



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



PEDECIBA



FACULTAD DE
CIENCIAS

UDELAR | fcien.edu.uy

DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN DINÁMICA DE FLUIDOS IDEALES Y DESARROLLO DE INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Tesis presentada para obtener el título de Magíster
en Física

Autor

Prof. Álvaro Suárez

Tutores

Dr. Arturo Martí

Dr. Genaro Zavala

A Alejandro Villamil, una persona increíble que me enseñó a amar mi profesión, quien es fuente de inspiración y me acompañará siempre.

Agradecimientos

El camino realizado durante los últimos dos años ha sido largo y de mucho esfuerzo, siendo el apoyo dado por mucha gente querida lo que me ha permitido recorrerlo con éxito. La lista de gente a quien estoy agradecido es larga, así que espero no se me escape nadie.

Me gustaría comenzar con mis tutores, Arturo Martí, quien creyó en mí, dándome una gran oportunidad de seguir formándome, ayudándome además a luchar contra molinos de viento y Genaro Zavala, a quién conocí hace 8 años en La Falda, Córdoba y 6 años después recibió un correo de prácticamente un desconocido y depositó su confianza, aceptando embarcarse en este proyecto. Fue un gran honor tener la posibilidad de aprender de ellos.

A Sandra Kahan e Ítalo Bove, quienes tuvieron una gran disposición y amabilidad para colaborar conmigo en todo este proyecto.

A mis compañeros y amigos del IPA que me tuvieron que soportar bastante estresado durante los últimos dos años.

A todos aquellos que tuvieron la amabilidad y disposición de dedicarme su tiempo y participar desinteresadamente en las entrevistas.

A todos mis amigos que siempre me apoyaron y dieron sus palabras de aliento y en particular a Fernando Tornaría, un gran amigo que me acompañó durante todo el proceso.

A mis padres por todo el amor y educación que me han dado.

Por último, el agradecimiento más especial es para mi esposa Flor a quien amo profundamente y fue parte fundamental de esto, apoyándome, alentándome y dándome su amor de mil maneras posibles.

Resumen:

El centro de este trabajo es una investigación sobre las dificultades conceptuales de los estudiantes universitarios para comprender la hidrodinámica de fluidos ideales. La misma se basa en el análisis de las respuestas de varios cientos de pruebas escritas de estudiantes de primeros años de Ingeniería y Ciencias complementadas con un conjunto de entrevistas orales. Como resultado de dicha investigación se detectaron un conjunto de concepciones erróneas que no habían sido reportadas previamente en la literatura, mostrándose como las dificultades conceptuales más importantes detectadas surgen de la ausencia de una conexión, por parte de los estudiantes, entre la cinemática y la dinámica de los fluidos en movimiento, así como de una escasa comprensión sobre cómo interactúan entre si diferentes regiones de un sistema.

Abstract:

The center of this work is an investigation about the conceptual difficulties of university students to understand the hydrodynamics of ideal fluids. It is based on responses obtained in hundreds of written exams complemented with several oral interviews, which were held with first-year engineering and science university students. As a result of this research, a set of misconceptions that had not been previously reported in the literature were detected, showing themselves as the most critical conceptual difficulties arise from the students' inability to establish a link between the kinematics and dynamics of moving fluids, and from a lack of understanding regarding how different regions of a system interact.

Índice de contenidos

1. Introducción.....	1
1.1 Contenido de la tesis.....	2
1.2 Desarrollo de PER.....	3
1.3 Estudios sobre entendimiento conceptual	4
1.3.1 Teorías ingenuas.....	5
1.3.2 Conocimiento en piezas	6
1.3.3 Categorías ontológicas	6
1.4 Concepciones alternativas	7
1.5 Historia e importancia de los inventarios de conceptos.....	8
1.6 Investigaciones previas en dificultades de aprendizaje en dinámica de fluidos y desarrollo de inventarios de conceptos	11
2. Dificultades de aprendizaje en dinámica de fluidos ideales.....	13
2.1 Introducción	13
2.2 Investigaciones en el área	14
2.2.1 Ideas previas en dinámica de fluidos ideales.....	14
2.2.2 La ecuación de Bernoulli en el marco de la hidrodinámica de los fluidos ideales.....	15
2.3 Metodología de Investigación.....	17
2.3.1 Análisis de pruebas escritas	17
2.3.2 Entrevistas.....	18
2.4 Respuestas de los estudiantes de Ingeniería en las pruebas escritas	19
2.5 Entrevistas.....	22
2.5.1 Primer problema	22
2.5.2 Segundo problema	25
2.5.3 Tercer problema.....	29
2.6 Discusión de resultados, concepciones alternativas de los estudiantes.....	30
2.6.1 Transición hidrostática a hidrodinámica.....	31
2.6.2 Líquidos que se comprimen y se expanden	31
2.6.3 Mayor velocidad siempre implica menor presión.....	31
2.6.4 La fuerza que actúa sobre un elemento de fluido es la ejercida por el fluido que se encuentra aguas arriba	32
2.6.5 Interpretaciones ingenuas de la ecuación de Bernoulli	32
2.7 Comentarios finales	33
3. Diseño y validación de un inventario de conceptos	34
3.1 Introducción	34

3.2 Desarrollo de un inventario de conceptos	34
3.3 Validez	36
3.4 Confiabilidad	36
3.4.1 Coeficiente de Kuder-Richardson.....	36
3.5 Análisis estadísticos de las preguntas. Poder discriminatorio.	37
3.5.1 Índice de dificultad.....	38
3.5.2 Índice de discriminación.....	38
3.5.3 Delta de Ferguson	39
3.5.4 Coeficiente de punto biserial	39
3.6 Curvas IRC.....	40
4. Desarrollo y resultados del inventario de conceptos	45
4.1 Introducción	45
4.2 Desarrollo del test	45
4.2.1 Contenidos del test	45
4.2.2 Concepciones alternativas y desarrollo de los preguntas.....	47
4.2.3 Validación, puesta a punto e instrumentación del test.	48
4.3 Análisis estadísticos individuales.....	49
4.3.1 Índice de dificultad.....	49
4.3.2 Índice de discriminación.....	50
4.4 Análisis estadísticos globales	50
4.5 Análisis de la eficiencia de las preguntas	51
4.5.1 Pregunta 1	52
4.5.2 Pregunta 2	54
4.5.3 Pregunta 3	55
4.5.4 Pregunta 4	57
4.5.5 Pregunta 5	58
4.5.6 Pregunta 6	59
4.5.7 Pregunta 7	61
4.5.8 Pregunta 8	62
4.5.9 Pregunta 9	64
4.5.10 Pregunta 10	66
4.6 Visión global del test	67
5. Conclusiones y perspectivas a futuro	68
Bibliografía.....	71
Apéndice 1 - Problemas planteados en las entrevistas.....	76
Apéndice 2 – Test sobre dinámica de fluidos ideales.....	79

1. Introducción

Es innegable la importancia del desarrollo de las Ciencias Básicas en general y de la Física en particular, para mejorar las condiciones de vida de todos los uruguayos (González, 1976). Los esfuerzos realizados por diversos actores, han logrado aumentar los recursos humanos en el área, lo que ha permitido crear y consolidar diversos grupos de investigación. Sin embargo queda mucho espacio para mejorar y trabajo por realizar. La cantidad de egresados de Enseñanza Media que opta por realizar la Licenciatura en Física sigue siendo muy bajo, así como el número de egresados de dicha carrera, lo que atenta contra el desarrollo a largo plazo.

