange rates?	Asea y Mendoza	Los diferenciales de productividad	Proposición de B-S validada pero los precios relativos de largo plazo son de poca ayuda en explicar la diferencia entre países en el nivel del tipo de cambio real		

Antecedentes en Uruguay

I) Aboal (2003)

Diego Aboal (2003) estudia cuál es el tipo de cambio de equilibrio en Uruguay. Si se tiene un estimación de ese nivel de equilibrio se contaría con una referencia para adaptar las políticas económicas con el fin de absorber los shocks que alteren transitoriamente el tipo de cambio real o alguno de sus fundamentos.

El trabajo se desarrolla dentro del marco del modelo NATREX (Natural Real Exchange Rate). Según Allen (1997), NATREX es el tipo de cambio real (R_n) que mantiene el equilibrio en Balanza de Pagos en ausencia de factores cíclicos, movimientos especulativos de capital y movimientos de las reservas internacionales. Es un tipo de cambio real de mediano plazo, cuando los precios se han ajustado y el producto ha retornado a su nivel potencial.

El modelo plantea que los movimientos en el stock real de capital interno (k); en el endeudamiento neto externo (D) y en W que es la riqueza (W=K-D) producen alteraciones en el NATREX. Cuando se modifica el ahorro, la inversión y la entrada neta de capitales, se alteran los stocks de capital, riqueza y deuda externa; modificando la inversión y el ahorro deseado, así como también el saldo en cuenta corriente deseado, lo que lleva a un nuevo valor de equilibrio de R_n.

Por otra parte cuando se modifican los fundamentos exógenos (Z) (cambios en la productividad, cambios en la estructura temporal del ahorro, cambio en los términos de intercambio y cambios en las tasas de interés internacionales) se modifica el NATREX.

El tipo de cambio real (R) puede ser descompuesto en tres componentes:

$$R \cong (R - R_n) + (R_n - R^*) + R^*$$

Donde R_n es el tipo de cambio real de equilibrio a mediano plazo (NATREX) y R^* es el tipo de cambio real de equilibrio de largo plazo. R depende de los fundamentos exógenos; de los activos reales k y D (o fundamentos endógenos) y de factores cíclicos. R_n depende de los fundamentos exógenos y endógenos mientras que R^* depende únicamente de los fundamentos (Z). Este enfoque

pretende ser un enfoque positivo de determinación del tipo de cambio real de equilibrio, ya que el tipo de cambio real que se estima surge de los fundamentos y de las políticas actuales, sin que estas

sean necesariamente deseables o socialmente óptimas. Para estimar el tipo de cambio real de equilibrio se utiliza un modelo vectorial con término de corrección de error, VECM (vector error correction model).

La estimación será útil a los efectos de determinar cuales son las variables que presentan una relación de equilibrio con el tipo de cambio real. También es relevante para determinar sobre cuales variables ha recaído el peso del ajuste cuando han sucedido desequilibrios. Las conclusiones a las que arriban es que en Uruguay en la ultima década del siglo XX ha habido un incremento de la productividad relativa del sector comercializable y un aumento de la propensión a consumir de la economía y seguramente esto ha inducido, a través del efecto directo de menor oferta y mayor demanda en el sector no comercializable, a una reducción en el TCR o si se prefiere un aumento en el precio relativo de los bienes no comercializables.

Otro punto importante que surge de las conclusiones es que un mayor consumo del gobierno implica una presión sobre la cuenta corriente, y por lo tanto, se requiere un aumento del TCR para mantener el equilibrio.

Es interesante notar que el régimen cambiario es relevante para determinar las variables que corrigen los desequilibrios y la velocidad con que se ajustan al mismo. Se aprecia que si bien al considerar todo el periodo (1986 – 2000) el TCR ajusta aunque lentamente a los desequilibrios, en la década del 90 el TCR se comporta como una variable exógena al igual que la propensión a consumir en la economía, y ha sido la productividad relativa y la propensión a consumir del gobierno las variables que se han ajustado para mantener el equilibrio. Esta menor flexibilidad del TCR en la década de los 90 tiene sus fundamentos en el régimen cambiario imperante y en la rigidez de los precios de los bienes no comercializables.

Finalmente, concluye que un TCR por debajo del equilibrio esta asociado a niveles de producción que están por debajo del potencial.

II) Gianelli (2006)

En el documento de Gianelli: Un Modelo de Corrección de Errores para el TCR en Uruguay: 1983:I-2005:IV se encuentra una relación estable de largo plazo entre el TCR, la productividad

media de la economía, el diferencial de tasas de interés activas en moneda extranjera, los términos de intercambio y la relación Gasto del Gobierno a PIB.

La definición que se toma para el TCR de equilibrio (TCReq), es la que expresa que es aquel compatible simultáneamente con el equilibrio externo (saldo en cuenta corriente compatible con el flujo permanente de capitales) e interno (mercados de factores en equilibrio al nivel de pleno empleo) de la economía. En cuanto a la determinación del TCReq, las variables que intervienen se denominan fundamentos. De este modo, pueden distinguirse distintos estadios de equilibrio para el TCR: (i) el equilibrio de corto plazo, definido como el TCR que surge del valor corriente de los fundamentos; (ii) el equilibrio de largo plazo, definido como aquel nivel que surge de los valores sustentables, de largo plazo, de los fundamentos; y (iii) el equilibrio deseable de largo plazo, definido como aquel que surge a partir de los valores óptimos de las variables de política, y los valores sustentables de los fundamentos.

Sin embargo, a pesar de esta relación teórica, los valores disponibles de las series distan de ser aquellos compatibles con el equilibrio simultáneo de las cuentas externas e internas de una economía. Por tal motivo, se opta por considerar un TCR comportamental (TCRbh). El TCRbh surge de considerar la relación histórica entre los fundamentos y el TCR sin preocuparse de que los primeros se encuentren en los niveles que equilibrarían los sectores interno y externo de la economía simultáneamente. En este sentido, lo que se busca es encontrar una relación de cointegración; o puesto en otros términos, un movimiento conjunto entre el TCR y ciertas variables reales de la economía cuyos desalineamientos prueben ser transitorios. Este segundo enfoque posee un mayor pragmatismo y menores pretensiones teóricas.

Partiendo de la definición de TCReq como una condición de equilibrio simultáneo de los sectores interno y externo, existe una relación entre la absorción y TCR para equilibrar, por un lado, el sector interno y, por el otro, el sector externo de la economía. En lo que refiere al sector interno la relación entre absorción y TCR es inversa, ya que un aumento del gasto partiendo de una situación de

equilibrio se corresponde con un exceso de demanda en el mercado de no transables que requiere de una apreciación real para eliminarla. Por su parte, en el sector externo la relación entre la absorción

y el TCR es positiva, ya que un aumento del gasto partiendo del equilibrio genera un déficit en cuenta corriente que requiere de una depreciación real para retornar a el. Es precisamente en el

marco de la relación entre la absorción y el TCR que se analiza el posible impacto de algunos fundamentos sobre el TCReq. El canal por el cual se disuelven los desequilibrios externos suele ser más lento y, empíricamente, menos identificable que el canal por el cual se disuelven los desequilibrios internos.

Puede plantearse la siguiente función implícita para el TCReq. El signo a la derecha de cada fundamento sería el más probable, para la derivada parcial del TCReq respecto a cada uno de ellos:

$$TCR \ eq = f (Pr \ d - , Ggub - , K - , r *+ , r - , ToT - , Ap+)$$

Siendo Prd la Productividad Media del trabajo; Ggub el cociente entre el gasto del gobierno y el producto; K es el flujo de capitales; r* se refiere a la tasa Libor a 90 días; r la Tasa Activa en Moneda Extranjera promedio del sistema financiero uruguayo menos la Libor a 90 días; ToT es la relación de términos de intercambio y Ap es el grado de apertura de la economía.

Cabe mencionar que el análisis presentado supone como hipótesis simplificadora que los distintos fundamentos son independientes entre sí. Esto, sin embargo, no necesariamente es así, ya que las variables inciden unas sobre otras.

Como fundamentos primero se consideró un conjunto amplio de variables, pero luego se ajustó el modelo tal que el conjunto de series con el que efectivamente se trabajó son: (1) la Libor a 90 días (Libor3m); (2) la Tasa Activa en Moneda Extranjera promedio del sistema financiero uruguayo menos la Libor a 90 días (Tasa neta); (3) los Términos de Intercambio de Bienes y Servicios (TOT); (4) la Productividad Media del Trabajo (Prmed); y (5) la Relación Gasto del Gobierno a PIB (GGobPIB).

Una primera opción metodológica para determinar el TCReq es la estimación de una relación de Paridad de Poderes de Compra (PPC). Sin embargo, la ausencia de una relación de PPC no debe sugerir de modo alguno la inexistencia de un equilibrio. Por el contrario, bajo ciertas condiciones

puede encontrarse un equilibrio dinámico para el TCR en virtud del comportamiento de sus fundamentos. Dentro de este segundo enfoque encontramos los Modelos de Corrección de Errores (ECM) y Vectores de Corrección de Errores (VEC). La característica común a estas técnicas es el supuesto de una relación estable de largo plazo entre un conjunto de variables reales de la economía

y el TCReq. De este modo, el TCReq se define como el estado estacionario (no observable) condicional al valor de equilibrio de los fundamentos; por lo tanto, todo desalineamiento de esta relación en el corto plazo, por construcción, solo puede ser transitorio. (Gianelli 2006).

El modelo presentado indica que un aumento del Gasto del Gobierno en relación al producto apreciará el TCRbh, lo que es consistente con el supuesto de que el Gasto del Gobierno es intensivo en bienes no transables. Por su parte, un aumento de la relación de términos de intercambio aprecia el TCR, lo que podría deberse a un efecto riqueza positivo, y el movimiento de recursos del sector no transable hacia el transable de la economía. La elasticidad negativa de la productividad media del trabajo muestra el clásico efecto Balassa-Samuelson; por el cual, un aumento en la productividad del sector transable presiona sobre los salarios de toda la economía, induciendo a un aumento relativo en los precios de los bienes no transables. Por último, el diferencial de tasas de interés muestra un signo consistente con el impacto que sobre el TCR tendría un ingreso de capitales.

En cuanto a la relación de corto plazo las variaciones de los TOT se trasladan contemporáneamente al TCR afectándolo. Por su parte, el Gasto del Gobierno actúa sobre el TCR con un rezago pero con una alta elasticidad, superior al 60%, lo que confirmaría la hipótesis de una mayor participación en el margen del consumo en bienes no transables por parte del gobierno. De este modo, todos los argumentos que integran la relación de corto plazo presentan el signo esperado según el marco teórico analizado.

Los resultados sugieren que el manejo que pueda hacerse de la política cambiaria no altera sustantivamente las características predictivas del modelo.

Como consecuencia de que Uruguay ha convivido al menos con cuatro regímenes cambiaros durante el período muestral: *target* de TCR al comienzo de la muestra, bandas de flotación, flotación limpia y sucia respectivamente y que a su vez, convive en un vecindario de alta

volatilidad, la serie de tipo de cambio real, tanto en niveles como en diferencias, es sumamente irregular.

III) Bucacos (2007)

Otro trabajo relacionado es el realizado por Elizabeth Bucacos, "Real (Effective) Exchange Rate in Uruguay: a periodic integration approach" (2007) que aborda la problemática de que se trate el componente estacional de una serie de tiempo como si fuera un nuevo fenómeno deterministíco en vez de uno estocástico, ya que esto puede conducir a estimaciones inconsistentes, errores de inferencia estadística y sesgos de política. En particular, se centra en el análisis del tipo de cambio real efectivo (TCRE) en Uruguay para el período 1983:1 – 2006:4.

No es trivial preguntarse si el TCRE es estacionario o no, porque entre otras razones los efectos de los shocks aleatorios podrían ser temporales o durar para siempre. Por lo general, el componente estacional de muchas series de tiempo es tratado como si fuera un fenómeno totalmente determinista, que implica que es incambiable y puede ser perfectamente predicho. Pero para muchas series, la estacionalidad puede ser estocástica. Además, este documento sostiene que series cointegradas podrían tener relaciones estables de largo plazo pero al mismo tiempo patrones estacionales variables que podrían no coincidir en el corto plazo. Por lo tanto es importante no subestimar la verdadera naturaleza del componente estacional. Es más: series cointegradas que tienen patrones estacionales estocásticos podrían presentar preferencias estables de largo plazo que sin embargo cambian con la estación (trimestre) y diferentes velocidades de ajuste hacia la relación de equilibrio de largo plazo de acuerdo a la estación.

La definición que se toma de TCR es la clásica: EP*/P. Esta relación puede ser expresada como bilateral o multilateral y en este último caso se trata del TCRE. En el TCRE cada relación bilateral expresada en una moneda común (como el dólar americano) se pondera de acuerdo a la importancia relativa de cada país en el comercio internacional del país, α_i .

$$TCRE = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i TCR_i$$

donde m es el número de socios comerciales en el comercio internacional del país doméstico. Según la PPP el TCR debería ser constante. Sin embargo, si el TCR es estacionario, podrían permitirse

desviaciones transitorias en el corto plazo, para que el TCR converja en el largo plazo a sus fundamentos. De acuerdo a la literatura, esos fundamentos se refieren a: productividad, consumo,

política fiscal, flujo de capitales, tasas de interés domésticas y externas, términos de intercambio y grado de apertura.

Cuando nos abocamos a analizar la evolución del TCR desde 2003 a 2006, puede decirse que casi la mitad del tiempo el primer trimestre está por encima de su promedio anual, seguido del cuarto trimestre, el segundo y el tercero. Pero el patrón estacional que parecería seguir el TCR no es igual año tras año. De hecho el primer trimestre es "líder" solo 42% de la muestra. Este patrón cambiante de la estacionalidad puede ser un indicador de un fenómeno estocástico (y no determinístico) por lo que la estacionalidad no podría ser perfectamente predicha.

Series que tienen raíces unitarias (RU) estacionales tienen "memoria larga", tal que los shocks pueden durar para siempre y en una manera en la que podrían cambiar el patrón estacional en forma permanente. Además, series cointegradas (con RU estacionales) podrían tener relaciones estables de largo plazo pero podrían tener patrones estacionales variables que podrían no coincidir en el corto plazo.

Puede suceder que haya un ajuste hacia la relación de largo plazo en cada estación (totalmente cointegrada) o que no haya ajuste en algunas de las estaciones (cointegración parcial).

De acuerdo a los resultados, se llega a que todas las series son integradas de orden 1 (II) en el largo plazo al 1%. Por otro lado, todas las series podrían ser descritas como series autorregresivas periódicas de orden 1, excepto por el consumo del gobierno como porcentaje del PBI y términos de intercambio, que parecen ser series periódicas autorregresivas de orden 2.

En el modelo de integración periódica se encontraron cuatro relaciones de largo plazo, una para cada trimestre. Se testeó la existencia de cointegración periódica, total o parcial. La evidencia para Uruguay en el período analizado nos permite rechazar la ausencia de cointegración periódica parcial y total para el TCRE y sus fundamentos. En particular, el gasto del gobierno aparece teniendo una relación estable de largo plazo con el TCRE solo en el primer y tercer trimestres, siendo mayor en el último de estos dos. Esto significa que las relaciones objetivo cambian de acuerdo al trimestre.

IV) Capurro et al (2006)

Por último citaremos el trabajo desarrollado por Capurro, Davies y Otonello "El tipo de cambio real y los precios relativos en un enfoque de tres bienes" (2006). Ellos estudian los determinantes de los precios relativos en el largo plazo en Uruguay entre 1986-2005. Para ello utilizan como marco teórico el modelo de tres bienes de Bergara, Dominioni y Licandro (1995), que incorpora la demanda regional como un determinante de los precios relativos. La relación entre los precios relativos y los fundamentos se estudió mediante la metodología de cointegración de Johansen. Existen modelos económicos que con el objetivo de analizar las características propias de algunas economías en las que un sector particular recibe un shock diferencial, desagregan la estructura productiva en tres sectores. Estos serian: el sector productor de bienes transables "tradicional", el sector productor de bienes no transables y un tercer sector (booming sector) que recibe un shock diferencial de oferta o de demanda. En el caso de este trabajo asimilan al sector productor de bienes regionales como un booming sector en Uruguay.