En otro nivel, un problema particularmente complejo es la enseñanza y sus derivaciones. La Física es parte fundamental en la formación de futuros profesionales de diversas áreas, teniendo que hacerse cargo los investigadores pertenecientes a los Institutos de Física, no solo de los cursos que se imparten en la licenciatura respectiva, sino también en otras carreras como las de Ingeniería o Ciencias Biológicas. Pese a los importantes esfuerzos que se han realizado en los últimos años, particularmente en la Facultad de Ingeniería, a través de distintas experiencias como los cursos de Física 1++ o FísicActiva (Kahan, Auyuanet, Davoine y Stari, 2014; Auyuanet, Modzelewski, Loureiro, Alessandrini y Míguez, 2017), son innegables los magros resultados que se obtienen en gran parte de los cursos básicos de Física a nivel universitario.

Los problemas vinculados a la enseñanza y aprendizaje de la Física no son patrimonio del Uruguay dándose en todas partes del mundo, sin embargo, esta compleja situación ha sido tratada con un enfoque notablemente diferente en las principales universidades de América del Norte y Europa, apostando fuertemente a la generación y desarrollo de grupos de investigación en Educación en Física. Entender desde la psicología cognitiva las maneras en que aprenden los estudiantes; los efectos que tienen las distintas estrategias de enseñanza; qué tipo y características deben tener los materiales curriculares o comprender como se deben tener en cuenta las teorías de los alumnos sobre el funcionamiento del mundo, son algunas de las cosas que se deben investigar con el fin de mejorar los logros de aprendizaje de los estudiantes en los cursos de Física.

Existen muchos ejemplos de investigaciones dirigidas a mejorar los aprendizajes de los alumnos y promover las carreras científicas (Singh, 2014; Kearney, 2011). Si se considera que estos problemas, y otros como los de género, son reales en el Uruguay (Frins et al., 2015; Pollock, Finkelstein y Kost, 2007), investigar en Educación en Física resulta impostergable. El sistema educativo uruguayo parece haber alcanzado la madurez suficiente para definitivamente promover que existan recursos humanos que se dediquen a ello. En los últimos años se ha consolidado un grupo de investigación sobre el uso de teléfonos inteligentes en la enseñanza de la Física, siendo éste uno de los pioneros a nivel mundial, con una cantidad importante de publicaciones¹. Dichos investigadores han realizado además talleres en todo el país formando docentes de Física de Educación Media en estos saberes. En cuanto a la formación de profesores, desde la creación de la Ley de Educación del año 2008, se han realizado incesantes esfuerzos por

¹ En el sitio <http://smarterphysics.blogspot.com.uy/p/publicaciones.html> se puede encontrar una lista detallada de los mismos.

crear la Universidad de la Educación, lo que permitiría promover el desarrollo profesional de los docentes, la generación de saberes propios y la realización de posgrados. Independientemente de los intentos hasta ahora fallidos, se han fortalecido los lazos entre el Consejo de Formación en Educación y la Universidad de la República y en particular entre el Departamento de Física de Formación Docente y el Instituto de Física de la Facultad de Ciencias. Uno de sus frutos ha sido la creación del “Diploma de Especialización en Física”, primer posgrado de la Udelar destinado a profesores de Física egresados del CFE. Desde su primer cohorte en 2013, el país ya dispone de cerca de 40 docentes de Física egresados de dicha carrera. De esta manera, nuestro país cuenta por primera vez con un grupo de profesores con formación de posgrado y habilitados para continuar con otros estudios superiores. Esta situación, inimaginable hace apenas 10 años debe potenciarse a través de la concreción de la Universidad de la Educación, así como de la generación de grupos dependientes de los Institutos de Física de la Udelar y del Departamento de Física de Formación Docente que se dediquen específicamente a la investigación en Educación en Física, creándose finalmente, equipos multidisciplinarios para dinamizar aún más la investigación.

El camino realizado durante los últimos dos años, cuyo producto final es esta tesis, tiene como objetivo general impulsar la Investigación en Educación en Física en el Uruguay, mostrando cómo los resultados de este trabajo pueden ser un aporte importante para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de cursos básicos universitarios. Para ello esta tesis tiene como objetivo particular determinar las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en dinámica de fluidos ideales, y a partir de las mismas diseñar una primera versión de un test que permita determinar objetivamente los aprendizajes en dicha área. Se espera que los insumos recogidos de este trabajo permitan a los docentes que dicten estos temas, desarrollar estrategias de enseñanza que tomen en cuenta las dificultades conceptuales de los estudiantes, así como utilizar una herramienta que permita conocer los modelos mentales de sus alumnos y la efectividad de los métodos de enseñanza, con el fin de promover mejores aprendizajes.

1.1 Contenido de la tesis

La tesis está organizada como se detalla a continuación. En las siguientes secciones del primer capítulo se realiza una breve descripción histórica del desarrollo de la Investigación en Educación en Física y de los estudios más importantes en entendimiento conceptual. Posteriormente se describe la importancia de investigar sobre las concepciones alternativas de los estudiantes y el rol de los test de inventario de conceptos (Concept Inventory Test) en la enseñanza de la Física, culminando el primer capítulo con un análisis de los antecedentes a esta investigación que justifican la elección de la temática. En el capítulo 2 se detalla la investigación realizada sobre las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en dinámica de fluidos ideales. A continuación, en el tercer capítulo se describe la metodología de trabajo para desarrollar el test, presentándose los distintos criterios que deben verificar para validarlo a nivel internacional. En el cuarto capítulo se describe la manera en la que se desarrolló el test, exponiéndose los hallazgos más importantes obtenidos de su aplicación, así como los resultados de aplicar los criterios de validación. Finalmente, el último capítulo se destina a las conclusiones y perspectivas futuras de este trabajo.

1.2 Desarrollo de PER

La investigación en Educación en Física (*Physics Education Research*, PER), tiene como objetivo desarrollar y utilizar teorías y técnicas que caractericen, influyan y midan el aprendizaje de la Física por parte de los estudiantes. Sus orígenes se remontan a la década del 70 cuando empezó a aumentar sensiblemente la cantidad de investigadores que reconocían las dificultades de los estudiantes para comprender conceptos básicos.

El interés por profundizar en las dificultades conceptuales de los estudiantes derivó en la aparición de las primeras investigaciones sobre las concepciones alternativas en el área de la mecánica y en el desarrollo de grupos de investigación, siendo el primero de ellos y uno de los más importantes en la actualidad, el formado en la Universidad de Washington impulsados por Arnold Arons y Lilian McDermott. En 1979 David Trowbridge se convierte en el primer PhD graduado del programa de dicho grupo, publicando en 1980 junto a McDermott un artículo en la *American Journal of Physics* sobre el entendimiento conceptual de los estudiantes respecto a la velocidad (Trowbridge y McDermott, 1980) considerado actualmente como el primer artículo moderno en el campo de PER (Beichner, 2009). Con el paso de los años fueron creciendo las publicaciones que registraban las concepciones alternativas importantes de los estudiantes en la mayoría de las áreas de la Física (McDermott y Redish, 1999), así como ampliando las investigaciones vinculadas al entendimiento conceptual.

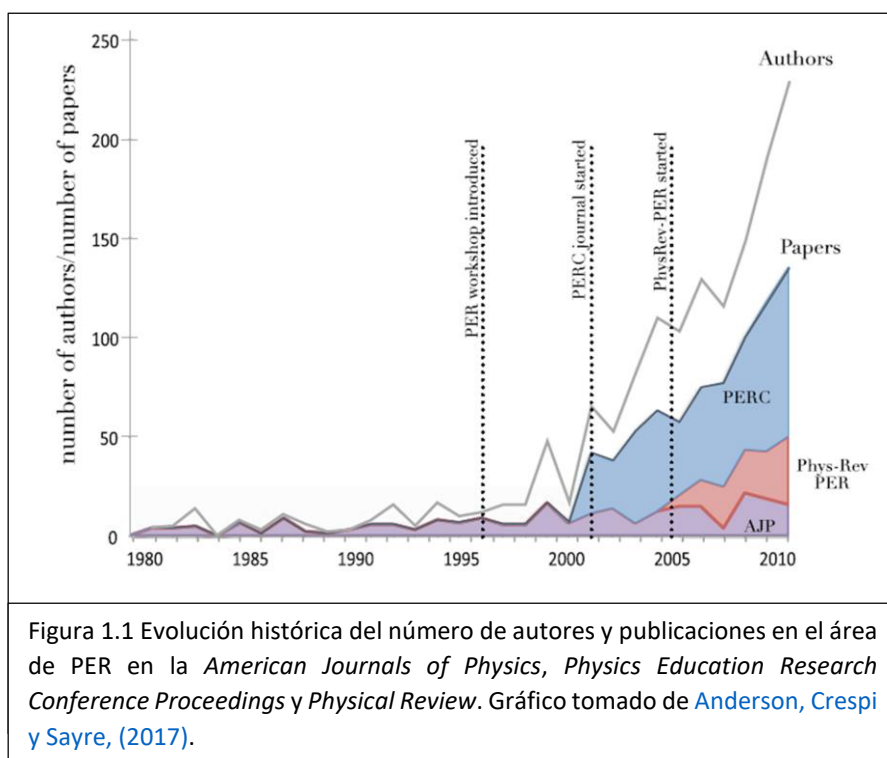
Otra línea de investigación que se abordó desde los comienzos fue la resolución de problemas, dedicada en sus comienzos a estudiar qué enfoques utilizaban los estudiantes para resolver problemas (comparando los alumnos “expertos” con los “novatos”) y desarrollar estrategias que permitieran a los estudiantes “pensar como un Físico”. Las investigaciones tanto en entendimiento conceptual como en resolución de problemas, fueron la base para comenzar a desarrollar un conjunto nuevo de estrategias de enseñanza que favorecieran el aprendizaje de los alumnos, en las distintas modalidades de trabajo, tanto en clases magistrales, como de práctico o laboratorio. En paralelo comenzaron a generarse los primeros test de inventario de conceptos que ganaron en popularidad e importancia en la década del 90. Estos test permitieron demostrar las grandes dificultades que presentan los estudiantes para aprender los conceptos de Física y modificar los modelos mentales con los que llegan al aula.

Como mostraremos más adelante numerosas investigaciones basadas en la aplicación de los test, permitieron falsear algunas ideas subyacentes en muchos docentes, tales como la creencia de que un profesor carismático logra que sus estudiantes obtengan mejores aprendizajes. Estos resultados (entre otros) generaron un gran revuelo en la comunidad científica, sirviendo como disparador para concientizar sobre la importancia de investigar en Educación en Física. Nuevas investigaciones, entre ellas las derivadas de los test y sus distintos usos, permitieron seguir desarrollando y perfeccionando nuevas estrategias de enseñanza y material de instrucción, tales como el Scale-UP, Investigative Science Learning Environment o los Tutoriales de Física Introductoria.

Con el paso de los años se fueron fortaleciendo otras líneas de investigación vinculadas por ejemplo al desarrollo de nuevos métodos de evaluación, así como al impacto de las actitudes y

creencias de los docentes y estudiantes en la enseñanza y aprendizaje. En la última década se ha dado también un impulso al desarrollo de líneas de investigación interdisciplinarias, tales como la psicología cognitiva o la sicolingüística (Dockett y Mestre, 2014).

En la actualidad la disciplina ha alcanzado un grado considerable de madurez, lo que se refleja, por ejemplo, en la cantidad y calidad de las conferencias internacionales o en el lanzamiento de la revista *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* en 2005 y en 2016 paso a ser *Physical Review Physics Education Research*, así como en la cantidad de publicaciones y aumento sostenido de las mismas a lo largo de los años, tal como se puede observar en la figura 1.1.



1.3 Estudios sobre entendimiento conceptual

La línea de investigación sobre entendimiento conceptual, además de ser la primera desarrollada en el ámbito de PER, es una de las más vastas y en continuo desarrollo. Junto a las destacadas investigaciones sobre concepciones alternativas que son quizás la marca de fuego del entendimiento conceptual, también se han desarrollado otras importantes líneas de trabajo.

Como extensión natural de las investigaciones sobre las ideas previas de los estudiantes, se ha explorado sobre la permanencia y/o resurgimiento de las mismas al finalizar los cursos. También se han desarrollado (y continúan en un proceso cíclico de mejoramiento) estrategias de enseñanza que permitan superar las concepciones erróneas de los estudiantes. En paralelo se han construido instrumentos de evaluación con el fin de monitorear el impacto de las nuevas estrategias.

Otro campo de conocimiento que se está desarrollando dentro de entendimiento conceptual son las investigaciones abocadas a comprender y describir la arquitectura cognitiva del conocimiento, es decir de qué manera se estructura el conocimiento en la memoria. Esta área de investigación, con una fuerte veta interdisciplinaria, ha sido fuente de debate y siguen existiendo hoy en día diferentes teorías para explicar el razonamiento de los alumnos, la manera en que se alojan los conocimientos y se estructuran las ideas previas. Vinculado a esto, los progresos realizados en el área de la neurociencia basados en parte en el desarrollo de la tecnología, han permitido realizar investigaciones sobre la naturaleza del cambio conceptual que se da en los estudiantes a partir del uso de imágenes de resonancia magnética. Los hallazgos preliminares muestran que muchos estudiantes que contestan preguntas correctamente, aún mantienen en la memoria, pero suprimidas, sus concepciones erróneas. Este resultado es acorde con los encontrados en otras investigaciones realizadas con instrumentos convencionales, donde se muestra que poco tiempo de después de haber recibido un curso, los estudiantes vuelven a mostrar ideas previas supuestamente superadas. Continuar aprendiendo sobre la manera en que se forman los conceptos en la memoria y se utilizan, brinda nueva información que debe ser tenida en cuenta para desarrollar nuevas estrategias de enseñanza que permitan que los estudiantes tengan mejores logros de aprendizaje.

Los tres principales marcos teóricos respecto al entendimiento conceptual son: las teorías ingenuas, el conocimiento en piezas y las categorías ontológicas. Dada su importancia en el marco de la investigación en PER se realizará una breve descripción de cada una de ellas y sus principales resultados.

1.3.1 Teorías ingenuas

Los alumnos no llegan a las clases de Física en blanco, durante años han interactuado con el mundo, provocando que generen modelos para describir el comportamiento de muchos fenómenos de la naturaleza, construyendo teorías denominadas “ingenuas”. Estas teorías tienen conceptos erróneos que contradicen los modelos físicos (McDermott, 1984), aunque usualmente no son del todo incorrectas, pudiendo ayudar a los estudiantes a construir nuevos conceptos científicos más productivos. Su presencia no debería ser una sorpresa, ¿qué puede tener de extraño que un estudiante piense que es necesaria la aplicación de una fuerza para mover un cuerpo con velocidad constante? ¿De qué manera esta idea se contrapone con su experiencia diaria?

Es interesante notar que las también llamadas ideas previas, contrario a lo que uno podría esperar, no son patrimonio exclusivo de la mecánica. Por ejemplo al pedirle a un estudiante que compare las intensidades de corriente medidas por dos amperímetros colocados en un circuito a sendos lados de una lamparita, muchos de ellos contestarían que la intensidad de corriente es menor después de haber pasado por la bombita, ya que la corriente “se gasta”.

Las concepciones alternativas son consideradas entidades estables que pueden utilizarse para interpretar fenómenos en diversos conceptos, caracterizándose por interferir con los modelos

científicos, estar profundamente arraigadas y ser resistentes al cambio, dificultando notablemente el aprendizaje de los estudiantes.