En el caso del modelo BDL, además del sector transable internacionalmente (T) y del no transable (NT), se incorpora el sector regional (R). El precio de los bienes transables es dado en forma exógena por la ley de un solo precio, en tanto que el precio de los bienes NT se ajusta para corregir los desequilibrios entre la oferta y la demanda doméstica. Por su parte los bienes regionales son comercializables solo con la región, por lo que su precio no esta dado en forma exógena, sino que esta determinando por la interacción entre la oferta domestica, la demanda interna, y la demanda proveniente de la región.

El modelo establece que los precios son las variables que se ajustan para asegurar el equilibrio externo e interno de la economía.

$$Pn = \frac{P_T}{P_{NoT}}$$

$$Pr = \frac{P_T}{P_R}$$

El marco teórico utilizado en esta investigación plantea la existencia de una relación de equilibrio en el largo plazo entre los precios relativos y un set de fundamentos que conforman un sistema de ecuaciones que se puede representar de la siguiente manera:

Donde Pn^* ; Pr^* representan los precios relativos de equilibrio; g es la relación gasto-ingreso; Ra representa la demanda regional, δ representa la productividad relativa del sector transable y RTI es la relación de términos de intercambio.

La evidencia encontrada permite sostener que existen 2 relaciones de cointegración entre los precios relativos y el set de fundamentos. Las estimaciones indican que el precio relativo de los bienes regionales mantiene una relación de equilibrio de largo plazo con el exceso de demanda regional, mientras que el precio relativo de los bienes no transables esta cointegrado con el exceso de demanda regional, la relación consumo-ingreso, y la productividad relativa del sector transable. Los coeficientes estimados indican que todos los fundamentos que integran las relaciones de cointegración tienen una relación inversa con los precios relativos en el largo plazo, tal como sugiere la teoría.

A la luz de los datos obtenidos estos autores analizaran la evolución del TCR externo, que lo definen en términos de los tres tipos de bienes establecidos en el modelo BDL:

$$TCR_{Ext} = \underbrace{EP^*}_{\left(P_{T}^{\alpha} \ P_{D}^{\beta} \ P_{N}^{(1-\alpha-\beta)}\right)} = \underbrace{\left(EP^*\atop P_{T}\right)}_{\left(P_{T}^{\alpha}\right)} \underbrace{\left(P_{T}\atop P_{N}\right)}_{\left(P_{N}^{\alpha}\right)} \underbrace{\left(P_{T}\atop P_{N}\right)}_{\left(1-\alpha-\beta\right)} = DES_{P^*} \ Pr^{\beta} \ Pn^{(1-\alpha-\beta)}$$

Aplicando logaritmo obtienen que:

$$tcr_{ext} = des_{p^*} + [\beta pr + (1-\alpha-\beta)pn]$$

Esta ecuación implica que el TCR_{ext} puede representarse como una combinación lineal de los dos precios relativos definidos en el modelo BDL y del desvío del precio interno de los bienes transables respecto al nivel general de precios externos expresados en la misma moneda. El estudio del orden de integración de los distintos componentes de la ecuación permite realizar un análisis del cumplimiento de la Paridad de Poderes de Compra y de la evolución de los precios relativos

internos de la economía domestica. El cumplimiento de la PPP implica que el TCR_{ext} sea una variable estacionaria, lo que significa que los shocks que recibe tienen un efecto transitorio. Para ello se le realizaron los contrastes ADF de raíces unitarias a todas las variables (incluyendo al TCR_{ext}).

Luego de realizado el ADF los autores encontraron que se puede afirmar que la PPP no es una teoría valida para explicar la evolución del TCR_{ext.} Por otra parte los desvíos del precio interno de los bienes transables respecto al nivel general de precios externos expresados en dólares (desp*) es una variable estacionaria. Teniendo en cuenta estos resultados, las propiedades de los procesos integrados¹ permiten sostener que la no estacionariedad del TCR proviene únicamente de la no estacionariedad de los precios.

Cuadro 2 – Resumen de los determinantes del TCR para Uruguay

Modelo	Autor/es	Determinantes/ variables consideradas	Efecto s/ TCR	Observaciones
Tipo de Cambio Real de Equilibrio en Uruguay	Diego Aboal	Movimientos en el stock real de capital interno (k); en el endeudamiento neto externo (D) y en W que es la riqueza (K-D). Por otro lado, cambios en la productividad, en la estructura temporal del ahorro, en los términos de intercambio y en las tasas de interés internacionales	Reducción en el TCR en la última década del SXX	Se aprecia que si bien al considerar todo el periodo (1986 – 2000) el TCR ajusta, aunque lentamente, a los desequilibrios, en la década del 90 el TCR se comporta como una variable exógena
Un Modelo de Corrección de Errores para el TCR en Uruguay: 1983:l- 2005:IV	Diego Gianelli	Libor a 90 días, tasa activa en m/e, Términos de Intercambio, productividad media del trabajo y relación gasto gobierno/PBI	En lo que refiere al sector interno la relación entre absorción y TCR es inversa, en el sector externo la relación entre la absorción y el TCR es positiva,	El TCRbh surge de considerar la relación histórica entre los fundamentos y el TCR sin preocuparse de que los primeros se encuentren en los niveles que equilibrarían los sectores interno y externo de la economía simultáneamente.
Real (Effective) Exchange Rate in Uruguay: a periodic integration approach	Elizabeth Bucacos	Considera los determinantes de la literatura económica: productividad, consumo, política fiscal, flujo de capitales, tasas de interés domésticas y externas, términos de intercambio y grado de apertura.	Busca determinar si el TCRE es estacionario o no y analiza el componente estacional del TCRE. Para 2003-2006 el patrón estacional que parecería seguir el TCR no es igual año tras año.	
El tipo de cambio real y los precios relativos en un enfoque de tres bienes	Capurro et al.	Precios relativos de bienes transables, no transables y regionales	La PPP no explica la evolución del TCR multilateral	

MARCO TEORICO

I) El modelo desarrollado por Caporale - Ciferri - Girardi

Este modelo ha sido la principal inspiración para nuestra tesis. El modelo busca analizar el rol de los shocks de oferta y de demanda en las fluctuaciones del TCR, uno de los principales indicadores de competitividad internacional.

Se analizan 6 economías latinoamericanas (domésticas), buscando determinar la interacción dinámica de cada una de ellas con la de Estados Unidos. Se utilizan exclusivamente restricciones de largo plazo, las cuales son derivadas de la teoría macroeconómica. Los subíndices i y j se refieren a las variables domésticas y a las variables de USA respectivamente. Se trabaja con variables expresadas en logaritmos.

Se comienza definiendo una función de producción estándar que depende del empleo y la tecnología:

$$y_{it} = \alpha_{1i} + n_{it} + \alpha_{2i}\theta_{it}^{y}$$

$$y_{jt} = \alpha_{1j} + n_{jt} + \alpha_{2j}\theta_{jt}^{y}$$

y: PIB a precios constantes

(1) α_{1i}, α_{1j} : componentes determinísticos que pueden incluir una constante y una tendencia lineal

 n_{it} , n_{it} : insumo trabajo

 $\theta_{it}^{y}, \theta_{it}^{y}$: shocks tecnológicos

A partir de (1) la productividad del trabajo relativa, la comparación entre la productividad media de la mano de obra del país i con la productividad media de la mano de obra de Estados Unidos puede expresarse como:

(2)
$$\pi_{t} = \mathbf{Q}_{it} - n_{it} - \mathbf{Q}_{jt} - n_{jt} = \alpha + \phi_{t}$$

$$\alpha = \alpha_{1i} - \alpha_{1j}$$

$$\phi_{t} = \alpha_{2i}\theta_{it}^{y} - \alpha_{2j}\theta_{jt}^{y}$$

$$\phi_{t} : shock \ a \ la \ tecnología \ relativa$$

Como en Ahmed et al (1993), en el largo plazo se espera que el insumo trabajo se vea afectado por shocks específicos de cada país originados en el mercado de trabajo o en cambios permanentes en las políticas del gobierno:

$$n_{it} = \beta_{1i} + \beta_{2i}\theta_{it}^{n}$$

$$n_{jt} = \beta_{1j} + \beta_{2j}\theta_{jt}^{n}$$

(3) β_{1i} , β_{1j} : componentes determinísticos que pueden incluir una constante y una tendencia lineal θ_{ii}^n , θ_{ji}^n : shocks idiosincrá ticos de la oferta de trabajo

A partir de (3), el nivel relativo de empleo puede ser expresado:

(4)
$$n_{t} = n_{it} - n_{jt} = \beta + \upsilon_{t}$$

$$\beta = \beta_{1i} - \beta_{1j}$$

$$\upsilon_{t} = \beta_{2i}\theta_{it}^{n} - \beta_{2j}\theta_{jt}^{n}$$

$$\upsilon_{t} : shock \ a \ la \ oferta \ de \ trabajo \ relativa$$

También siguiendo a Ahmed et al (1993), se define \tilde{g} como el tamaño del gobierno, como el ratio entre las compras de bienes y servicios del gobierno y el PIB. Tomando la diferencia entre el producto total y el gasto del gobierno obtenemos el producto privado. Considerando el logaritmo de dicho producto en las dos economias :

$$y_{it}^{p} \approx y_{it} - \widetilde{g}_{it}$$

$$(5) \qquad y_{jt}^{p} \approx y_{jt} - \widetilde{g}_{jt}$$

(recordar que se está trabajando con logaritmos) Se utiliza la aproximación ln(1+x) = x

El tamaño del gobierno depende de los shocks de política fiscal a la manera de Ahmed et al,:

(6)
$$\begin{aligned}
\widetilde{g}_{it} &= \gamma_{1i} + \theta_{it}^{y^{p}} + \gamma_{2i} \theta_{jt}^{y^{p}} \\
\widetilde{g}_{jt} &= \gamma_{1j} + \theta_{jt}^{y^{p}} + \gamma_{2j} \theta_{it}^{y^{p}} \\
Los \gamma son constantes \\
\theta_{it}^{y^{p}}, \theta_{jt}^{y^{p}} : shocks fiscales
\end{aligned}$$

Utilizando (2), (4),(5), (6), obtenemos el producto privado relativo:

$$z_{t} = y_{it}^{p} - y_{jt}^{p} = \alpha + \beta - \gamma + \phi_{t} + \upsilon_{t} + \varphi_{t}$$

$$Donde:$$

Para la definición del logaritmo del tipo de cambio real se tienen en cuenta Ahmed et al (1993): el ejercicio de optimización que da lugar a la igualdad entre tasas marginales de sustitución y precios relativos, la condición de equilibrio que relaciona el consumo y la producción privada y las preferencias de los agentes también son objetos de shocks:

(8)
$$\theta_{it}^{q}, \theta_{jt}^{q} : shocks \ a \ las \ preferencias \ de \ los \ agentes$$
$$\eta_{t} = \theta_{jt}^{q} - \theta_{it}^{q} : shock \ a \ las \ preferencias \ relativas$$

Por lo tanto podemos definir al logaritmo del tipo de cambio real como:

(9)
$$q_t = \delta + \mathbf{Q}_{jt}^q - \theta_{it}^q + \mathbf{Q}_{it}^p - \mathbf{y}_{jt}^p$$

Combinando (7), (8) y (9):

$$q_{t} = \alpha + \beta - \gamma + \delta + \phi_{t} + \nu_{t} + \varphi_{t} + \eta_{t}$$

Resumiendo, el TCR depende de los shocks que afectan a la tecnología, la oferta de trabajo, al sector fiscal y a las preferencias de los consumidores.

La estimación de este modelo sirve para determinar qué teoría de tipo de cambio real se ajusta

mejor a los datos. ¿La dinámica del tipo de cambio real se ve determinada principalmente por

factores de oferta, por los shocks ϕ_t, \mathcal{V}_t ? ¿También inciden los factores de demanda, como el shock

 φ_t , en la evolución del tipo de cambio real? ¿Son los shocks a las preferencias los que tienen más

fuerza?

II) El Modelo Harrod - Balassa - Samuelson

Este modelo privilegia el lado de la oferta a la hora de explicar la dinámica del tipo de cambio real.

Se considera un mundo con libre movilidad de capitales y cumplimiento de la ley de un solo precio

para los bienes transables (BT). En ese marco es posible que las diferencias de productividad entre

sectores expliquen las diferencias en los niveles de precios entre países.

Este modelo es conocido también como el modelo de "diferenciales de productividad" y dice que si

nuestra productividad en el sector productor de bienes transables aumenta, entonces es una

condición de equilibrio que el TCR caiga.

Sea A_T la productividad en el sector de bienes transables.

Sean además los precios iguales al costo de producción: W_T/ A_T = P_T

De igual forma expresamos la ecuación para los bienes no transables: $W_{NT}/A_{NT} = P_{NT}$

Suponemos que ambos sectores operan en el mismo mercado de trabajo, por lo cual pagarán el

mismo salario: W_T = W_{NT} = W. Dado que suponemos que el trabajo es el único factor de producción,

y es perfectamente móvil entre sectores, el precio de los bienes NT estará enteramente determinado

por este nivel de salario.

Si el salario es el mismo en ambos mercados entonces: W/ A_{NT} = P_{NT} : W/ A_T = P_T

Entonces operando llegamos a que: $P_T . A_{T=} P_{NT} . A_{NT}$

Con lo cual: $P_T/P_{NT} = A_{NT}/A_T$

Se define $h = A_T / A_{NT}$ como la relación de productividad de la mano de obra aplicada a los sectores

de producción transable y de producción no transable.

34

La variable h tiende a aumentar debido a que la productividad en el sector de bienes transables suele incrementarse ya que este sector es más intensivo en capital y más propenso a incorporar adelantos tecnológicos.

Definamos h* como la relación de productividad de la mano de obra aplicada a los sectores de producción transable y de producción no transable en el resto del mundo.

Sea R el TCR:

$$R = \frac{\frac{P^*}{P_T^*}}{\frac{P}{P_T}} con \ los \ bienes \ transables \ como \ numerario \ y \quad P_T^* = P_T = 1$$

$$R = \frac{\underbrace{P_{NT}^*}_{NT} \underbrace{P_T^*}_{T}^*}{\underbrace{P_{NT}^*}_{NT} \underbrace{P_T^*}_{T}^*} = \underbrace{\left(\frac{P_{NT}^*}{P_T^*}\right)^{\beta}}_{\left(\frac{P_{NT}}{P_T}\right)^{\alpha}} = \frac{A_T^*}{A_{NT}^*} = \frac{h^*}{h}$$

Por lo tanto el TCR será una función decreciente de h y creciente de h*

En este modelo hay una relación muy clara entre precios y productividades. Supongamos que h aumenta, esto se debe a que la productividad del sector no transable es relativamente constante, pero la industria transable es cada vez mas eficiente; esto es que A_{NT} es más o menos constante, mientras que A_{T} es estrictamente creciente.

Entonces, partiendo de esta ecuación: $P_T/P_{NT} = A_{NT}/A_T$, vemos que P_T/P_{NT} tiende a caer. La industria que produce bienes comercializables se vuelve más productiva, por lo que va a pagar mejores salarios, por lo que W aumenta. El costo de producir bienes no transables crece. Este aumento de costo se puede pasar al precio de los rubros no transables. El precio de los transables, en cambio, es un dato. Viene dado internacionalmente.

$$\log R = \beta \log (*) - \alpha \log (*)$$

$$d (\log R) = \beta d (\log (*) - \alpha d (\log (*))$$

$$\frac{dR}{R} = \beta \frac{dh^*}{h^*} - \alpha \frac{dh}{h}$$

La variación del TCR depende de la variación del diferencial de productividades entre la economía doméstica y la del resto del mundo.