Desde la visión de las teorías ingenuas, se acepta que el estudiante debe tener algún grado de insatisfacción con sus concepciones alternativas, para sustituir las mismas por los conceptos científicos apropiados. Con este objetivo se han desarrollado en los últimos 30 años estrategias de enseñanza y materiales de instrucción basados en la teoría de cambio conceptual ([Posner, Strike, Hewson y Gertzog, 1982](#)). Según esta teoría para que un alumno sustituya su modelo erróneo por el científico, debe conjuntamente a la insatisfacción con sus concepciones previas, comprender los conceptos nuevos y poder utilizarlos para realizar predicciones sobre nuevos fenómenos ([Moreira y Greca, 2003](#)).

1.3.2 Conocimiento en piezas

La teoría de conocimiento en piezas ofrece otra mirada al cambio conceptual y la manera en que los estudiantes estructuran el conocimiento. Según esta teoría, el conocimiento sobre el mundo físico con el que llegan al aula los estudiantes está separado en “piezas” (interpretaciones superficiales del mundo físico), las cuales son esquemas primitivos denominados principios fenomenológicos ([DiSessa, 1993](#)). Estos principios fenomenológicos son la base de las concepciones alternativas observadas, pudiendo asociarse para describir un conjunto de situaciones sin conformar una teoría coherente y sistemática ([Bello Garces, 2007](#)).

El acceso a una o varias piezas de conocimiento depende fuertemente del contexto. Cuando un estudiante activa una pieza, razona a partir de la misma. Un ejemplo que refleja este modelo es la concepción errónea de que las estaciones del año son consecuencia de las grandes variaciones en las distancias entre la Tierra y el Sol. Desde la visión del conocimiento de piezas, esta idea previa surge a partir de la búsqueda de una explicación razonable basada en la pieza “más cerca significa más intensidad”. Esta idea es una construcción que parte de la experiencia diaria que cuanto más cerca del fuego, más calor uno recibe, o cuanto más cerca de una fuente sonora, más fuerte se escucha ([Docktor y Mestre, 2014](#)).

Contrario al modelo de las teorías ingenuas, según el conocimiento de piezas las concepciones alternativas no son construcciones tan estables, dependiendo fuertemente del contexto. Situaciones que para los expertos son vistas como equivalentes, para los estudiantes pueden implicar una asociación a piezas distintas con diferentes razonamientos.

En la teoría de piezas el proceso de aprendizaje de los estudiantes se da a partir de un refinamiento del conocimiento en la memoria, mediante el cual las piezas que repetidamente resultan eficaces para recordar y aplicar a contextos particulares, se compilan conformando los conceptos científicos estables ([Docktor y Mestre, 2014](#)).

1.3.3 Categorías ontológicas

La teoría de las categorías ontológicas considera que las concepciones alternativas de los estudiantes son producto de una categorización errónea del conocimiento y sus experiencias en

categorías ontológicas inadecuadas, donde estas últimas, se definen como las cosas que hay en el mundo (Chi y Slotta, 1993), tales como objetos, eventos o procesos como podría ser la peregrinación de la aves.

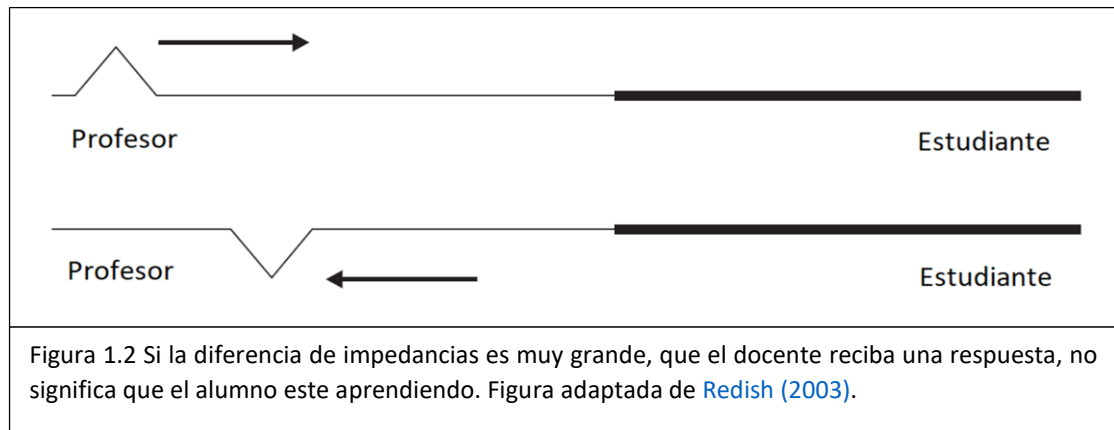
Según esta teoría las dificultades conceptuales de los estudiantes en los distintos temas surgen de una mala categorización de los fenómenos. Por ejemplo procesos como el calor y la corriente eléctrica son categorizados dentro de la materia o “cosas”. Cuando un alumno realiza una categorización inadecuada, surge la concepción errónea, no pudiendo ser superada hasta realizar una recategorización de los conceptos. Las fuerzas por ejemplo son categorizadas como cosas, considerando que la fuerza se va acabando o consumiendo, tal como puede ocurrir con el combustible de un auto. Por esta razón cuando se les pregunta sobre las fuerzas que actúan sobre un objeto que se lanza hacia arriba, una concepción errónea común es considerar la presencia de la fuerza de la mano que se va gastando a medida que sube el objeto (Dockett y Mestre, 2014).

Cabe señalar que esta teoría ha sido foco de crítica en los últimos años, a partir de investigaciones realizadas que muestran como estudiantes con conocimientos básicos pueden pasar conceptos de una categoría ontológica a otra para explicar adecuadamente fenómenos complejos.

1.4 Concepciones alternativas

Las teorías que describen la manera en que se organiza el conocimiento y el origen de las concepciones alternativas, sigue siendo tema de estudio. Hay mucho campo por explorar y la manera en la que continúa desarrollándose la neurociencia, permite pensar que ésta, realizará aportes fundamentales para tener teorías más acabadas sobre cómo se estructura el conocimiento.

Independientemente de la interpretación que se haga de las concepciones alternativas y la manera en la que se estructura el conocimiento, no hay dudas que las ideas previas son un escollo para el aprendizaje de los estudiantes debiéndose tener en cuenta para el desarrollo de estrategias de enseñanza. En este sentido las investigaciones en PER han demostrado en forma contundente (tal como se describirá en la siguiente sección) que no alcanza con dar clases “claras y ordenadas” para que los estudiantes aprendan. Además, que un profesor obtenga respuestas de un estudiante, no significa que realmente este aprendiendo. Una manera pictórica de ver la naturaleza del problema es pensando la interacción docente - alumno como un pulso de onda que pasa de un medio a otro, tal como se representa en la figura 1.2. Si el objetivo es que los estudiantes aprendan, se deben ajustar las impedancias. Por lo tanto para que los alumnos puedan superar sus dificultades hay que concentrarse en la manera en que aprenden (Redish, 2003).



La teoría constructivista del aprendizaje originalmente desarrollada por Piaget permite comprender la manera en que aprenden los estudiantes. Según esta teoría todas las personas construyen sus propios conocimientos, los que a su vez son afectados por sus estructuras previas. De esta manera los estudiantes no descartan simplemente sus pensamientos para sustituirlos por otros, sino que crean nuevos conocimientos a partir de los ya existentes, en este sentido son partícipes de sus propios conocimientos ([Rosenblatt, 2012](#)). Para que los estudiantes puedan lograr un aprendizaje significativo deben ser capaces de utilizar el conocimiento adquirido en diferentes situaciones a las aprendidas, requiriendo para ello que se involucren activamente en la construcción del conocimiento. Por esta razón, si un docente no es capaz de guiar al estudiante en este proceso, no logrará que se produzca la recomposición de sus estructuras mentales ([McDermott, 1991](#)). Vemos entonces la importancia de conocer los modelos mentales que poseen los estudiantes, para a partir de los mismos desarrollar las estructuras de conocimiento deseadas.