La idea fundamental de la teoría de HBS es que países con productividad más elevada en los bienes transables tendrán también precios más elevados de los bienes no transables. Es decir, países con productividad de transables creciendo más rápido que el resto del mundo tendrán un TCR apreciándose.

El análisis muestra que una apreciación del TCR no implica una pérdida de competitividad, sino que es consecuencia de la mayor productividad, pues el poder adquisitivo de los salarios en términos de los bienes externos sube. Es así que los bienes no transables serán más caros en los países más eficientes, es decir más productivos.

Es esperable que los diferenciales de productividad entre países se verifiquen en el sector de bienes transables, ya que son estos los que difieren más entre las economías. Así como también es esperable no encontrar diferencias importantes en la productividad de los sectores no transables entre países.

En resumen, dos conclusiones principales se desprenden de este modelo: la primera se refiere a que en un país cuya productividad crece más rápidamente que la del resto del mundo, tenderá a haber un tipo de cambio real que se aprecia. La segunda, es que la evolución del tipo de cambio depende exclusivamente de diferencias en tecnología, es decir, se dan en el lado de la oferta, y los elementos de la demanda no juegan un papel relativamente relevante.

III) El modelo de Elbadawi

En este modelo los factores de demanda influyen sobre el tipo de cambio real. Sostiene Elbadawi que el TCR no solo estará afectado por el valor de los fundamentos en el presente, sino también por

el valor esperado de estas variables. Es así como se mueve en respuesta a cambios de política y a otros movimientos exógenos en las variables que lo determinan. Sin embargo en el corto plazo también puede variar en respuesta a cambios en variables que no son los fundamentos.

El modelo presentado comienza con la definición de la absorción doméstica:

(1)
$$A = EXP_G + EXP_P,$$

siendo el primer sumando el gasto público doméstico y el segundo el gasto privado. El primero se considera una variable de política y viene dado como un ratio fijo respecto al PBI:

(2)
$$EXP_G = g*Y$$

El gasto del gobierno en bienes N, EXP_{GN}, viene dado como un coeficiente fijo respecto al gasto total del gobierno:

(3)
$$EXP_{GN} = g_N * EXP_G = g_N * g * Y$$

Por su parte, el ratio del gasto del sector privado en N en relación al total del gasto privado: EXP_{PN}/EXP_P , es determinado endógenamente como función de los precios domésticos de las exportaciones (P_x) , importaciones (P_m) , y no transables (P_N) .

(4)
$$EXP_{PN} = d_{PN}(P_x, P_m, P_N)*EXP_P = d_{PN}(P_x, P_m, P_N)*[A - g*Y]$$

Entonces tomando las ecuaciones 3 y 4 podemos determinar la demanda para los bienes N:

(5)
$$EXP_N = EXP_{PN} + EXP_{GN} = d_{PN} (P_x, P_m, P_N)^* [A - g^*Y] + g_N^*g^*Y$$

La oferta de bienes no transables en relación al producto también se especifica como función de los 3 precios:

(6)
$$S_N = S_N (P_x, P_m, P_N) * Y$$

y la ecuación 7 muestra el equilibrio en el mercado N ($S_N = EXP_N$):

(7)
$$S_N(P_x, P_m, P_N) = d_{PN}(P_x, P_m, P_N) * [(A/Y) - g] + g_N * g$$

Suponemos que los precios internacionales de los bienes X y M son: P^*_x y P^*_m respectivamente. En una economía pequeña y abierta esos precios son considerados dados. Es así que para un set de tipos de cambio y políticas comerciales, los precios domésticos P_x y P_m son determinados por los precios anteriores. Se define E como el tipo de cambio nominal y t_x y t_m como las tasas de impuestos de exportaciones e importaciones. Los precios y el tipo de cambio real se definen a continuación:

(8)
$$P_x = E(1-t_x) P_x^*$$

(9)
$$P_m = E(1 + t_m) P_m^*$$

(10)
$$e = P_N/E * P_x *^{\alpha} * P_m *^{1-\alpha}$$

El nivel de TCR que surge de resolver las ecuaciones anteriores asegura el equilibrio en el mercado de no transables. Luego se presenta el TCR como función de los fundamentos:

(11)
$$e = e (A/Y, TOT, t_x, t_m, EXP_{GN}/EXP_G, EXP_G/Y)$$

donde TOT son los términos de intercambio.

Respecto al impacto que cada fundamento tiene sobre la variable dependiente, se sugiere que mayores niveles del ratio doméstico de absorción respecto al PBI, mayores impuestos al comercio exterior y mayor gasto del gobierno en bienes N, son consistentes con una apreciación del TCR de equilibrio. Por otro lado, no es posible determinar a priori los efectos que tienen sobre el TCR los cambios en los términos de intercambio (TI) y en el ratio de gasto público respecto al producto. Sin embargo, es esperable que (observado empíricamente) mejores términos de intercambio y mayores ratios gasto público/ producto operen en la dirección de apreciación del TCR, porque el efecto ingreso tiende a ser mayor al efecto sustitución en los TI y en cuanto al gasto público, este suele ser relativamente más intensivo en bienes N.

El autor va más allá de esta definición, ya que reconoce que en la solución obtenida como TCR de equilibrio no está considerado el efecto de la evolución anticipada de los fundamentos, tampoco muestra como internalizar el concepto de "sustentabilidad" de los mismos, ni la dinámica del TCR

alrededor de su equilibrio. Yendo en esa dirección, replantea la ecuación (11) que sirve para seguir adelante con el análisis:

$$(12) \quad \log e = \alpha_0 + \alpha_1 \log(\text{TOT}) - \alpha_2 \log(\text{OPEN}) + \alpha_3 \log(\text{A/PBI}) + \alpha_4 \log (G* \text{EXP / PBI})$$

$$+ \alpha_5 \log \left[(\text{CURR} * G * \text{EXP}) / G * \text{EXP} \right]$$

donde: OPEN se refiere al grado de apertura de la economía: (EXPORTS + IMPORTS) / PBI y es utilizado como un proxy de la política comercial. A pesar de que esta se presenta como la ecuación indicada para el valor presente y sustentable de los argumentos, se señala que es necesario endogeneizar la variable A (absorción) para completar el modelo; esto se realiza relacionando a A con el nivel de ingreso neto de capitales sustentable y la tasa de interés. Se muestra como afectan estas variables a la absorción: un aumento en el ingreso neto de capitales (sustentable) permite un mayor grado de absorción, también sustentable; por su parte, un incremento de la tasa de interés real, ya sea a través de un aumento de la tasa internacional o a través de un aumento en la tasa esperada de depreciación real respecto a la actual, aumenta la demanda de ahorro y esto reduce la absorción. Tomando en cuenta las variables anteriores, se arriba a la siguiente definición:

$$\begin{split} \text{(13)} \quad \log \, e_t - \lambda_t \log \, e_{t+1} &= \delta_0 + \delta_1 \log (\text{TOT})_t - \delta_2 \log (\text{OPEN})_t + \delta_3 (\text{NKI/PBI})_t + \\ &+ \delta_4 \log \, (\text{G* EXP/ PBI})_t + \delta_5 \log \, [(\text{CURR* G* EXP})/\text{G* EXP}]_t \end{split}$$

siendo NKI una medida de la entrada de capitales sustentable. Se prescinde de la tasa de interés internacional en la ecuación por considerarse que no está claro cuál es la tasa más relevante para un país dado. El TCR de equilibrio es el valor de TCR que satisface la ecuación anterior para valores sustentables de las variables independientes. Se puede resolver hacia el futuro con sustitución recursiva. El autor sostiene que si el vector de fundamentos conteniendo los valores sustentables de los mismos son estacionarios en primeras diferencias I(1) entonces existe una relación de cointegración entre el TCR de equilibrio y los fundamentos "sustentables".

IV) El modelo de Stockman

Referirnos al modelo desarrollado por Stockman (1980) es importante cuando analizamos el impacto de los shocks de preferencias sobre el tipo de cambio real. El modelo se basa en la

determinación simultánea del tipo de cambio y de los precios relativos de los distintos bienes en el comercio internacional en un marco de expectativas racionales.

El análisis de Stockman muestra como un cambio en los términos de intercambio -ocasionado por movimientos en la oferta o en la demanda relativa- se divide entre los cambios de los precios nominales en cada país y la variación en el tipo de cambio.

No nos extenderemos en este modelo, sino que mencionaremos sintéticamente las conclusiones del mismo porque nos interesa que incluye shocks de preferencias. Nuestro modelo de base es un modelo de variables reales, y por lo tanto no considera variables monetarias.

El modelo de Stockman considera un mundo de dos países, dos bienes y dos monedas. En el país 1 solo se produce el bien 1 pero los agentes consumen el bien 1 y el bien 2, y una situación análoga ocurre en el país 2. Por lo tanto se puede decir que hay una completa especialización en la producción pero el comercio permite a las personas consumir ambos bienes.

Sea (M_1^*, M_2^*) las cantidades nominales de dinero emitida por cada uno de los gobiernos, sea (P_1, P_2) el precio de los bienes 1 y 2 y sea e_t el precio del dinero del país 2 expresado en la moneda del país 1. El país 1 será el país domestico, por lo tanto e_t es el tipo de cambio.

El precio relativo del bien 1 en términos del bien 2 será: $T = P_1/e_t$. P_2 ; y supongamos que ocurre un cambio en la demanda ocasionado por un cambio exógeno de las preferencias de los consumidores, produciéndose una disminución de la demanda del bien 1 y un aumento de la demanda del bien 2 (consideraremos en principio M_1/P_1 ; M_2/P_2 constante en el tiempo). Por lo tanto la caída en los términos de intercambio, T, solo puede ocurrir por un aumento en el tipo de cambio, e, correspondiente a una depreciación de la moneda doméstica. Posteriormente el modelo flexibilizará el supuesto de que la demanda real de dinero es constante, pero igualmente se validará la conclusión de que cambios en la oferta y en la demanda de bienes inducen a variaciones en el tipo de cambio. Este resultado se generalizará y llegaremos a que los cambios en el precio relativo T (debido a cambios de oferta y de demanda de bienes) ocurrirá parcialmente por un cambio en e y parcialmente por cambios en P_1 , P_2 .

METODOLOGIA

El modelo asume que las cuatro variables: productividad relativa; empleo relativo, producto privado relativo y tipo de cambio real; son guiadas por tres tendencias estocásticas comunes en el largo plazo: ϕ_t (shock tecnológico), υ_t (shock de oferta de trabajo), ϕ_t (shock fiscal). Estas tendencias evolucionan en el tiempo de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\phi t = \phi_{t-1} + \varepsilon_t^{\phi} = \phi_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\phi};$$

$$\upsilon t = \upsilon_{t-1} + \varepsilon_t^{\upsilon} = \upsilon_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\upsilon};$$

$$\varphi t = \varphi_{t-1} + \varepsilon_t^{\varphi} = \varphi_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\varphi}$$

Donde ϕ_0 , v_0 , ϕ_0 son las condiciones iniciales y los ε 's son procesos ruidos blancos incorrelacionados, tal que $E(\varepsilon_t^l)=0$; $E(\varepsilon_t^l)^2=\sigma_{\varepsilon^l}^2$; $E(\varepsilon_t^l\varepsilon_s^l)=0$ para $t\neq s$ con t=0, t=0, t=0, t=0 modelo también contiene el componente estocástico transitorio t=0, t=0

$$\eta_t = \eta_{t-1} + \varepsilon_t^{\eta} = \varepsilon_t^{\eta} / (1 - \rho L)$$

con ρ <1, donde ε_t^{η} es un proceso ruido blanco incorrelacionado.

Para encontrar el estado estacionario del modelo, los valores iniciales de todos los shocks permanentes ϕ_0 , υ_0 , ϕ_0 , junto con el componente determinísticos de todas las variables del modelo teórico $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ son fijadas iguales a 0. Por lo tanto, el estado estacionario puede ser presentado como:

$$\begin{bmatrix} \Pi_{t} \\ \eta_{t} \\ z_{t} \\ q_{t} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{t} \\ \upsilon_{t} \\ \phi_{t} \end{pmatrix}$$

Esta estructura de largo plazo muestra que no sólo los shocks originados del lado de la oferta, sino también desde la demanda (shocks fiscales) pueden llevar a cambios permanentes en el estado estacionario del sistema. En cambio, se asume que los shocks de preferencias relativas tienen efectos transitorios en el nivel de las variables.

Relaciones de largo plazo entre variables

La elección de la técnica econométrica utilizada en el estudio de los determinantes del tipo de cambio real depende de las características de las series involucradas. Como en nuestro análisis obtuvimos series no estacionarias, realizamos el estudio de las relaciones de largo plazo a través de las técnicas de cointegración de Johansen. Esta metodología se utiliza cuando se estudia la relación entre tres y más variables ya que permite analizar la presencia de más de un vector cointegrador.

La teoría económica distingue a menudo relaciones entre las variables económicas que se mantienen por períodos relativamente cortos de tiempo, llamadas "de corto plazo", de aquellas que persisten en el largo plazo, conocidas como "relaciones de equilibrio de largo plazo", a las cuales un sistema converge en el tiempo, aunque pueda ser perturbado en el corto plazo por shocks o innovaciones.

Aún si los shocks al sistema económico ocurrieran constantemente, apartándolo del equilibrio, es importante, al especificar el modelo econométrico, tener en cuenta el concepto de equilibrio de largo plazo entre variables económicas postulado por la teoría. Esta idea es fundamental para el concepto de cointegración. En caso de que exista la relación de equilibrio estable, la divergencia respecto a ese estado debe estar estocásticamente acotada, y disminuir en algún momento del tiempo.

Desde el punto de vista econométrico, se dice que dos o más series que son no estacionarias de orden I(1) están cointegradas si existe una combinación lineal de esas series que sea estacionaria, es decir I(0). El vector de coeficientes que crea esta serie estacionaria es el vector de cointegración.

Para modelizar las relaciones entre variables no estacionarias cointegradas tenemos que plantear un modelo que tenga en cuenta que dichas variables mantienen tanto relaciones a corto plazo como a largo plazo. En este trabajo solamente nos interesa la relación de largo plazo entre las variables consideradas.

Partiendo del siguiente modelo de regresión: $[Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t]$, podemos expresar la relación de largo plazo como: $\hat{u}_t = Y_t - \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_t$, ya que como Y y X están cointegradas, por definición $\hat{u}t \sim I(0)$. Cuando existe al menos una relación de cointegración entre un conjunto de variables, los residuos del modelo de largo plazo son estacionarios. Esto implica que los desvíos respecto a la relación de equilibrio son transitorios, o en otras palabras, existe un mecanismo en el sistema de ecuaciones que asegura el retorno al equilibrio.

Dado que tenemos un sistema con más de dos variables (y por lo tanto podemos llegar a obtener más de una relación de cointegración) se utiliza el test de Johansen para su análisis. Así, asumiremos que tenemos tres variables $Z_t = [Y_t, X_t, W_t]$; formalmente, el enfoque propuesto por Johansen (para variables I(1)) consiste en contrastar el rango de la matriz 3x3 de coeficientes de largo plazo Π en el siguiente modelo:

$$\Delta Z_t = \Gamma_1 \Delta Z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta Z_{t-2} + \ldots + \Gamma_{k-1} \Delta Z_{t-k-1} + \Pi Z_{t-1} + u_t$$

La matriz Π contiene información sobre las relaciones de largo plazo; siendo r<n el rango de Π podemos descomponer dicha matriz como $\Pi = \alpha \beta$ ' donde α y β recogen los denominados coeficientes de ajuste y los coeficientes de los vectores de cointegración respectivamente.

En definitiva, si se tienen k variables integradas de primer orden, podremos esperar de cero a (k-1) vectores de cointegración linealmente independientes.

Definición de las ecuaciones

A continuación haremos una breve descripción de las fuentes de información utilizadas y posteriormente plantearemos la metodología elegida para nuestro análisis de datos. Las series temporales empleadas se extienden desde el primer trimestre del año 1989 hasta el último trimestre de 2008 (1989Q1 – 2008Q4). Las razones para elegir dicho período se basan básicamente en la disponibilidad y acceso a la información de los países seleccionados.

Para analizar los determinantes del TCR del Uruguay en el período de estudio, se consideraron los socios comerciales más relevantes para nuestra economía y <u>se definieron las ecuaciones de productividad relativa, empleo relativo, producto privado relativo y TCR</u>. Los países seleccionados

fueron Argentina, Brasil, EE.UU., Alemania, Francia e Italia. Tuvimos que descartar algún país por problemas de disponibilidad de datos.

Las mencionadas ecuaciones surgieron de aplicar el modelo de Caporale, Ciferri y Gerardi (2008), descrito en nuestro marco teórico. Las ecuaciones originales se presentan a continuación:

<u>Variable</u>	<u>Especificación</u>
Productividad relativa	$\pi_t^i = (\ln Y_t^i - \ln N_t^i) - (\ln Y_t^{US} - \ln N_t^{US})$
Empleo relativo	$n_t^i = \ln N_t^i - \ln N_t^{US}$
Producto privado relativo	$z_t^i = \ln [Y_t^i (1 - G_t^i)] - \ln [Y_t^{US} (1 - G_t^{US})]$
Tipo de cambio real (TCR)	$q_t^i = \ln E_t^i + (\ln P_t^{US} - \ln P_t^i)$

El sufijo "i" indica cada uno de los países de América Latina considerados por los autores, mientras que el sufijo US representa a la economía con la que se los compara vis a vis. En cambio en nuestro análisis, comparamos a Uruguay con el resto del mundo seleccionado considerado como un agregado. No se consideran relaciones entre Uruguay y cada uno de los países incluidos en el resto del mundo considerado relevante para Uruguay.

Es así que dichas ecuaciones formuladas para nuestra economía se definen de la siguiente manera:

<u>Variable</u>	<u>Especificación</u>
Productividad relativa	$\pi_t^{UY} = [\ln(Y_t^{UY}) - \ln(N_t^{UY})] - \Sigma_i \text{ pond}_{it} [\ln(Y_{it}) - \ln(N_{it})]$
Empleo relativo	$n_{t}^{UY} = lnN_{t}^{UY} - lnN_{t}^{RM}$
Producto privado relativo	$z_{t}^{UY} = [\ln(Y_{t}^{UY}) - \alpha^{UY}] - \Sigma_{i} \text{ pond}_{it} [\ln(Y_{it}) - \alpha_{i}]$
Tipo de cambio real (TCR)	$q_{t}^{UY} = \ln \left\{ \frac{\left[\sum_{i} pond_{it} \left(IPC_{it} / E_{it} \right) \right]}{\left(IPC_{t}^{UY} / E_{t}^{UY} \right)} \right\}$

El sufijo "i" expresa cada una de las economías consideradas como resto del mundo.

 Y_t es el producto bruto interno (PBI) en el período t a precios constantes; N_t el nivel de empleo medido en miles de personas; E_t es el tipo de cambio nominal; IPC_t el índice de precios al consumo en el período t. La variable α representa la proporción de gasto público en consumo e inversión respecto al PBI en cada economía. Cabe aclarar que se decidió incluir la inversión pública en el "share" del gobierno aunque este componente no está incluido en el modelo tomado como

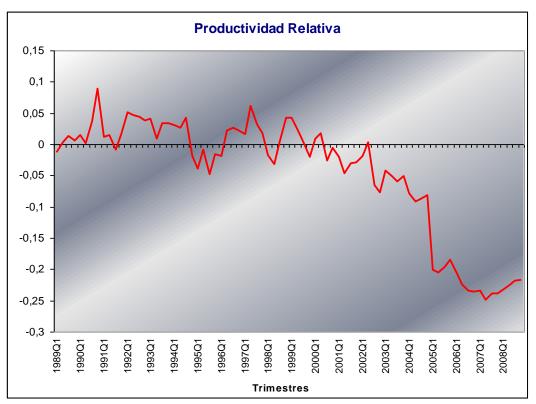
referencia. Esto se debe a que consideramos como mejor aproximación para obtener el producto privado la inclusión de dicha variable en el gasto público.

Debido a las dificultades encontradas a la hora de recolectar los datos necesarios para el análisis — muchas veces a causa de información parcial o incompleta- debimos recurrir a múltiples fuentes de información estadística. En los casos en que observaciones trimestrales no estuvieron disponibles recurrimos a interpolar los datos anuales (serie de empleo de Argentina, y consumo público de Brasil). La mayoría de las series de tipo de cambio nominal, índices de precios al consumo, consumo público y PBI fueron extraídas del IMF International Financial Statistics Database (IFS). En el caso de Argentina resultó particularmente dificultoso encontrar la información completa para las diversas series necesarias, por lo que debimos recurrir a distintas fuentes de ese país: Ministerio de Economía (MECON), Instituto de Estadística y Censo (INDEC), así como Banco Central de la República Argentina (BCRA) y en el caso particular del IPC apelamos a "IPC Mendoza" para el año 2006 e IPC Ecolatina para el 2008, ya que es públicamente sabido que la información brindada por el INDEC respecto a este tema no es confiable. En cuanto a Brasil, encontramos nutrida información en IPEADATA (www.ipeadata.gov.br). Para los países europeos y EE.UU. la página de la OCDE proporcionó la información sobre inversión pública y PBI a precios corrientes.

Una vez obtenidas las ecuaciones del modelo se procedió a realizar su desestacionalización con el programa econométrico DEMETRA, como fue realizado por los autores del modelo de referencia.

Las variables están expresadas en índice con base año 2000=100, a excepción del coeficiente α . Para el cálculo de la proporción del gasto público en relación al PBI se usaron las variables a precios corrientes. En el caso de Uruguay, tanto para el consumo del gobierno, la inversión pública y el PBI, se utilizaron las series publicadas recientemente por el BCU con una nueva metodología y nueva base (base 2005=100). Para los datos anteriores a 2005 las series fueron empalmadas.

Grafico 1



Fuente: Elaboración Propia (serie desestacionalizada)

La ecuación 1 muestra la productividad relativa de la economía medida como la diferencia entre el PBI y el empleo en nuestro país en comparación con la misma relación en el resto del mundo. Esta última se obtiene como la sumatoria de las diferencias en cada uno de los países multiplicadas por sus respectivos ponderadores. Se utilizaron los ponderadores elaborados por el BCU y se recalcularon tal que la suma de los pesos relativos del nuevo resto del mundo (restringido) para nuestro país sea igual a la unidad. Estos ponderadores son utilizados para el cálculo de todas las variables involucradas en nuestro análisis.

Para calcular los ponderadores, el BCU le asigna ponderaciones propias a cada año del período de tiempo considerado que refleja información de balanza de pagos del año anterior. Para los países de la Unión Europea, y Estados Unidos, las ponderaciones asignadas a cada año del lapso estudiado surgen de la importancia que los países considerados tienen en el comercio exterior uruguayo de bienes (exportaciones más importaciones) del año anterior. Para determinar el peso asignado a los precios argentinos y brasileños no sólo se considera a las exportaciones e importaciones de bienes.

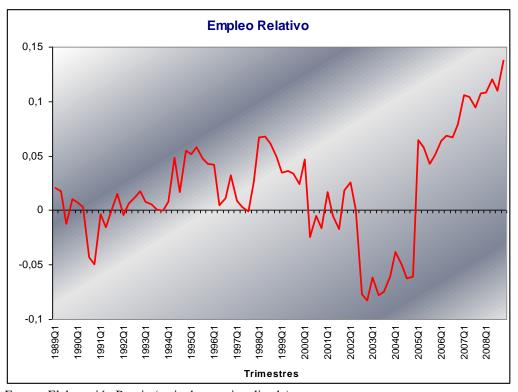
_

 $^{^{\}rm 1}$ Los ponderados originales de los países seleccionados suman 0,888

Se tiene en cuenta, además, estimaciones de los créditos y débitos del rubro Viajes de la Balanza de Pagos uruguaya que tendrían que ver con Argentina y Brasil.

En la siguiente ecuación se calcula el empleo relativo. Con una metodología análoga al caso de la ecuación anterior, calculamos la diferencia entre el empleo en nuestro país y el del resto del mundo. Para obtener la variable "RM" en la ecuación 2, se realizó la sumatoria en i de la multiplicación del ponderador por la variable empleo para cada país.

Grafico 2

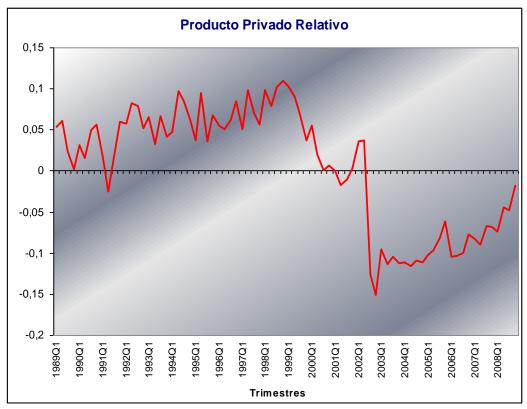


Fuente: Elaboración Propia (serie desestacionalizada)

En el caso de esta variable, la gráfica muestra también una caída pronunciada a partir de 2001, pero una marcada recuperación a partir de 2004, que hace que más que se compense la caída registrada. De hecho, en los últimos años, en particular en la etapa de recuperación económica luego de la crisis de 2002, se observa un aumento sostenido del empleo relativo que llega a valores elevados.

La ecuación 3 corresponde al producto privado relativo: análogamente al cálculo de la ecuación 1, se obtiene la diferencia entre el producto privado en Uruguay y en el resto del mundo. A su vez, cada uno de estos términos se calcula como la resta entre el PBI y el *share* correspondiente.

Grafico 3



Fuente: Elaboración Propia (serie desestacionalizada)

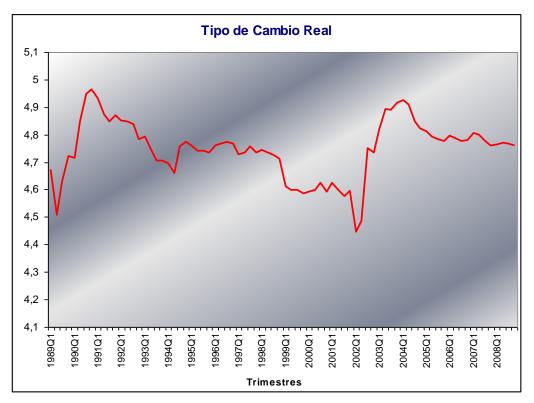
La representación gráfica del producto privado relativo muestra, análogamente a lo que se pudo observar para el caso del empleo relativo, que se produce una profunda caída en 2002, para luego recuperarse. Sí se distingue del caso anterior en que los niveles de la recuperación son mucho más modestos, no alcanzándose los niveles previos a la crisis. Si bien la recuperación parece ser sostenida, lo hace de una forma relativamente más lenta que la variable anterior.

En el caso de la última ecuación, se calculó el tipo de cambio real. Se consolidaron en el numerador los precios expresados en dólares del resto del mundo. Los precios expresados en dólares se calculan como el cociente entre el IPC de cada país sobre su tipo de cambio nominal. Se realizó la suma ponderada de estos cocientes. En el denominador, calculamos la misma relación para Uruguay. Siguiendo la metodología habitual para el cálculo del TCR en nuestro país, fueron considerados para el caso de Argentina y Brasil los tipo de cambio paralelos. Para poder comparar la evolución de precios de distintos países, la metodología del BCU los expresa en la misma moneda. La moneda elegida es el dólar norteamericano. Los índices de capacidad de competencia elaborados en el BCU tienen implícita una comparación entre la evolución de ciertos precios

expresados en dólares de nuestros principales socios comerciales y el comportamiento de los precios minoristas uruguayos también expresados en dólares.

En general, se recurrió a las series de arbitrajes para calcular los índices de tipo de cambio utilizados para poder determinar la evolución de los distintos precios elegidos si se los expresara en dólares. En los casos de Argentina y Brasil, en cambio, se elaboraron índices de tipo de cambio paralelo. El funcionamiento de los mercados cambiarios de estos países en los ochenta hacía que dicho proceder fuera particularmente acertado. Los índices de tipo de cambio paralelo surgen de comparar la evolución del precio del dólar norteamericano y de la moneda argentina o brasileña en el mercado de cambios uruguayo.

Grafico 4



Fuente: Elaboración Propia (serie desestacionalizada)

Si analizamos la situación del TCR de Uruguay para el periodo considerado podemos observar en el grafico que nuestro país venía perdiendo competitividad al final de la década de 1980 frente a sus socios comerciales. Se observa un sensible aumento del TCR en Uruguay a inicios del 1990 que se ve rápidamente atenuado, y en los años subsiguientes muestra una trayectoria con tendencia decreciente hasta el primer trimestre del año 2002, en que sufre una sensible depreciación en el tercer trimestre que equivale a un 32%. Este aumento continúa hasta finales de 2004, donde se

observa que el TCR comienza a apreciarse. En la última etapa del período se observa una relativa estabilidad del TCR aunque con tendencia a la baja.

Orden de integración de las series utilizadas

Se utilizó el test de Dicky – Fuller Aumentado (ADF 1979) para determinar si se trata de series con raíz unitaria, y en dicho caso, qué grado de integración presentan. Para todos los análisis de datos realizados, se utilizó el paquete estadístico Eviews en su versión 4.1. A continuación se presenta un resumen de los resultados de las salidas del ADF; la información completa se encuentra en el anexo econométrico.

Test de Raíz Unitaria Dickey - Fuller Aumentado (ADF) H₀ = Existencia de raíz unitaria

Variable	Valor del estadístico en niveles	Rech. H0 al 95%	Lags (min AIC)	Valor del estadístico en primera diferencia	Rech. al 95%	Lags (min AIC)
Productividad Relativa (PVIDAD)	-2,6387	No	4	-7,8186	Si	4
Empleo Relativo (EMP)	-1,4689	No	8	-9,8110	Si	8
Producto Privado (PRODD)	-1,2936	No	4	-8,3449	Si	4
TCR	-2,389	No	1	-8,8548	Si	1

Los resultados de las salidas arrojaron que todas las ecuaciones analizadas son no estacionarias en niveles, en todas las especificaciones (con constante, con constante y tendencia y sin constante ni tendencia). En el cuadro resumen se expusieron los datos correspondientes a cada ecuación. Cuando se realizó el test en primera diferencia obtuvimos estacionariedad demostrando que las series son I(1) en todos los casos.

Respecto al resultado de rechazo de la hipótesis nula al realizar el ADF a la primera diferencia, cabe mencionar que los test de raíces unitarias tienen poco poder para rechazar la hipótesis nula cuando se realiza el test ADF al modelo menos restrictivo (que es el que tiene constante y tendencia). Entonces si la hipótesis nula de raíz unitaria en ese caso es rechazada, como sucedió en nuestro modelo, se concluye que la serie no tiene una raíz unitaria y por lo tanto nuestra serie es I(1).

Por otro lado, somos conscientes de que al realizar tests de raíz unitaria, hay que tener especial cuidado si se sospecha que un cambio estructural puede haber tenido lugar. Cuando estos cambios estructurales ocurren, los resultados del test son sesgados hacia el no rechazo de la raíz unitaria.

Luego de realizado el análisis univariante de las series se procedió a investigar si existe una relación de largo plazo entre las variables consideradas.