1.5 Historia e importancia de los inventarios de conceptos

Una característica común en muchos cursos de Física que trasciende fronteras, es que la metodología de enseñanza preferida por la mayoría de los docentes es la expositiva, donde el alumno la mayor parte del tiempo tiene una actitud pasiva, siendo el docente el “transmisor” del conocimiento. Esto, resulta en muchos aspectos frustrante, debido a que las investigaciones emanadas del PER han demostrado por diversas vías que los estudiantes que reciben este tipo de clases mantienen en muchos casos sus concepciones alternativas después de haber aprobado los cursos, siendo además la metodología expositiva la que produce menores logros de aprendizaje, independientemente de la claridad y el carisma del profesor. Estas conclusiones quizás hayan sido uno de los hallazgos más importantes obtenidos de la Investigación en Educación en Física.

Para poder obtener las conclusiones señaladas se debieron generar herramientas de evaluación que permitieran comparar lo más objetivamente posible aprendizajes de distintas poblaciones de estudiantes y de diferentes instituciones educativas. Dichas herramientas son los *test de inventarios de conceptos*, siendo el más conocido a nivel internacional el *Force Concept Inventory* (FCI) publicado por [Hestenes, Wells y Swackhamer \(1992\)](#).

El desarrollo del FCI y en general de los test de inventarios de conceptos se basan en las investigaciones realizadas sobre el entendimiento conceptual de los estudiantes, en particular en el conocimiento de sus concepciones alternativas, los que se obtienen a partir del análisis de las respuestas a entrevistas y problemas abiertos diseñados con dicho fin. Los inventarios de conceptos se caracterizan por ser pruebas de varias preguntas de opción múltiple, lo que favorece su implementación, corrección y comparación de resultados con otras poblaciones. Las preguntas en general no requieren de cálculos matemáticos, incluyéndose entre las posibles respuestas a cada situación, aquellas asociadas a las concepciones alternativas de los alumnos. De esta manera los estudiantes siempre encuentran en cada pregunta la respuesta asociada a su modelo mental.

Desde la publicación de los primeros test, muchos docentes de trayectoria en todas partes del mundo los han instrumentado en sus cursos, sorprendiéndose en muchos casos de los magros resultados obtenidos por sus estudiantes, incluso en aquellos alumnos que aprobaban sus cursos con buenas calificaciones. Quizás el caso más conocido sea el del investigador Eric Mazur de la Universidad de Harvard quien en 1991 puso a sus estudiantes el *Mechanic Baseline Test* convencido de que iban a poder contestar las preguntas sin mayor dificultad. Según cuenta el propio Mazur en su libro *“Peer Instruction”* la primera advertencia que recibió de que algo no estaba funcionando bien fue cuando a los cinco minutos de haber entregado la prueba un estudiante le preguntó: *“¿cómo debería responder estas preguntas? ¿De acuerdo con lo que nos enseñó, o como creo que son las cosas?”* Esta señal fue el preámbulo de lo que se encontró al corregir las pruebas. A los estudiantes les había ido peor en el test que en la prueba de mitad de período, contestando la mayoría de las preguntas basados en sus concepciones erróneas. Esto produjo un shock en Mazur, motivándolo a modificar fuertemente sus cursos, desarrollando el *“Peer Instruction”* (Mazur, 1999).

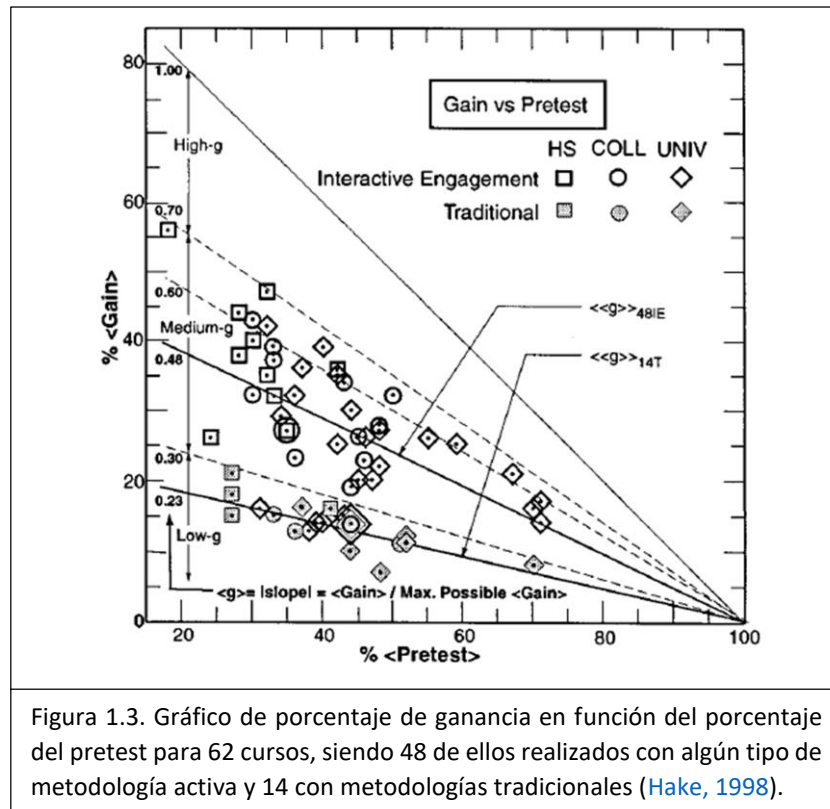
En el año 1998 Richard Hake publicó en la *American Journal of Physics* (Hake, 1998) el trabajo que probablemente sea el más influyente en la historia del PER. En dicho artículo Hake presentó los resultados de aplicar el FCI a más de 6000 estudiantes de universidades, colleges y escuelas secundarias de Estados Unidos. Su objetivo era comparar los aprendizajes de los estudiantes en función de si los docentes utilizaban metodologías de enseñanza tradicionales o activas. Ahora, ¿qué se entiende por aprendizaje activo? Significa básicamente, que los estudiantes están involucrados en algún tipo de actividad guiada en la clase. Según Hake (1998) *“los métodos de participación activa son diseñados para promover la comprensión conceptual a través de la participación interactiva de los estudiantes en actividades mentales y de actividades experimentales que producen información inmediata a través de la discusión con sus compañeros y/o el docente”*. En este sentido los alumnos dejan de ser receptores pasivos del conocimiento, convirtiéndose en aprendices activos, siendo los docentes vistos como guías, más que como fuentes de información (Breslow, 1999).