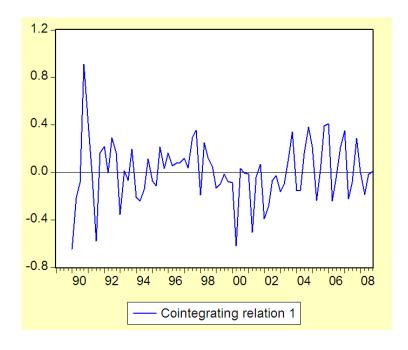
Cuando en un modelo tenemos más de dos variables, como en nuestro caso, existe la posibilidad de tener más de un vector de cointegración (para n variables podemos tener hasta n-1 vectores de cointegración). Para este tipo de análisis corresponde utilizar el test de Johansen para ecuaciones múltiples. Cuando realizamos dicho test encontramos que existe una única relación de largo plazo entre las variables, o lo que es lo mismo, una sola relación de cointegración al 5%. Esto implica que las variables están relacionadas en el largo plazo entre sí, pero en el corto plazo pueden existir desvíos de ese equilibrio. Este resultado es consistente con lo establecido en el marco teórico de referencia, ya que los autores italianos también encontraron una relación de cointegración entre las variables consideradas.

Se presenta el cuadro con la salida del test Johansen con los valores del estadístico de la traza y del Máx Eigenvalue, mostrando la existencia de una relación de cointegración con ambos criterios.

TCR – Test Johansen				
	Critical Critical			Critical
Ho) rango $=$ r	Trace Test Value Max Tes		Max Test	Value
r = 0*	56,63297	53,12	31,97500	28,14
r = 1	24,65797	34,91	12,68396	22,00
r = 2	11,97401	19,96	9,895442	15,67
r = 3	2,078572	9,24	2,078572	9,24

^{*}Denota rechazo de la hipótesis nula al nivel del 5%

Grafico 5



En la especificación utilizada para realizar las pruebas de Johansen de traza y valor característico se incluyó un término constante e intervenciones correspondientes a acontecimientos anómalos. Dado que los residuos del modelo estimado inicialmente presentan problemas de normalidad, se procedió a realizar el análisis de intervención del modelo con el objetivo de corregir los efectos de posibles observaciones atípicas (outliers). Se hizo una selección primaria de observaciones atípicas a través de la interpretación gráfica. Luego se eligieron aquellas que presentaban valores del estadístico t mayores a 1,96 en alguna de las variables. Se tuvo en cuenta asimismo que el número de outliers incluidos no superara el 5% del total de las observaciones. Las mismas corresponden al segundo trimestre del año 2000, primer y tercer trimestres de 2002 y primer trimestre de 2005.

Alcance y Limitaciones

Es importante mencionar que el modelo base de nuestro trabajo- (Caporale, G., Ciferri, D., Girardi, A.; (2008)-utiliza ciertas restricciones para la identificación estructural del modelo utilizado y así analizar el impacto sobre el TCR de los shocks presentes en el modelo teórico planteado (en particular los shocks fiscales). Los investigadores italianos también utilizaron la metodología de *common trends* y recurrieron al programa CATS (Cointegration Analysis Time Series).

Nosotras no aplicamos ni tales restricciones ni tal metodología ya que entendimos que en ese caso se hubiera superado el alcance de una tesis de grado, por lo que se decidió analizar si había una

relación de cointegración entre las variables utilizadas y detenernos en la relación existente entre cointegración y tendencias comunes.

No llegamos a la identificación estructural de un modelo a partir de las variables utilizadas. Por ello no contamos con una estimación de shocks estructurales. No estimamos ni el shock tecnológico relativo, ni el shock a la fuerza de trabajo relativa ni el shock fiscal relativo y por lo tanto no podemos llegar a una conclusión sobre el impacto de estos shocks en la evolución del tipo de cambio real.

En nuestro caso, la magnitud y signo de los coeficientes beta del análisis de cointegración presentados en el anexo econométrico no explicarían la relación de largo plazo entre las variables utilizadas. Si bien dichos coeficientes resultan ser significativos, sugiriendo que efectivamente existe una relación de largo plazo que involucra a todas las variables consideradas, la interpretación usual de signo y magnitud de dichos coeficientes no tendría en este caso la utilidad que se le asigna habitualmente.

CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo fue estudiar si para Uruguay, entre 1989 y 2008, se podía encontrar una relación de largo plazo en el sistema de variables formado por el TCR, la productividad relativa, el empleo relativo y el producto privado relativo. Aplicando parcialmente las técnicas de Johansen para realizar tests de cointegración arribamos a que efectivamente existe para la economía uruguaya en el período considerado una relación de largo plazo entre las variables consideradas. Los resultados permitirían sostener que existe una relación de cointegración entre las cuatro variables consideradas, o sea, que hay tres tendencias estocásticas comunes que afectan la evolución en el tiempo del conjunto de series considerado. La existencia de la relación de cointegración implica que hay fuerzas que atraen al sistema considerado hacia un equilibrio de largo plazo.

BIBLOGRAFIA

- Aboal, D.; Tipo de Cambio Real de equilibrio en Uruguay (2003).
- Ahmed, S., Barry, W., Wang, P., Byung, S.; International Business Cycles, American Economic Review (1983).
- Asea, P., Mendoza, E.; Do long-run productivity differentials explain long-run real exchange rates, IMF Working Papers N° 94/60 (1994)
- Caporale, G., Ciferri, D., Girardi, A.; Fiscal Shocks and Real Exchange Rate Dynamics: Some Evidence for Latin America (2008).
- Capurro, A., Davies, G., Ottonello, P.; El Tipo de Cambio Real y los Precios Relativos en un enfoque de Tres Bienes. (2006)
- Cerda, R., Donoso, A., Lema, A. Fundamentos del Tipo de Cambio Real en Chile.
 Documento de Trabajo, Pontificia Universidad Católica de Chile, nº 244 (2003)
- Enders, Walter.; Applied Econometric Time Series. Second Edition, Wiley (s/f)
- Elbadawi, I., Estimating Long Run Equilibrium Real Exchange Rate en Estimating Equilibrium Exchange Rates, John Williamson, Institute for International Economics (1994)
- Fernández, A., Ferreira, M., Garda, P., Lanzilotta, B., Mantero, R.; TCR competitivo y otras soluciones desajustadas (2005).
- Gagliardi, E.; Macroeconomía de economías pequeñas y abiertas. Universidad ORT,
 Uruguay (2003)

- Gianelli, D., Mednik, M.: Un Modelo de Corrección de Errores para el TCR en Uruguay: 1983:I-2005:IV (2006)
- Hoffmaister, A.W., Roldos, J.; The sources of macroeconomics fluctuations in developing countries: Brazil and Korea, Journal of Macroeconomics (2001).
- Instituto de Economía Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. Informes de Coyuntura 2005-2006; 2006-2007; 2007-2008.
- Krugman, P., Obstfeld M., Economía Internacional Teoría y Política, Mc Graw Hill (3a edición 1995)
- Lanzilotta, B., LLambí, C., Mordecki, G. La influencia regional sobre la economía uruguaya
 Un análisis de los últimos veinte años. Instituto de Economía, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, UdelaR. (s/f)
- Obstefeld, M.; Model Trending Real Exchange Rates, Centre for International and Development Economics Research (CIDER) Working Papers, 11 (1993)
- Porto, L.; "Uruguay 2002, para entender la crisis bancaria", Ediciones de la Banda Oriental (2002)
- Rodríguez, G., Romero, I.; The role of permanent and transitory components in the fluctuations of Latin-American Real Exchange Rates, Applied Economics (2007).
- Stockman, A., A Theory of Exchange Rate Determination. The Journal of Political Economy, vol. 88 N° 4 (1980) pp. 673-698
- Tugores, J., Economía Internacional e Integración Económica, Mc Graw Hill (1995)
- Valdés, R., Délano, V; Productividad y tipo de cambio real en Chile (1998)

ANEXO METODOLÓGICO

ANÁLISIS UNIVARIANTE DE SERIES DE TIEMPO

Una serie temporal es una realización de un proceso estocástico. Está constituida por observaciones de una variable a intervalos regulares de tiempo. Si se desea explicar el comportamiento de una variable temporal Y_t, un modelo de series temporales puede plantearse en función de sus valores pasados y de una perturbación, de la siguiente manera:

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, ..., a_t)$$

pudiendo descomponer a Y_t en una parte sistemática y otra de innovación (un componente aleatorio en el que sus valores no tienen ninguna relación o dependencia entre sí).

Un proceso es estacionario en sentido *estricto* cuando al realizar un mismo desplazamiento en el tiempo de todas las variables de cualquier distribución conjunta finita, resulta que esta distribución no varía.

$$F(Y_{t1}, ..., Y_{tk}) = F(Y_{t1+m}, ..., Y_{tk+m})$$

Un proceso estocástico Y_t es estacionario en sentido $d\acute{e}bil$ si satisface los siguientes requisitos:

E [Y_t] es independiente de t

Var [Y_t] es constante e independiente de t

Cov [Y_t, Y_s] es una función de t-s, pero no de t o de s

La última condición nos dice que la autocovarianza entre dos períodos distintos de tiempo únicamente viene afectada por el lapso transcurrido entre esos dos períodos, independientemente del momento del tiempo al que estén referidas.

Operador de rezagos y diferenciación de una serie

Cuando situamos el operador de rezagos, L delante de cualquier variable con subíndice de tiempo, obtenemos los valores precedentes de la propia serie. Por lo tanto,

$$LY_t = Y_{t-1}$$

En general, si aplicamos k veces el operador sobre la variable Y_t, obtenemos:

$$L^k Y_t = Y_{t-k}$$

Al diferenciar una serie k veces, obtenemos:

$$\Delta^k Y_t = \Delta(\Delta^{k-1} Y_t) = (1 - L)^k Y_t$$

Procesos autoregresivos -AR(p)

Si el valor corriente de la variable Y_t , depende de sus valores pasados y de la innovación corriente, puede plantearse:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

donde $a_t \sim Niid(0, \sigma 2)$

Las condiciones de estacionariedad en un modelo de este tipo, surgen de la resolución del siguiente polinomio:

$$1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_n L^p = 0$$

El proceso será estacionario si las raíces de dicho polinomio caen fuera del círculo unitario².

Procesos de medias móviles – MA(q)

Los procesos de orden q, de medias móviles se definen de la siguiente manera:

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} = \left(-\theta_1 L - \dots - \theta_q L^q \right)_t = \Theta_q(L) a_t$$

donde a_t es un ruido blanco.

² Hace referencia al círculo unitario en el plano complejo.

Los modelos de medias móviles finitos son siempre estacionarios. Los momentos de estos procesos (esperanza, varianza y autocovarianzas) son invariantes en el tiempo. A diferencia de los procesos

AR, para la deducción de los momentos no es necesario suponer la estacionariedad de la serie. Si las raíces del polinomio de medias móviles caen fuera del círculo unitario, el proceso será también invertible.

Procesos mixtos: autorregresivos y de medias móviles – ARMA(p, q)

Un modelo ARMA combina ambos procesos: un AR (finito) siempre invertible y un MA (finito) siempre estacionario. Debe cumplir las condiciones de invertibilidad (la parte de medias móviles) y también las condiciones de estacionariedad (la parte autorregresiva).

Los procesos ARMA (p, q) se definen de la siguiente manera:

$$Y_{t} = \phi_{1}Y_{t-1} + \dots + \phi_{p}Y_{t-p} + a_{t} - \theta_{1}a_{t-1} - \dots - \theta_{q}a_{t-q}$$

$$\Phi(L)Y_{t} = \Theta(L)a_{t}$$

Para que el modelo sea estacionario, se requiere que las raíces de la ecuación polinomial: $1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_n L^p = 0$

caigan fuera del círculo unitario. Si se cumplen las condiciones de estacionariedad, el modelo ARMA (p, q) se puede expresar como un $MA(\infty)$, a partir del Teorema de Wold, representándose de la siguiente forma:

$$Y_{t} = \frac{\Theta(L)}{\Phi(L)} a_{t} = \Psi(L) a_{t}$$

MODELOS CON TENDENCIA

Para representar la solución general de la ecuación lineal estocástica se pueden considerar tres partes:

 Y_t = tendencia + componente estacionario + ruido

La característica clave de una tendencia es que tiene un efecto permanente en la serie. Supongamos que la serie siempre cambia en la misma magnitud de un período a otro: supongase que $\Delta Y_t = a_o$, entonces, la solución a la ecuación lineal en diferencia es:

$$y_t = y_o + a_o^t$$

donde yo es la condición inicial para el período 0

Entonces la solución de $\Delta Y_t = a_o$ se transforma en nada menos que en la tendencia determinística en el tiempo. El término independiente es y_o y la pendiente es a_o .

Si agregamos el componente estacionario A(L) ε_t a la tendencia obtenemos

$$y_t = y_o + a_o^t + A(L) \varepsilon_t$$

y_t puede diferir del valor de tendencia en la cantidad A(L) ε_t .

Como la desviación es estacionaria, la serie y_t va a mostrar solo alejamientos temporarios de la tendencia. Así, la predicción de largo plazo de y_{t+s} convergerá a la línea de tendencia $y_o + a_o^{(t+s)}$. Este tipo de modelo es llamado Modelo de Tendencia Estacionaria.

Si suponemos que $\Delta y_t = a_o + \epsilon_t$ a veces Δy_t excede a a_o y a veces no lo alcanza. Como la esperanza de ϵ_t = 0, esto implica que es esperable que y_t cambie en a_o unidades de un periodo a otro. Si y_o es la condición inicial se verifica la solución general de la ecuación en primera diferencia:

$$y_t = y_o + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i + a_o^t$$

Siendo a_o^t el componente determinístico, el término restante sería el componente estocástico. En ausencia de un shock, el término independiente es y_o . Sin embargo, cada shock ϵ_i representa un cambio en el término independiente. Y el efecto de cada shock es permanente, ya que el shock tiene un coeficiente igual a la unidad. Se dice en la literatura que esta serie tiene una tendencia estocástica.

Cuando estamos frente a un proceso en que la serie está determinada por su valor anterior más un ruido blanco: $y_t = y_{t-1} + \epsilon_i$ estamos frente a un modelo llamado "random walk" (RW). Si consideramos en la formulación $y_t = y_o + \sum_{i=1}^t \epsilon_i + a_o^t$ que $a_o = 0$ y siendo y_o la condición inicial, la solución general para la ecuación en diferencia de primer orden representada por el modelo de RW es $y_t = y_o + \sum_{i=1}^t \epsilon_i$

Mientras la esperanza de un proceso de este tipo es constante, la varianza depende del tiempo y eso lo hace un proceso no estacionario. Por su parte, el resultado del coeficiente de correlación juega un papel importante en la detección de procesos no estacionarios: la función de autocorrelación para un proceso RW mostrará una suave tendencia a caer.

El modelo y_t puede contener un componente determinístico y un componente estocástico:

$$y_t = y_{t-1} + a_0 + \varepsilon_t$$

Este modelo se denomina Random Walk con deriva, ya que agrega un término constante representado por a_o

Dada la condición inicial y_o la solución general de y_t es dada por:

$$y_t = y_o + a_o^t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

Aquí, el comportamiento de y_t es guiado por dos componentes no estacionarios: una tendencia determinística lineal y una tendencia estocástica $\Sigma^t_{i=1}$ ϵ_i . Entonces un RW con deriva es un modelo puro de tendencia, no hay componente estacionario en su especificación $y_t = y_o + a_o^t + \Sigma^t_{i=1}$ ϵ_i

Quitando la Tendencia

Es claro que existen importantes diferencias entre las series con tendencias y las series estacionarias; los shocks a series estacionarias son necesariamente temporales. Los efectos de los shocks se disipan y la serie vuelve a su equilibrio de largo plazo. Por otra parte, las series que contienen tendencia no convergen a un nivel en el largo plazo. Por su parte, la tendencia tiene un componente determinístico y un componente estocástico. Estos componentes tienen importantes implicancias en la forma en que se transforman las series para obtener series estacionarias. Los métodos usuales para eliminar la tendencia son diferenciando y "destendenciando". Destendenciando conlleva regresar a la variable en el tiempo, mientras que una serie que contiene una raíz unitaria se puede transformar en estacionaria a través del proceso de diferenciación. Este último es el método utilizado en este trabajo.

La primera diferencia de una serie de raíz unitaria es estacionaria. La regla general es que la désima diferencia de la serie con d raíces unitarias es estacionaria.

TEST DE DICKEY Y FULLER (1976) - DF

Los estadísticos del test DF son derivados de la estimación de un modelo autorregresivo de primer orden. Parten de otro supuesto: los residuos son RB, esto es, $\varepsilon_t \sim RB$.

Partiremos del siguiente modelo:

$$Y_t = \alpha + \beta . t + u_t$$

$$u_{t} \sim AR(1)$$

$$u_{t} = \rho u_{t-1} + \varepsilon_{t}$$

Operando sobre la anterior especificación, llegamos a la primera forma del test:

$$Y_{t} = \rho Y_{t-1} + [\alpha(1-\rho) + \beta\rho] + \beta t(1-\rho) + \varepsilon_{t}$$

La prueba de hipótesis a realizar:

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_1: \rho < 1$$

Bajo H_0 cierta, el proceso presenta una RU y constituye, en este caso, un random walk con deriva. Bajo H_1 cierta, el proceso no presenta RU y constituye, en este caso, un TS.

Por lo tanto, este modelo incluye tanto procesos I(1) como procesos I(0). Si tomamos la posición de que el PGD (proceso generador de datos) puede ser un I(0) o un I(1) entonces, $-1 < \rho \le 1$. La alternativa I(0) puede ser expresada como $\rho < 1$ por lo que serán usados tests a una rama para testear la hipótesis nula de que $\rho = 1$ contra la alternativa de un proceso I(0).

Los tests se basarán en $\hat{\rho}$, la estimación MCO de ρ en el proceso AR (1) del comienzo. El estadístico para realizar los tests será el "pseudo-t":

$$\tau = \frac{\hat{\rho} - 1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}} = \frac{\hat{\rho} - 1}{\sqrt{\sum_{1}^{T} Y_{t-1}^{2}}}$$

donde s_T^2 es la estimación de la varianza de las perturbaciones.

Como podemos apreciar, dicho estadístico no sigue una distribución estándar, y será contrastado contra un valor crítico determinado según el tamaño de la muestra y el nivel de significación.³

Otra forma posible es plantear el proceso tomando primeras diferencias:

$$\Delta Y_{t} = Y_{t} - Y_{t-1} = (\rho - 1)Y_{t-1} + \alpha^* + \beta^* . t + \varepsilon_{t}$$

$$\Delta Y_{t} = \gamma Y_{t-1} + \alpha^* + \beta^* . t + \varepsilon_{t}$$

La prueba de hipótesis a realizar:

$$H_0: \gamma = 0$$
$$H_1: \gamma < 0$$

El estadístico para realizar los tests será, en este caso, el "pseudo-t":

$$\tau = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\sigma}_{\hat{x}}}$$

Dickey y Fuller especifican 3 posibles modelos como versiones de su test: modelo sin constante ni tendencia, modelo con constante y sin tendencia, y modelo con constante y tendencia.

$$\Delta Y_{t} = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_{t}$$

$$\Delta Y_{t} = \alpha + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_{t}$$

$$\Delta Y_{t} = \alpha + \beta \cdot t + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_{t}$$

Pueden plantearse también pruebas condicionales para la significación de los términos determinísticos:

³ Las tablas para los valores críticos fueron estimadas mediante procesos de simulación de Monte Carlo por McKinnon en el año 1991.

$$H_0: \alpha = 0/\gamma = 0$$

$$H_0: \beta = 0/\gamma = 0$$

Debe tenerse en cuenta que estas pruebas están planteadas en el caso de que se acepte la existencia de una RU. Si se rechaza la existencia de RU ($\gamma < 0$) la prueba de significación de los otros coeficientes (α , β) se convierten en pruebas "t" estándar.

TEST DE DICKEY Y FULLER AUMENTADO (1978) - ADF

El test DF suponía que los residuos ε_t eran ruido blanco, estacionarios. Una forma de solucionar el problema de la autocorrelación serial de los residuos es usar el test ADF (Augmented Dickey Fuller) que agrega rezagos de la variable dependiente a la formulación original, para eliminar la autocorrelación que pueda existir en los residuos.

Partamos de la formulación del test DF:

$$\Delta Y_{t} = \gamma Y_{t-1} + \alpha^* + \beta^* . t + \varepsilon_{t}$$

Ahora, en vez de suponer que ε_t es un RB, supongamos que sigue un proceso AR(1), de modo que: $\varepsilon_t = \phi \varepsilon_{t-1} + a_t$. Sustituyendo esta expresión en la formulación anterior y operando, llegamos a:

$$\Delta Y_{t} = \alpha^* + \beta^* . t + \Phi Y_{t-1} + \Theta \Delta Y_{t-1} + a_t$$

De un modo más general, si ε_t sigue un proceso AR (p), entonces llegaremos a:

$$\Delta Y_{t} = \alpha^{*} + \beta^{*}.t + \Phi Y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \Theta_{i} \Delta Y_{t-i+1} + a_{t}$$

Suponemos que a_t es RB, dado que los rezagos adicionados a la formulación del test original se han hecho en pro de limpiar el residuo.

La prueba de hipótesis a realizar:

 $H_0: \Phi = 0$

 $H_1:\Phi < 0$

El proceso para la realización de este test parte del modelo más general, para luego ir restringiéndolo: Estimar en primer término el modelo menos restringido (con constante y con tendencia). Si se rechaza la hipótesis nula, se termina el procedimiento y se concluye que no hay RU en el proceso.

En segundo lugar, si no se rechaza la hipótesis nula anterior, o sea, se admite la presencia de una RU, se pasa a probar la significación del componente tendencial (β). Dado que en este punto estamos bajo la hipótesis nula cierta, usamos el estadístico τ_{β} o para mayor seguridad, la prueba conjunta $H_0: \beta = \gamma = 0$.

Tercero, si el término β resulta ser significativo ($\beta \neq 0$) se prueba de nuevo la presencia de una RU utilizando la tabla de una normal N(0,1). Sea cual sea el resultado, se finaliza la prueba admitiendo o rechazando la presencia de una RU.

Si el término β no resulta ser significativo, en una cuarta instancia se replantea el modelo inicialmente estimado, pasándose a un modelo más restringido, con constante y sin tendencia. Se realiza la prueba $H_0: \gamma = 0$. Si se rechaza esta hipótesis nula, se concluye que no existe RU. Si no se rechaza la hipótesis nula, se pasa a probar la significación de la constante (del mismo modo que se probó la del coeficiente de tendencia). Si el término constante resulta significativo, se usa la distribución de la normal para probar la existencia de una RU, haciendo el test sobre γ y concluyendo así el test.

Si la constante no resulta significativa, se reformula el modelo, restringiéndolo a un modelo sin constante ni tendencia y se prueba la existencia de una RU testeando el parámetro γ .

COINTEGRACIÓN DE SERIES DE TIEMPO

La teoría económica distingue a menudo relaciones entre las variables económicas que se mantienen por períodos relativamente cortos de tiempo, llamadas "de corto plazo", de aquellas que persisten en el largo plazo, conocidas como "relaciones de equilibrio de largo plazo", a las cuales un sistema converge en el tiempo, aunque pueda ser perturbado en el corto plazo por shocks o innovaciones.

Aún si los shocks al sistema económico ocurrieran constantemente, apartándolo del equilibrio, es importante, al especificar el modelo econométrico, tener en cuenta el concepto de equilibrio de largo plazo entre variables económicas postulado por la teoría. Esta idea es fundamental para el concepto de cointegración. En caso de que exista la relación de equilibrio estable, la divergencia respecto a ese estado debe estar estocásticamente acotada, y disminuir en algún momento del tiempo.

Para que una relación de equilibrio se mantenga entre dos variables X e Y, es necesario que la desviación de la relación de equilibrio sea integrada de orden cero I(0). Si Y y X están cointegradas, el desvío de la posición de equilibrio es estacionario I(0).

Supongamos que hay una relación de largo plazo entre Y_t y X_t . Aunque cada una de ellas es no estacionaria su evolución se mantiene unida en el largo plazo, manteniendo un equilibrio estable. La ecuación de equilibrio de largo plazo es de la forma:

$$Yt = \alpha + \beta Xt + ut$$
.

La cointegración puede explicarse más fácilmente considerando dos variables I(1). Dados dos vectores de las variables, Y y X donde cada variable individualmente es no estacionaria, I(1). En este caso, estarían cointegradas si existe un vector $\theta = [\theta_1 \ y \ \theta_2]$ tal que cuando las dos variables están en equilibrio se da una combinación lineal que es estacionaria:

$$\theta_1 Y_t + \theta_2 X_t = u_t \sim I(0)$$

El vector $[\theta_1 \ y \ \theta_2]$ es llamado vector de cointegración. Se observa que no es único, ya que si se multiplica por cualquier escalar distinto de cero no queda afectada la igualdad anterior.

La relación de equilibrio de largo plazo puede escribirse de la siguiente forma:

$$Y_t = \text{-}~\theta_2/\theta_1~X_t + e_t$$

donde - θ_2/θ_1 X_t puede ser interpretado como el valor de Y de equilibrio.

Dos series Y y X están cointegradas de orden (d,b), expresándolo como CI (d,b) si:

i - Y y X son I(d)

ii - Existe una combinación lineal de ellas $Z = \alpha Y + \beta X$ que es I(d-b), donde b>0 y $d\ge b$. El vector de cointegración (VCI) en este caso es $[\alpha, \beta]$.

Cointegración y Tendencias Comunes

La observación de Stock y Watson (1988) de que las variables cointegradas comparten una tendencia estocástica común es una manera útil para entender las relaciones de cointegración.

Si Y_t y X_t están cointegradas de orden (1,1) existirán valores distintos de 0 para β_1 y β_2 para los cuales la combinación lieal de $\beta_1 Y_t + \beta_2 X_t$ es estacionaria. Consideremos la suma

$$\beta_1 Y_t + \beta_2 X_t = \beta_1 (\mu_{Yt} + e_{Yt}) + \beta_2 (\mu_{Xt} + e_{Xt})$$

Para que $\beta_1 Y_t + \beta_2 X_t$ sea estacionaria, el término ($\beta_1 \mu_{Yt} + \beta_2 \mu_{Xt}$) debe desaparecer. Después de todo, si algunas de las dos tendencias aparece en la ecuación, la combinación lineal $\beta_1 Y_t + \beta_2 X_t$ también tendría tendencia. Entonces, la condición necesaria y suficiente para que Y_t y X_t sean cointegradas de orden (1,1) es que $(\beta_1 \mu_{Yt} + \beta_2 \mu_{Xt}) = 0$.

Claramente, μ_{Yt} y μ_{Xt} son variables que continuarán cambiando a lo largo del tiempo. Como establecemos que β_1 y β_2 sean distintos de cero, se concluye que la ecuación $(\beta_1 \, \mu_{Yt} + \beta_2 \, \mu_{Xt}) = 0$ se cumple para todo t si y solo si: $\mu_{Yt} = -\beta_2 \, \mu_{Xt} / \, \beta_1$. Para valores distintos de cero para β_1 y β_2 la única manera de asegurar que se cumpla la ecuación es que la tendencia estocástica sea idéntica hasta un escalar. Entonces, hasta el escalar - $\beta_2 / \, \beta_1$, dos procesos estocásticos I(1): Y_t y X_t deben tener la misma tendencia estocástica si están cointegrados de orden 1.

La visión esencial de Stock y Watson (1988) es que los parámetros del vector de cointegración deben ser tales que "anulen" la tendencia de la combinación lineal. Cualquier otra combinación

lineal de las dos variables contiene una tendencia, así que el vector de cointegración es único. Entonces, $\beta 3Y_t + \beta_4 X_t$ no será estacionaria a menos que $\beta_3 / \beta_4 = \beta_1 / \beta_2$

Otra manera de expresar la idea central es que la cointegración tendrá lugar cuando la tendencia de una variable pueda expresarse como una combinación lineal de la tendencia de otras variables. En estas circunstancias es siempre posible encontrar un vector β tal que la combinación lineal no contenga la tendencia. El resultado se puede generalizar para el caso de n variables.

Tests de Cointegración - Test de Johansen (1988)

Cuando en un modelo tenemos más de dos variables existe la posibilidad de tener más de un vector de cointegración (para n variables podemos tener hasta n-1 vectores de cointegración). Para este caso el test de Engle y Granger no es adecuado y por lo tanto tenemos que utilizar el test de Johansen para ecuaciones múltiples.

Asumiremos que tenemos tres variables $Z_t = [Y_t, X_t, W_t]$ Formalmente, el enfoque propuesto por Johansen (para variables I(1)) consiste en contrastar el rango de la matriz 3x3 de coeficientes de largo plazo Π en el siguiente VAR formulado como modelo de corrección de error (VECM):

$$\Delta Z_t = \Gamma_1 \Delta Z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta Z_{t-2} + \ldots + \Gamma_{k-1} \Delta Z_{t-k-1} + \Pi Z_{t-1} + u_t$$

La matriz Π contiene información sobre las relaciones de largo plazo; siendo r<n el rango de Π podemos descomponer dicha matriz como $\Pi = \alpha \beta$ ' donde α y β recogen los denominados coeficientes de ajuste y los coeficientes de los vectores de cointegración respectivamente. Por su parte, β 'Zt-1~I(0) y es equivalente al término de corrección de error en el caso más simple de una única relación de largo plazo, pero aquí contiene hasta n-1 vectores (2 en nuestro caso) en un marco multivariante.

El rango de Π coincidirá con el número (r) de vectores de cointegración linealmente independientes que pueden existir entre los componentes de Z_t . Esto significa que r columnas de β forman r combinaciones lineales independientes de la variable en Z_t , cada uno de los cuales es estacionario.

$$\begin{pmatrix} \Delta Y_t \\ \Delta X_t \\ \Delta W_t \end{pmatrix} = \Gamma_1 \begin{pmatrix} \Delta Y_{t-1} \\ \Delta X_{t-1} \\ \Delta W_{t-1} \end{pmatrix} + \Pi \begin{pmatrix} Y_{t-1} \\ X_{t-1} \\ W_{t-1} \end{pmatrix} + e_t$$

Como decíamos, $\Pi = \alpha \beta$ ' siendo α una matriz de 3x2 y β 'de 2x3, asumiendo que k=2 (hay solo dos términos de rezago).

Considerando la parte de la ecuación que corresponde solo a la corrección de error y solo para la primera ecuación ΔY_t llegamos a una ecuación como:

$$\Pi_1 Z_{t-1} = a_{11} (\beta_{11} Y_{t-1} + \beta_{21} X_{t-1} + \beta_{31} W_{t-1}) + a_{12} (\beta_{12} Y_{t-1} + \beta_{22} X_{t-1} + \beta_{32} W_{t-1})$$
 Vector de cointegración

Y siendo a₁₁ y a₁₂ los términos de velocidad de ajuste.

Al igual que en el caso del test de Engle y Granger, el primer paso del test de Johansen es testear el orden de integración de las variables; lo deseable es que todas las variables estén integradas del mismo orden para proceder con el test de cointegración. El segundo paso se trata de elegir la cantidad óptima de rezagos para el modelo: la manera más común de elegir los rezagos óptimos es estimar un modelo VAR que tenga todas las variables consideradas en niveles. Este modelo VAR debe ser estimado con un número alto de rezagos y luego ir reestimando el modelo reduciendo la cantidad de los mismos hasta llegar a 0. En general el modelo que minimiza AIC y SBC es el elegido como el que tiene la cantidad óptima de rezagos. El tercer paso es elegir el mejor modelo en cuanto a los componentes determinísticos en el sistema multivariante. Es importante en la formulación del modelo determinar si en la especificación se incluyen constante o constante y tendencia, tanto en el corto como en el largo plazo, es decir si se incluirán en la parte VAR y/o en la ecuación de cointegración respectivamente. En ese sentido, se pueden obtener cinco opciones de modelos que pueden ser considerados, a saber:

- 1- sin constante ni tendencia en la ecuación de cointegración (EC) ni en el VAR
- 2- constante en la ecuación de cointegración y sin constante ni tendencia en el VAR
- 3- constante en la EC y en el VAR, sin tendencia en ninguno de los dos
- 4- constante en EC y en el VAR, tendencia en la EC y sin tendencia en el VAR

5- constante y tendencia en ambas partes del modelo.