Para medir objetivamente los aprendizajes de los estudiantes, Hake solicitó a los docentes de los cursos que pusieran el test al principio (“pretest”) y al final del mismo (“postest”). Dado los resultados del pre y postest, definió la ganancia “g” de un curso como:

$$g = \frac{\%postest - \%pretest}{100 - \%pretest} \quad (1.1)$$

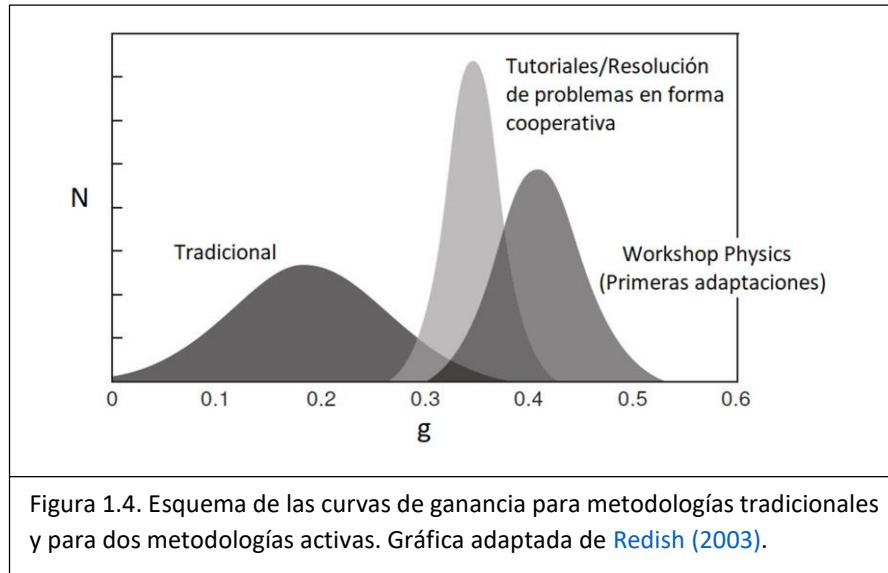
Donde el numerador expresa la ganancia media absoluta, mientras que el denominador la ganancia máxima que pudo haberse logrado. Con esta definición, “g” mide la fracción de mejoramiento de aprendizaje de los estudiantes obtenida en un curso, siendo por lo tanto un parámetro intensivo e independiente del estado inicial de conocimientos del curso.

En la figura 1.3 se presentan los resultados del porcentaje de ganancia ($\%postest - \%pretest$) en función del $\%pretest$, representándose con cuadrados, circunferencias y rombos claros aquellos cursos dados con metodologías activas y con oscuros los dictados con metodologías tradicionales. En promedio, aquellos cursos donde se implementaron estrategias de enseñanza activas tuvieron una ganancia $\bar{g} = 0,48$, mientras que en las clases con metodologías expositivas $\bar{g} = 0,23$ (Hake, 1998).



Los resultados obtenidos por Hake no deberían ser una sorpresa. Se ha medido en reiteradas ocasiones que el máximo porcentaje de retención de conocimiento de un alumno después de haber escuchado una clase expositiva no es mayor al 10%. En este sentido el Premio Nobel Carl Wieman (Wieman, 2007) justifica desde el punto de vista de la psicología cognitiva estos resultados, explicando que mientras un estudiante está en una actitud pasiva en clase, pone en juego la memoria a corto plazo, la cual puede manejar muy poca información a la vez, resultando la clase poco o nada provechosa para el alumno. De esta manera el trabajo de Hake, basado en la utilización de un inventario de conceptos, logró demostrar de manera objetiva que el tipo de estrategia de enseñanza utilizada, es la variable principal para generar mejores logros de aprendizaje en los estudiantes.

La gráfica de la figura 1.4 donde se representa la ganancia lograda en el FCI con tres metodologías diferentes: tradicional, moderadamente activa y fuertemente activa; da una visión complementaria del problema, evidenciando las diferencias notorias en los resultados a medida que se involucra más al estudiante.



Cabe destacar que los aportes de Hake impulsaron aún más la investigación en Educación en Física, en particular en la generación de nuevas estrategias didácticas las que se validan o no con la realización de nuevos test.

La utilización de los inventarios de conceptos no está circunscripta a la determinación de ganancias. Para cada test se puede desarrollar una clasificación de conceptos, que permite identificar con que concepción alternativa está asociada cada una de las respuestas incorrectas de los estudiantes. De esta manera analizando los errores de los alumnos, un docente puede identificar dónde presentan mayores dificultades. En ese sentido se han creado a lo largo de los años herramientas de análisis de los test más complejas, tales como el factor de concentración de Bao que permite estudiar la evolución del estado de los estudiantes (Bao y Redish, 2001). Por último y no menos importante, los test permiten a cualquier docente interesando, investigar de manera simple sus propias prácticas, pudiendo monitorear la manera en que evolucionan los modelos mentales de los estudiantes, así como los efectos de cambios realizados en sus estrategias de enseñanza.

1.6 Investigaciones previas en dificultades de aprendizaje en dinámica de fluidos y desarrollo de inventarios de conceptos

Desde los inicios de PER, se han publicado a lo largo de los años exhaustivas investigaciones documentando las concepciones alternativas de los estudiantes en diversas áreas de la Física. En base a éstas y desde la aparición del FCI, se han desarrollado gran cantidad de test, tales como el *Brief Electricity and Magnetism Assessment* (BEMA), *Test of Understanding Graphs in Kinematics* (TUG-K), *Energy and Momentum Conceptual Survey* (EMCS) o más recientemente el

Quantum Mechanics Conceptual Survey (QMCS) entre otros (Ding, Chabay, Sherwood y Beichner, 2006; Beichner, 1994; Singh y Rosengrant, 2003; McKagan, Perkins y Wieman, 2010). Pese al vasto número de publicaciones sobre test y concepciones alternativas, existen aún algunas áreas de la Física con escasas investigaciones sobre ambas temáticas. Contrariamente a lo que uno podría pensar, la dinámica de fluidos a nivel elemental ha sido poco explorada en el ámbito de PER. Los inventarios de conceptos publicados están pensados para evaluar el aprendizaje conceptual en cursos superiores de Mecánica de Fluidos, (Martin, Mitchell y Newell, 2003; Domínguez et al., 2015) mientras que los trabajos enfocados a la determinación de concepciones alternativas en dinámica de fluidos ideales son muy escasos, estando los existentes principalmente vinculados a la aplicación de la ecuación de Bernoulli (Vega-Calderón, Gallegos-Cázares y Flores-Camacho, 2017; Barbosa, 2013, entre otros).

Por estos motivos el presente trabajo de tesis de maestría está enfocado en la determinación de las dificultades conceptuales de los estudiantes en dinámica de los fluidos ideales y a partir de los mismos, desarrollar una primera versión de un test sobre dicha temática.

2. Dificultades de aprendizaje en dinámica de fluidos ideales

El presente capítulo está enfocado en describir todo el proceso de investigación y los principales hallazgos sobre las dificultades conceptuales de los estudiantes en dinámica de fluidos ideales. Como parte del proceso de trabajo de tesis se redactó junto a los Doctores Arturo Martí y Genaro Zavala y la Magister Sandra Kahan el artículo “[Students’ conceptual difficulties in hydrodynamics](#)”, publicado en noviembre de 2017 en la revista *Physical Review Physics Education Research*. La redacción de este capítulo se basa en los contenidos de dicho artículo.

2.1 Introducción

La estática y dinámica de los fluidos son tópicos que se estudian a nivel introductorio en los cursos básicos de Física de los primeros años de las carreras vinculadas a la Física e Ingenierías, así como en aquellas relacionadas con la Medicina y Ciencias de la Vida. Un entendimiento conceptual profundo de la hidrostática y la hidrodinámica de fluidos ideales (no viscosos e incompresibles), implica manejar no solo conceptos tales como presión, empuje, líneas de corriente, conservación de masa y el teorema del trabajo y la energía, sino también los principios básicos de la dinámica, de forma tal de poder integrar de manera adecuada los conocimientos.

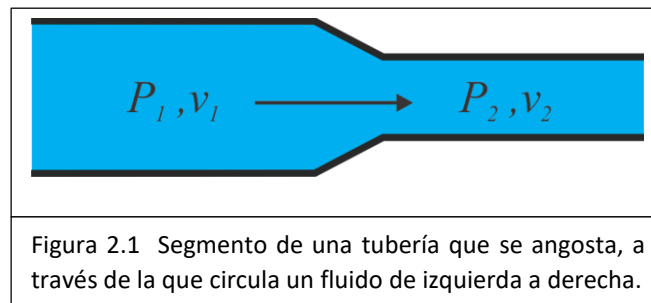
En el ámbito del PER se le ha dado particular importancia a la investigación sobre dificultades conceptuales en hidrostática en detrimento de aquellas vinculadas a la hidrodinámica de los fluidos ideales. Mientras en hidrostática se han reportado una cantidad significativa de concepciones alternativas asociadas a la presión y el empuje, así como desarrollado materiales de instrucción con el fin de superar las mismas ([Besson, 2004](#); [Goszewski, Moyer, Bazan y Wagner, 2013](#); [Loverude, Kautz y Heron, 2003](#); [Niño, Sánchez, Cañada y Martínez, 2016](#); entre otros), en hidrodinámica de los fluidos ideales las publicaciones son escasas, estando las existentes, principalmente vinculadas a la aplicación de la ecuación de Bernoulli y las consecuencias derivadas de la misma ([Baghdanov, 2013](#); [Barbosa, 2013](#); [Recktenwald, Edwards, Howe y Faulkner, 2009](#); [Vega-Calderón et al., 2017](#)).

Existen entonces muchas preguntas abiertas sobre el entendimiento conceptual de los estudiantes en hidrodinámica de fluidos ideales. ¿Cómo interpretan el origen de las fuerzas que actúan sobre un elemento de volumen de un fluido en movimiento? ¿Conectan los cambios de velocidad (módulo y dirección) con los gradientes de presión? ¿Cómo aplican la conservación de la masa en contextos diferentes al de fluidos confinados en tuberías? Las preguntas señaladas y otras de interés relevante, son abordadas en este capítulo a partir del análisis de pruebas parciales y exámenes, así como de los resultados de entrevistas realizadas a estudiantes que aprobaron un curso de Física General que incluía tópicos de mecánica de fluidos. En la siguiente sección se realiza una breve descripción de las investigaciones más importantes sobre concepciones alternativas en dinámica de fluidos ideales. A continuación se describe la metodología de la investigación, presentándose posteriormente los resultados obtenidos. El capítulo culmina con una discusión sobre los hallazgos más relevantes.

2.2 Investigaciones en el área

2.2.1 Ideas previas en dinámica de fluidos ideales

Las investigaciones sobre concepciones alternativas en dinámica de fluidos ideales se centra particularmente en la relación entre la velocidad de un fluido y la presión, en el entendido que mayor velocidad implica mayor presión (Baghdanov, 2013; Barbosa, 2013; Martin, 1983 y Vega-Calderón et al., 2017). El caso típico donde se analiza esta concepción, es el problema donde un líquido de viscosidad despreciable pasa a través de una tubería con un angostamiento, preguntándose sobre la relación entre la presión y la velocidad en las distintas partes de la misma. En la figura 2.1 se representa la situación descrita.



La idea previa de que la presión aumenta en la región donde la velocidad es mayor, podría tener según la literatura de referencia distintos orígenes.

- [Martin \(1983\)](#) argumenta que las dificultades de los estudiantes están asociadas a cómo interpretan el experimento cotidiano de apretar con el dedo la boca de salida de una manguera. Cualquiera que haya utilizado dicho artilugio para aumentar la velocidad de salida de un fluido, reconoce que la fuerza ejercida por el agua sobre el dedo es mayor, cuanto más pequeña sea la abertura que se deje. Este hecho experimental, junto al asociar la fuerza sobre el dedo con la presión, conlleva a los estudiantes a creer que cuanto mayor sea la velocidad, mayor debe ser la presión.
- Según [Barbosa \(2013\)](#) la concepción de los estudiantes que los lleva a concluir que mayor presión implica mayor velocidad, está asociado con la creencia de que la presión equivale a la fuerza y a su vez vincular la fuerza con la velocidad.
- [Baghdanov \(2013\)](#) muestra que esta idea previa de los estudiantes se vincula con la suposición que los líquidos se comprimen al fluir en la tubería.
- Para [Vega-Calderón et al. \(2017\)](#) la concepción errónea mencionada, tiene su origen en una idea previa de relacionar la presión con el espacio ocupado por el fluido ([Besson, 2004](#); [Goszewski et al., 2013](#)), lo que lleva a suponer que la presión aumenta en los lugares estrechos y como consecuencia de ello, la velocidad es mayor.

La dificultad conceptual sobre la relación entre la presión y la velocidad, también ha sido relevada a través de la puesta en práctica del *Fluid Mechanics Inventory Test* ([Martin et al., 2003](#); [Domínguez et al., 2015](#); [Watson, Mills, Bower, Brannan, Woo y Welch, 2015](#)) y el *Thermal and Transport Concept Inventory* ([Olds, Streveler, Miller y Nelson, 2004](#)) a estudiantes de cursos superiores en mecánica de fluidos, mostrándose que dicha concepción errónea sigue persistiendo.

En cuanto al uso de la ecuación de Bernoulli, [Recktenwald et al. \(2009\)](#) reportan que los estudiantes consideran que dicha ecuación puede aplicarse en cualquier contexto, no tomando en cuenta las hipótesis del modelo.

2.2.2 La ecuación de Bernoulli en el marco de la hidrodinámica de los fluidos ideales

La ecuación de Bernoulli se deduce usualmente en los textos de Física General ([Resnick, Halliday, y Krane, 2002](#); [Sears, Zemansky, Young y Freedman 2013](#); [Serway y Jewett 2008](#); [Tipler y Mosca 2005](#)) a partir de aplicar el teorema del trabajo y la energía cinética a un fluido incompresible, no viscoso, irrotacional y estacionario que se encuentra confinado. De esta manera, conecta las energías cinética y potencial gravitatoria por unidad de volumen, con los trabajos realizados por unidad de volumen por las presiones en las fronteras del sistema, dando como resultado que la cantidad:

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = cte \quad 2.1$$

es constante en cualquier punto de una línea o tubo de corriente, siendo P la presión del fluido, ρ su densidad, g la aceleración gravitatoria, h la altura del fluido respecto al nivel de referencia y v su velocidad.

3.2.1.1 ¿Mayor velocidad menor presión?

Si se aplica la ecuación 2.1 a una línea de corriente en un fluido en una tubería horizontal que se angosta, tal como el de la figura 2.1, se verifica que:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad 2.2$$

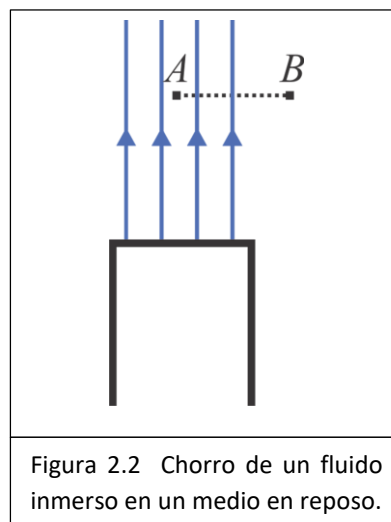
y junto con la ecuación de continuidad, se deduce que *cuanto mayor es la velocidad del fluido, menor es su presión*.

Dicha conclusión, sólo es válida a lo largo de una tubería horizontal en un fluido que verifica las hipótesis bajo las que se deduce la ecuación de Bernoulli. Sin embargo varios libros de texto no solo la destacan, sino que en la forma en la que la presentan, le dan un estatus de conclusión general, utilizándola para explicar fenómenos tales como la sustentación de un ala de avión o la desviación lateral (*comba*) de una pelota que rota sobre sí misma. Estos fenómenos son ampliamente conocidos y muy interesantes. Las explicaciones propuesta por los textos ([Resnick et al., 2002](#); [Sears et al., 2013](#); [Serway y Jewett 2008](#); [Tipler y Mosca 2005](#)) y artículos científicos ([Bauman y Schwaneberg, 1994](#); [Brusca, 1986](#)) son rápidas y elegantes, produciendo los resultados esperados. Esto sin dudas ha aportado a que la idea de que mayor velocidad implica menor presión, se haya extendido en la literatura. Sin embargo, que la predicción de un fenómeno sea correcta, no implica que su explicación también lo sea.