Es bueno notar que los casos 1 y 5 rara vez se producen en la realidad. En el siguiente cuadro se resumen las especificaciones de cada modelo:

Modelo 1	$\Delta Y_{t} = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{i} \Delta Y_{t-i} + \alpha \beta' Y_{t-1} + \varepsilon_{t}$
Modelo 2	$\Delta Y_{t} = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{i} \Delta Y_{t-i} + \alpha \beta' (\mathbf{V}_{t-1} 1) + \varepsilon_{t}$
Modelo 3	$\Delta Y_{t} = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{i} \Delta Y_{t-i} + \alpha \beta' \langle \langle \langle \rangle_{t-1} \rangle \rangle \mu_{0} + \varepsilon_{t}$
Modelo 4	$\Delta Y_{t} = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{i} \Delta Y_{t-i} + \alpha \beta' \langle \! \! \P_{t-1} $
Modelo 5	$\Delta Y_{t} = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{i} \Delta Y_{t-i} + \alpha \beta' \langle \langle \langle t \rangle \rangle - 1 t \rangle + \mu_{0} + \mu_{1} t + \varepsilon_{t}$

Basado en el método desarrollado por Pantula (1989), Johansen (1992, 1995) sugiere un procedimiento para determinar simultáneamente el número de vectores de cointegración y la presencia o ausencia de componentes deterministas en un modelo VEC. Este procedimiento, denominado "principio de Pantula", se inicia contrastando la hipótesis nula rango (Π)=0 en el modelo 1. Si la hipótesis es rechazada se contrasta la misma en los modelos 2, 3, y así sucesivamente. Si la hipótesis nula de no cointegración se rechaza en todos los modelos considerados, el procedimiento se repite contrastando la hipótesis nula rango (Π) \leq 1. El proceso se detiene en la primera hipótesis nula (rango (Π) \leq r) no rechazada, obteniéndose así el número de vectores de cointegración (r) y el modelo que mejor recoge las propiedades de los componentes del vector Yt.

En la siguiente etapa del test, se debe determinar el rango de Π , es decir el número de vectores de cointegración. Johansen propone dos tests distintos para determinar el número de relaciones de cointegración, y los dos involucran la estimación de la matriz Π : el estadístico de máximo "eigenvalue" (ME) y el estadístico de la traza (TR)

Estadístico TR y ME, Johansen (1988, 1991)

Estadístico	Hipótesis nula	Hipótesis alternativa	
$TR = -T \sum_{i=r+1}^{n} \ln(1 - \hat{\lambda}_{i})$	rango $(\Pi) \le r$ (tenemos hasta r relaciones de cointegración)	rango (∏) ≤ n	
$ME = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$	rango $(\Pi) = r$	rango (Π) = r+1	

en donde $\hat{\lambda}_{r+1},...,\hat{\lambda}_n$ son los valores propios estimados de la matriz Π ordenados de mayor a menor y considerar si son significativamente distintos de 0.

Si las variables bajo estudio son no cointegradas, el rango de Π es 0 y las raíces características son iguales a 0. Por otra parte, si el rango de Π es 1, $0<\lambda_1<1$ y el resto de los valores es 0. Para probar cuántas raíces características son significativamente diferentes de cero se utiliza el estadístico presentado más arriba. El test de ME permite determinar el número de relaciones de cointegración (o rango de cointegración).

El segundo método está basado en el test de ratio de verosimilitud sobre la traza de la matriz; el estadístico de la traza considera si la misma aumenta por agregarle adicionales eigenvalue más allá el r-ésimo eigenvalue. Cuando todos los $^{\lambda}$ _i = 0 entonces el estadístico de la traza es igual a 0 también. El procedimiento usual es trabajar en forma descendente y detenernos en el valor de r asociado al valor del estadístico que exceda el valor crítico. Los valores críticos para ambos estadísticos son provistos por Johansen y Juselius (1990).

Test de normalidad de los residuos

El test de Jarque y Bera, analiza la relación entre los coeficientes de asimetría y kurtosis de los residuos de la ecuación y los correspondientes a los de una distribución normal, de forma tal que si

estas relaciones son suficientemente diferentes se rechaza la hipótesis nula de normalidad de los residuos.

La no normalidad de los residuos trae problemas a la hora de la estimación, y más aún en el objetivo de realizar inferencia con los parámetros estimados bajo una perturbación no normal, dado que los mismos resultarán inconsistentes.

El test de Jarque y Bera se propone contrastar las siguientes hipótesis:

$$H_0$$
) $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

 H_1) ε_t no se distribuye N(0,1)

El estadístico para realizar el contraste es el siguiente:

$$JB/H_0 = \frac{T}{6} \left(s^2 + \frac{1}{4} (k-3)^2 \right) \sim \chi_2^2$$

siendo: T el número de observaciones

s el coeficiente de asimetría

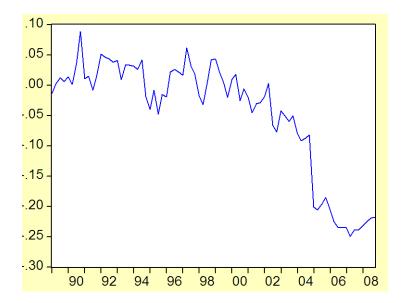
k el coeficiente de kurtosis

Estos dos últimos coeficientes se calculan a partir de los momentos poblacionales con respecto a la media: $m_r = E[(y-\mu_y)^r]$. El coeficiente de asimetría, s, se calcula a partir del tercer momento poblacional: $s = \frac{m_3}{\sigma^3}$. El coeficiente de kurtosis, k, se calcula a partir del cuarto momento poblacional: $k = \frac{m_4}{\sigma^4}$.

El objetivo es lograr que los residuos sigan una distribución normal estándar, por lo que, el coeficiente de asimetría deberá ser igual a 0 para conseguir una distribución simétrica y el coeficiente de kurtosis deberá ser igual a 3 (distribución mesocúrtica).

ANEXO ECONOMÉTRICO

Ecuación 1 – Productividad Relativa – Serie Desestacionalizada



El correlograma muestra una lenta caída de las observaciones hacia 0, insinuando que se trata de una serie no estacionaria.

Autocorrelation Partial Correlation AC	36 0.936 83 0.050	Q-Stat 72.796	Prob
	83 0.050	72.796	
5 0.7: 6 0.7: 7 0.6: 8 0.5: 1 1 0 0.4: 1 1 1 0.4: 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 0.4: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	99 -0.003 58 0.000 13 -0.064 448 -0.188 490 -0.014 42 0.026 84 -0.106 33 0.024 800 -0.046 829 0.017 778 -0.067 125 -0.053 65 -0.089 99 -0.157 772 0.033 150 0.032 133 0.008 177 -0.125 107 -0.098 134 0.045 444 0.055 57 -0.107 181 -0.110 106 -0.032 126 -0.039 137 0.038 147 0.059 157 0.0107 181 -0.110 163 0.003 164 0.038 165 0.003 167 0.038 168 0.039	138.33 198.49 253.54 303.85 348.87 386.55 418.24 445.37 487.30 485.14 499.04 509.67 517.33 522.45 525.25 527.46 529.34 530.39 531.24 531.36 531.24 531.36 531.27 532.02 532.43 533.28 534.76 534.76 536.89 539.38 542.39 551.04	0.000 0.000

Procedimos a realizar el test de Raíz Unitaria (RU) Augmented Dickey – Fuller (ADF) que demuestra si la serie es estacionaria o no. Es así que probamos la serie en nivel de las siguientes maneras: con constante, constante y tendencia, sin constante ni tendencia, y en todos los casos obtuvimos que la serie no es estacionaria. A continuación presentamos la salida correspondiente a dichos análisis. En cada caso, escogimos la cantidad de lags que minimizan el criterio de Akaike (AIC).

En el caso del ADF para la variable en niveles con constante resultó que 4 lags es el número de lags que minimiza el AIC.

Null Hypothesis: PVIDAD has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 2 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fo Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-0.093566 -3.517847 -2.899619 -2.587134	0.9458

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD)

Method: Least Squares
Date: 09/30/09 Time: 20:43
Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PVIDAD(-1) D(PVIDAD(-1)) D(PVIDAD(-2)) C	-0.003311 -0.173161 -0.189458 -0.004158	0.035386 0.118475 0.117448 0.003518	-0.093566 -1.461589 -1.613126 -1.182166	0.9257 0.1481 0.1110 0.2410
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.058457 0.019764 0.027829 0.056537 168.5836 2.036560	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-stati	lent var criterion terion	-0.002989 0.028109 -4.274899 -4.153143 1.510778 0.218895

En niveles con constante y tendencia (4 lags)

Null Hypothesis: PVIDAD has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-2.638708 -4.078420 -3.467703 -3.160627	0.2649

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:53 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PVIDAD(-1) C @TREND(1989:1)	-0.146041 0.015741 -0.000620	0.055346 0.007825 0.000227	-2.638708 2.011678 -2.735213	0.0101 0.0478 0.0078
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.095210 0.071400 0.026853 0.054803 175.2053 2.174953	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz cri F-statistic Prob(F-stati	lent var criterion terion	-0.002580 0.027866 -4.359629 -4.269650 3.998694 0.022326

En niveles sin constante ni tendencia obtuvimos que el mínimo AIC también se presenta con 4 lags.

Null Hypothesis: PVIDAD has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fo Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-0.271870 -2.594563 -1.944969 -1.614082	0.5850

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:57

Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PVIDAD(-1)	-0.008284	0.030471	-0.271870	0.7864
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	-0.007728 -0.007728 0.027974 0.061038 170.9492	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit Durbin-Wats	lent var criterion terion	-0.002580 0.027866 -4.302512 -4.272519 2.244212

Una vez comprobada la existencia de RU, procedimos a hacer el análisis a la primera diferencia de la serie (Δ Productividad). Los resultados mostraron que en todos los casos (una vez más probamos con constante, constante y tendencia y sin constante ni tendencia) tenemos series I(1), es decir, la primera diferencia resulta ser estacionaria.

La primera diferencia con constante (8 lags = min AIC) se muestra a continuación:

Null Hypothesis: D(PVIDAD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-10.09815 -3.516676 -2.899115 -2.586866	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD,2)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:02 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PVIDAD(-1)) C	-1.143225 -0.003194	0.113211 0.003168	-10.09815 -1.008121	0.0000 0.3166
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.572968 0.567349 0.027858 0.058982 169.6245 2.060206	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-stati	lent var criterion terion	-0.000183 0.042353 -4.298065 -4.237636 101.9726 0.000000

Primera diferencia con constante y tendencia (8 lags)

Null Hypothesis: D(PVIDAD) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-8.059436 -4.081666 -3.469235 -3.161518	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD,2)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:04 Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PVIDAD(-1)) D(PVIDAD(-1),2) C @TREND(1989:1)	-1.404671 0.211647 0.002917 -0.000172	0.174289 0.114466 0.006614 0.000144	-8.059436 1.848991 0.440980 -1.196472	0.0000 0.0685 0.6605 0.2354
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.598419 0.581915 0.027562 0.055456 169.3267 2.047801	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	-0.000114 0.042627 -4.294200 -4.172444 36.26044 0.000000

Primera diferencia sin constante ni tendencia. En este caso, el min AIC se obtuvo con 4 lags.

Null Hypothesis: D(PVIDAD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fi Test critical values:	1% level 5% level	-7.818660 -2.595340 -1.945081	0.0000
	10% level	-1.6140	17

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

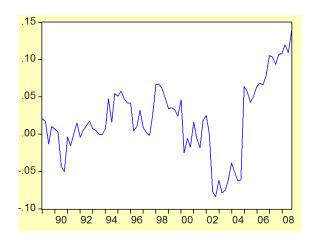
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PVIDAD,2) Method: Least Squares

Date: 09/30/09 Time: 21:08 Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PVIDAD(-1)) D(PVIDAD(-1),2)	-1.334914 0.175745	0.170734 0.113324	-7.818660 1.550816	0.0000 0.1252
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	0.581725 0.576148 0.027752 0.057761 167.7586	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit Durbin-Wats	lent var criterion terion	-0.000114 0.042627 -4.305419 -4.244541 2.025330

<u>Ecuación 2 – Empleo Relativo – Serie Desestacionalizada</u>



La lectura del correlograma nos adelanta que se puede tratar de una serie no estacionaria, ya que si bien se observa una caída relativamente rápida a O, también aparece una "recuperación" de las observaciones que vuelven a alejarse de los intervalos de confianza.

Autocorrelation Partial Correlation AC PAC Q-Stat Prob	Sample: 1989:1 200 Included observation						
	Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
33 -0.050 0.098 374.13 0.000 34 -0.040 -0.047 374.36 0.000			2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 20 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	0.827 0.703 0.607 0.544 0.440 0.440 0.159 0.240 0.157 0.258 0.320 0.157 0.258 0.320 0.495 0.495 0.390 0.390 0.495 0.390 0.	0.827 0.061 0.035 0.068 0.048 0.047 0.082 0.047 0.082 0.009 0.055 0.007 0.062 0.040 0.040 0.055 0.009 0.055 0.	56.737 98.268 129.67 155.25 172.17 180.95 186.14 188.45 189.40 190.39 192.80 199.44 209.79 225.57 246.18 270.69 297.09 333.91 347.94 363.57 366.73 368.43 368.73 368.73 369.74 371.21	0.000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.
	i l i	·]n ·	33	-0.050	0.098	374.13	0.000

Realizamos entonces el análisis univariante de la serie de empleo relativo. Nuevamente, probamos la serie en nivel con constante, constante y tendencia, sin constante ni tendencia y en todos los casos

obtuvimos una raíz unitaria. En el caso de la salida en niveles, para los tres casos se consideraron 8 lags.

En niveles con constante

Null Hypothesis: EMP has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-1.773141 -3.515536 -2.898623 -2.586605	0.3911

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EMP) Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1989:2 2008:4 Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EMP(-1) C	-0.107533 0.003446	0.060645 0.003087	-1.773141 1.116425	0.0802 0.2677
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.039230 0.026752 0.025622 0.050549 178.3968 2.081137	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	0.001489 0.025972 -4.465742 -4.405756 3.144030 0.080160

La salida para la serie en niveles con constante y tendencia

Null Hypothesis: EMP has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fu Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-2.122984 -4.078420 -3.467703 -3.160627	0.5250

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(EMP) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:24 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EMP(-1) C @TREND(1989:1)	-0.132895 -0.003788 0.000192	0.062598 0.005784 0.000130	-2.122984 -0.654851 1.474399	0.0370 0.5145 0.1445
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.065947 0.041366 0.025429 0.049144 179.5108 2.086808	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	0.001489 0.025972 -4.468627 -4.378648 2.682907 0.074838

Por su parte, en niveles sin constante ni tendencia

Null Hypothesis: EMP has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-F Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-1.468901 -2.594563 -1.944969 -1.614082	0.1317

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(EMP) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:26 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EMP(-1)	-0.083324	0.056726	-1.468901	0.1459
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	0.023678 0.023678 0.025662 0.051368 177.7625	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit Durbin-Wats	lent var criterion erion	0.001489 0.025972 -4.475001 -4.445008 2.098124

Probamos que la serie tiene una raíz unitaria, testeamos la primera diferencia con constante, luego constante y tendencia y por último el random walk. En todos los casos comprobamos que se trata de una serie I(1).

Primera diferencia con constante (8 lags)

Null Hypothesis: D(EMP) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-9.783616 -3.516676 -2.899115 -2.586866	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EMP,2) Method: Least Squares

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:28 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EMP(-1)) C	-1.121657 0.001688	0.114647 0.002960	-9.783616 0.570387	0.0000 0.5701
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.557417 0.551593 0.026113 0.051824 174.6710 2.008367	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion cerion	0.000405 0.038996 -4.427461 -4.367032 95.71914 0.000000

Primera diferencia con constante y tendencia (8 lags)

Null Hypothesis: D(EMP) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-9.827295 -4.080021 -3.468459 -3.161067	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EMP,2) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 20:31

Date: 09/30/09 Time: 20:31 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EMP(-1)) C @TREND(1989:1)	-1.130847 -0.003502 0.000128	0.115072 0.006095 0.000132	-9.827295 -0.574637 0.974275	0.0000 0.5673 0.3331
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.562948 0.551294 0.026122 0.051176 175.1615 2.018104	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion cerion	0.000405 0.038996 -4.414396 -4.323754 48.30219 0.000000

Sin constante ni tendencia (8 lags)

Null Hypothesis: D(EMP) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=8)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr		-9.811011	0.0000
Test critical values:	1% level 5% level	-2.594946 -1.945024	
	10% level	-1.614050	

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

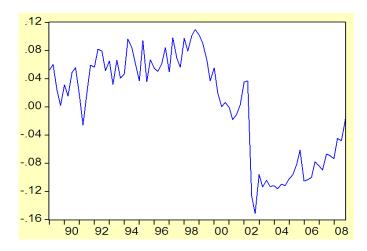
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(EMP,2) Method: Least Squares

Date: 09/30/09 Time: 20:33 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(EMP(-1))	-1.118760	0.114031	-9.811011	0.0000
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	0.555522 0.555522 0.025998 0.052045 174.5044	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit Durbin-Wats	lent var criterion terion	0.000405 0.038996 -4.448830 -4.418616 2.004664

<u>Ecuación 3 – Producto Privado Relativo – Serie Desestacionalizada</u>



La función de autocorrelación muestra también en este caso, que la serie sería no estacionaria, por la lentitud con que cae a 0.

Date: 08/31/09 Time: 20:11 Sample: 1989:1 2008:4 Included observations: 80

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		1	0.907	0.907	68.356	0.000
1		2	0.843	0.109	128.06	0.000
		3	0.816	0.204	184.75	0.000
	' ['	4	0.785	0.032	237.91	0.000
		5	0.763	0.095	288.88	0.000
1	']'	6	0.739	0.008	337.33	0.000
		7		-0.111	380.44	0.000
		8		-0.011	419.52	0.000
!		9		-0.090	454.20	0.000
!	! ■ .'	10		-0.103	483.55	0.000
' -	''	11	0.529	0.042	510.15	0.000
: -	'- '- '	12 13		-0.168 0.002	531.78 549.40	0.000
; =		14	0.424	-0.019	564.28	0.000
		15		-0.019	574.62	0.000
		16		-0.176	580.50	0.000
;		17	0.233	0.032	584.42	0.000
; F i		18		-0.078	586.48	0.000
, F .		19	0.098	0.051	587.51	0.000
, , ,	1	20		-0.045	587.83	0.000
1 1			-0.003		587.83	0.000
1 1			-0.048	0.004	588.09	0.000
1 🗖 1	1 1	23	-0.090		589.03	0.000
1	1 1	24	-0.135	-0.006	591.16	0.000
1 🔳	1 1	25	-0.155	0.092	594.05	0.000
ı = ı		26	-0.175	0.051	597.75	0.000
ı <u> </u>		27	-0.196	0.104	602.49	0.000
— 1		28	-0.218	-0.051	608.47	0.000
l l	1 1	29	-0.248	-0.001	616.40	0.000
ı ı		ı	-0.264	0.057	625.57	0.000
<u> </u>	' '		-0.274		635.65	0.000
·	'■ '		-0.304		648.25	0.000
<u> </u>	'['	ı	-0.324		662.95	0.000
'	'['	ı	-0.332		678.68	0.000
		1 35	-0.331	0.092	694.67	0.000

Testeamos la existencia de RU para el producto privado relativo: probamos la serie en nivel con constante, constante y tendencia, sin constante ni tendencia, y en todos los casos obtuvimos no estacionariedad de la serie.

Presentamos la serie en niveles en sus tres especificaciones:

En niveles con constante (lags = $4 \min AIC$)

Null Hypothesis: PRODD has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 2 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-1.268863 -3.517847 -2.899619 -2.587134	0.6402

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:15

Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRODD(-1) D(PRODD(-1)) D(PRODD(-2)) C	-0.061854 -0.173302 -0.201045 -0.000850	0.048747 0.115960 0.114434 0.003489	-1.268863 -1.494505 -1.756871 -0.243658	0.2085 0.1394 0.0831 0.8082
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.099067 0.062042 0.030492 0.067875 161.5468 2.010663	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	-0.000528 0.031485 -4.092125 -3.970368 2.675693 0.053418

En niveles con constante y tendencia

Null Hypothesis: PRODD has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-2.629595 -4.078420 -3.467703 -3.160627	0.2687

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:20 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRODD(-1) C @TREND(1989:1)	-0.173794 0.014757 -0.000373	0.066092 0.009389 0.000214	-2.629595 1.571752 -1.745391	0.0103 0.1202 0.0850
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.083751 0.059639 0.030412 0.070291 165.3740 2.134147	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	-0.000887 0.031361 -4.110734 -4.020755 3.473423 0.036018

En niveles sin constante ni tendencia (4 lags = min AIC)

Null Hypothesis: PRODD has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 2 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-F	uller test statistic	-1.293655	0.1792
Test critical values:	1% level	-2.595340	
	5% level	-1.945081	
	10% level	-1.614017	

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:22 Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRODD(-1) D(PRODD(-1)) D(PRODD(-2))	-0.062552 -0.171463 -0.199413	0.048353 0.114976 0.113509	-1.293655 -1.491297 -1.756803	0.1998 0.1401 0.0831
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	0.098334 0.073965 0.030298 0.067930 161.5155	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz cri Durbin-Wats	lent var criterion terion	-0.000528 0.031485 -4.117286 -4.025969 2.011241

Testeamos ahora la primera diferencia: con constante, con constante y tendencia y random walk. En todos los casos da que la serie es I(1).

Primera diferencia con constante (4 lags)

Null Hypothesis: D(PRODD) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-8.297565 -3.517847 -2.899619 -2.587134	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD,2)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:26 Sample(adjusted): 1989:4 2008:

Sample(adjusted): 1989:4 2008:4 Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PRODD(-1)) D(PRODD(-1),2) C	-1.436022 0.227455 -0.001110	0.173065 0.112988 0.003497	-8.297565 2.013091 -0.317483	0.0000 0.0477 0.7518
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.607075 0.596456 0.030618 0.069372 160.7069 2.021359	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	0.000881 0.048198 -4.096283 -4.004966 57.16567 0.000000

Primera diferencia con constante y tendencia (4 lags)

Null Hypothesis: D(PRODD) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr		-8.241321	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.081666	
	5% level	-3.469235	
	10% level	-3.161518	

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD,2)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:28 Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PRODD(-1)) D(PRODD(-1),2) C @TREND(1989:1)	-1.436025 0.227454 -0.001177 1.62E-06	0.174247 0.113759 0.007376 0.000158	-8.241321 1.999438 -0.159542 0.010260	0.0000 0.0493 0.8737 0.9918
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.607076 0.590928 0.030827 0.069372 160.7070 2.021351	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz cri F-statistic Prob(F-stati	dent var criterion terion	0.000881 0.048198 -4.070311 -3.948555 37.59553 0.000000

Primera diferencia sin constante ni tendencia (4 lags)

Null Hypothesis: D(PRODD) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-F Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-8.344918 -2.595340 -1.945081 -1.614017	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

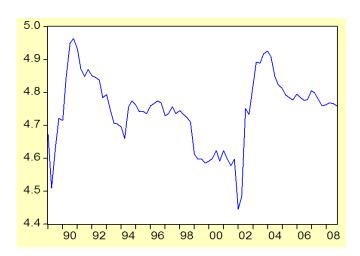
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(PRODD,2)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:30 Sample(adjusted): 1989:4 2008:4

Included observations: 77 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PRODD(-1))	-1.432385	0.171648	-8.344918	0.0000
D(PRODD(-1),2)	0.225706	0.112175	2.012092	0.0478
R-squared	0.606540	Mean dependent var		0.000881
Adjusted R-squared	0.601294	S.D. dependent var		0.048198
S.E. of regression	0.030434	Akaike info criterion		-4.120896
Sum squared resid	0.069466	Schwarz criterion		-4.060018
Log likelihood	160.6545	Durbin-Watson stat		2.022235

Ecuación 4 – Tipo de cambio real – Serie Desestacionalizada



De la lectura del correlograma no podemos asegurar que la serie sea no estacionaria, ya que se observa una caída bastante rápida hacia 0. Sin embargo, en el análisis univariante obtuvimos que la serie es no estacionaria.

Sample: 1989:1 200 Included observation						
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
Autocorrelation	Partial Correlation	10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	0.865 0.703 0.574 0.387 0.251 0.155 0.073	0.865 -0.179 0.049 -0.347 0.174 -0.086 0.097 -0.063 -0.071 -0.030 -0.014 -0.038 0.063 -0.029 0.038 -0.037 -0.105 0.046 -0.017 -0.028 0.052 -0.046 -0.017	Q-Stat 62.124 103.69 131.76 144.72 150.21 152.34 152.82 152.89 152.93 153.38 154.48 156.49 159.92 164.07 174.92 177.75 180.30 182.18 184.14 185.64 187.36 188.16 189.09	Prob 0.000
		27 28	-0.088 -0.105 -0.116 -0.131	-0.075 0.040	189.09 190.46 192.14 194.34	0.000 0.000 0.000 0.000
		30 31 32	-0.131 -0.134 -0.119 -0.135 -0.181	0.074 -0.046 -0.157	194.34 196.70 198.58 201.05 205.64	0.000 0.000 0.000 0.000
		34	-0.181 -0.205 -0.234	0.014	211.61 219.57	0.000

Al hacer el ADF, una vez más, probamos la serie en nivel con constante, constante y tendencia, sin constante ni tendencia.

En niveles con constante ($1 \log = \min AIC$)

Null Hypothesis: TCR1 has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-F Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-2.389045 -3.515536 -2.898623 -2.586605	0.1481

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TCR1)

Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:37 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TCR1(-1)	-0.134896	0.056464	-2.389045	0.0193
C	0.641368	0.268070	2.392537	0.0192
R-squared	0.069009	Mean dependent var		0.001098
Adjusted R-squared	0.056918	S.D. dependent var		0.055120
S.E. of regression	0.053528	Akaike info criterion		-2.992216
Sum squared resid	0.220628	Schwarz criterion		-2.932230
Log likelihood	120.1925	F-statistic		5.707534
Durbin-Watson stat	1.665170	Prob(F-statistic)		0.019340

En niveles con constante y tendencia (1 lag = min AIC)

Null Hypothesis: TCR1 has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fu Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-2.377894 -4.078420 -3.467703 -3.160627	0.3881

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TCR1) Method: Least Squares

Date: 09/30/09 Time: 21:41 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TCR1(-1) C @TREND(1989:1)	-0.135099 0.645107 -6.94E-05	0.056814 0.270086 0.000266	-2.377894 2.388521 -0.261243	0.0199 0.0194 0.7946
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.069844 0.045366 0.053855 0.220430 120.2280 1.666417	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	0.001098 0.055120 -2.967797 -2.877818 2.853358 0.063844

En niveles sin constante ni tendencia (1 y 2 lags = min AIC)

Null Hypothesis: TCR1 has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fo Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	0.124862 -2.594563 -1.944969 -1.614082	0.7192

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(TCR1) Method: Least Squares Date: 09/30/09 Time: 21:46 Sample(adjusted): 1989:2 2008:4

Included observations: 79 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TCR1(-1)	0.000163	0.001306	0.124862	0.9010
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	-0.000202 -0.000202 0.055126 0.237030 117.3601	Mean dependent var S.D. dependent var Akaike info criterion Schwarz criterion Durbin-Watson stat		0.001098 0.055120 -2.945825 -2.915832 1.788296

Primera diferencia con constante (1 lag)

Null Hypothesis: D(TCR1) has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
59	est statistic % level % level % level	-8.822778 -3.516676 -2.899115 -2.586866	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TCR1,2) Method: Least Squares

Date: 10/02/09 Time: 20:48 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(TCR1(-1)) C	-0.951071 0.003140	0.107797 0.005942	-8.822778 0.528343	0.0000 0.5988
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.505985 0.499485 0.052467 0.209214 120.2459 1.709243	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion cerion	0.001985 0.074162 -3.031945 -2.971517 77.84142 0.000000

Primera diferencia con constante y tendencia (1 lag)

Null Hypothesis: D(TCR1) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-8.823106 -4.080021 -3.468459 -3.161067	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TCR1,2)

Method: Least Squares Date: 10/02/09 Time: 20:51 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(TCR1(-1)) C @TREND(1989:1)	-0.953097 0.012227 -0.000224	0.108023 0.012255 0.000264	-8.823106 0.997766 -0.848411	0.0000 0.3216 0.3989
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood Durbin-Watson stat	0.510681 0.497632 0.052564 0.207226 120.6184 1.722106	Mean depen S.D. depend Akaike info Schwarz crit F-statistic Prob(F-statis	lent var criterion terion	0.001985 0.074162 -3.015856 -2.925213 39.13711 0.000000

Primera diferencia sin constante y tendencia

Null Hypothesis: D(TCR1) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fr Test critical values:	uller test statistic 1% level 5% level 10% level	-8.854827 -2.594946 -1.945024 -1.614050	0.0000

^{*}MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TCR1,2)

Method: Least Squares Date: 10/02/09 Time: 20:52 Sample(adjusted): 1989:3 2008:4

Included observations: 78 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(TCR1(-1))	-0.949817	0.107265	-8.854827	0.0000
R-squared Adjusted R-squared S.E. of regression Sum squared resid Log likelihood	0.504170 0.504170 0.052221 0.209983 120.1029	Mean depen S.D. depend Akaike info o Schwarz crit Durbin-Wats	lent var criterion terion	0.001985 0.074162 -3.053920 -3.023706 1.704987

Salida E views - Test de Cointegración

Date: 04/20/10 Time: 20:26 Sample(adjusted): 1990:1 2008:4

Included observations: 76 after adjusting endpoints

Trend assumption: No deterministic trend (restricted constant)

Series: TCR1 EMP PVIDAD PRODD

Exogenous series: D(FE=200002) D(FE>=200201) D(FE>=200203) D(FE=200501)

Warning: Critical values assume no exogenous series

Lags interval (in first differences): 1 to 3

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized	Eigenvalue	Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)		Statistic	Critical Value	Critical Value
None * At most 1 At most 2 At most 3	0.343429	56.63297	53.12	60.16
	0.153711	24.65797	34.91	41.07
	0.122083	11.97401	19.96	24.60
	0.026979	2.078572	9.24	12.97

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level Trace test indicates no cointegration at the 1% level

Hypothesized	Eigenvalue	Max-Eigen	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)		Statistic	Critical Value	Critical Value
None * At most 1 At most 2 At most 3	0.343429	31.97500	28.14	33.24
	0.153711	12.68396	22.00	26.81
	0.122083	9.895442	15.67	20.20
	0.026979	2.078572	9.24	12.97

^{*(**)} denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 1% level

Relación de largo plazo (coeficientes β)

Vector Error Correction Estimates Date: 10/16/09 Time: 21:17 Sample(adjusted): 1990:1 2008:4

Included observations: 76 after adjusting endpoints

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegration Restrictions:

A(2,1)=0,A(4,1)=0,B(1,1)=1

Convergence achieved after 16 iterations.
Restrictions identify all cointegrating vectors
LR test for binding restrictions (rank = 1):
Chi-square(2) 7.840206
Probability 0.019839

Cointegrating Eq:	CointEq1	<u> </u>
TCR1(-1)	1.000000	
EMP(-1)	-13.98854 (4.83316) [-2.89429]	
PVIDAD(-1)	-11.09998 (3.63031) [-3.05759]	
PRODD(-1)	12.67597 (4.03896) [3.13842]	
C	-5.036963 (0.09200) [-54.7511]	