Fenómenos tales como la comba de una pelota, hacer levitar una pelota de ping pong en un chorro de aire, o soplar por encima de una hoja de papel para que se eleve, no pueden ser

explicados bajo la simple idea de que mayor velocidad implica menor presión. En estos casos juegan un rol preponderante fenómenos característicos de los fluidos viscosos, tales como el arrastre y el efecto Coanda (Eastwell, 2007; Smith, 1972; Weltner y Ingelman-Sundberg, 2011). La sustentación de una ala de avión, quizás el fenómeno explicado en los textos más representativo de la ecuación de Bernoulli, tampoco puede ser explicada a través de una simple aplicación directa de Bernoulli y sus consecuencias, teniendo que tomarse otros factores en cuenta (Babinsky, 2003; Eastwell, 2007; Smith, 1972).

Incluso en situaciones físicas donde los efectos viscosos no son importantes, la idea de que mayor velocidad implica menor presión; puede llevar a conclusiones erróneas. Si se comparan las presiones entre un punto A (figura 2.2) dentro de un chorro de un fluido inmerso en un medio en reposo con la de un punto B exterior al mismo, se puede demostrar teórica y experimentalmente (Kamela, 2007) que dichas presiones deben ser iguales. Este resultado que a priori puede resultar sorprendente, se puede entender fácilmente aplicando las leyes de Newton. Si la presión en el punto A fuera menor que en B, el gradiente de presiones provocaría una aceleración del fluido a lo largo de la línea que uno dichos puntos. El flujo no sería uniforme y las líneas de corriente no podrían ser rectas. Vemos entonces, que la simple aplicación de las leyes de Newton muestra que las presiones en A y B deben ser iguales. La ecuación de Bernoulli no puede ser aplicada para comparar las presiones, ya que no pasa ninguna línea de corriente por B.



El último ejemplo, muestra como la aplicación de los principios fundamentales de la dinámica, permite comprender la cinemática del flujo, dejando además al descubierto una conclusión sacada de uso inadecuado de la ecuación de Bernoulli. De igual manera, las leyes de Newton pueden utilizarse para comprender por qué la presión es menor en un angostamiento de una tubería. Si la velocidad del fluido aumenta, la fuerza neta sobre un elemento de volumen ubicado en la interface del estrechamiento, debe ser distinta de cero, por lo tanto la presión antes del angostamiento debe ser mayor que después del mismo. El análisis realizado muestra como la ausencia de estudios dinámicos de un fluido en movimiento, junto a la persistencia de malos usos de la ecuación de Bernoulli, puede llevar a un pobre entendimiento de la hidrodinámica.

2.3 Metodología de Investigación

Se utilizaron dos herramientas de análisis para investigar sobre las dificultades conceptuales de estudiantes universitarios en hidrodinámica de fluidos ideales. En primera instancia se analizaron los errores cometidos por estudiantes en pruebas escritas de parciales y exámenes del curso de Física II de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República. Posteriormente a partir de los insumos obtenidos, se construyeron tres problemas, los que se propusieron a estudiantes en una modalidad de entrevistas semi-estructuradas. A continuación se describe con detalle la metodología de trabajo para las herramientas mencionadas.

2.3.1 Análisis de pruebas escritas

Se analizaron con profundidad los errores cometidos en 600 pruebas escritas correspondientes a cuatro parciales y dos exámenes del curso de Física II de la FING.² Dicho curso tiene una duración de quince semanas y una carga horaria de cinco horas semanales, dedicando tres semanas de clase a tópicos referidos a estática y dinámica de fluidos, siendo la bibliografía de referencia los textos de Física General de [Tipler y Mosca \(2005\)](#), [Sears et al. \(2013\)](#) y [Resnick et al. \(2002\)](#). Las pruebas estudiadas formaron parte de la evaluación normal del curso. En cada una de ellas, uno de los problemas propuestos versaba sobre los temas de fluidos con énfasis en las ecuaciones de continuidad y Bernoulli. En cada problema, que a su vez se dividía en varias partes, los estudiantes debían desarrollar los cálculos utilizados para llegar a la solución.

Para poder determinar cuáles fueron los errores más comunes cometidos por los estudiantes, así como inferir con qué dificultad conceptual estaban relacionados, se realizó primero una resolución detallada de cada uno de los problemas de las pruebas parciales y exámenes, describiéndose en cada paso las suposiciones que se estaban realizando y los conceptos que estaban involucrados. A continuación se analizó cada prueba escrita comparándola con la resolución hecha previamente. Cuando se detectaba algún error, se infería qué conceptos erróneos tenía el estudiante, registrándose los mismos en una tabla junto al número de parcial correspondiente. En la tabla 2.1 se muestra un ejemplo de la misma.

Conceptos erróneos	Número de parcial (Mayo 2014)
Expresa incorrectamente la ecuación de Bernoulli como consecuencia de una interpretación errónea del sistema de referencia y/o de confusión con expresión estática agregando término cinético.	10, 24, 43, 61, 73, 95
No reconoce cambio de velocidad por angostamiento.	83
Considera que a igual altura la presión siempre es la misma aunque haya cambios en la velocidad del fluido.	6, 11, 17, 26, 32, 33, 43, 46, 58, 72, 80, 86, 94

Tabla 2.1 Fragmento de tabla con análisis de errores de los estudiantes.

² Las pruebas analizadas fueron los primeros parciales de mayo 2014, octubre 2014, mayo 2015 y abril 2016 y los exámenes de febrero 2016 y julio 2016. A las evaluaciones señaladas se puede acceder ingresando a la dirección <https://eva.fing.edu.uy/mod/folder/view.php?id=37381>

Aquellos errores que aparecían en menos del 5% de las pruebas se consideraban que no eran significativos, no fueron registrados específicamente en análisis posteriores. A medida que fue aumentando el número de pruebas analizadas en los distintos parciales y exámenes, se comenzaron a detectar patrones respecto a los tipos de errores que tenían los estudiantes, lo que permitió desarrollar una serie de hipótesis respecto a las ideas previas subyacentes y construir un conjunto de problemas que permitieran profundizar sobre los mismos.

2.3.2 Entrevistas

Para validar las hipótesis realizadas sobre las concepciones alternativas de los estudiantes, se realizaron 16 entrevistas a estudiantes de Ingeniería y Ciencias, donde se les presentaba tres problemas sobre hidrodinámica de fluidos ideales. Dado que para la investigación era fundamental que los participantes tuvieran conocimientos sobre la temática a abordar, el único criterio de selección de los entrevistados fue que tuvieran aprobado un curso de Física General de nivel universitario donde se hubieran tratado tópicos sobre dinámica de fluidos ideales.

Las entrevistas fueron realizadas en una modalidad semi-estructurada y tuvieron una duración promedio de entre 20 y 25 minutos. Cada entrevista comenzaba con un breve introducción, explicando cuáles eran los objetivos de la misma, solicitándole a los estudiantes autorización para grabar la conversación y utilizar la información recabada con fines investigativos. A continuación se explicaba a los entrevistados que los problemas debían resolverlos de manera cualitativa, “pensando en voz alta” y que tenían la posibilidad de, en caso que lo considerasen pertinente, rectificar y volver para atrás en cualquiera de sus respuestas. La entrevista proseguía con una lectura en voz alta del primer problema por parte del entrevistador, posteriormente se daba unos minutos al entrevistado para que leyera la letra del problema y se aclaraban las dudas que pudieran surgir respecto a la misma. A continuación se formulaba la primera pregunta y se esperaba la respuesta. En función de las respuestas recibidas, se repreguntaba al estudiante con el objetivo de profundizar sobre sus modelos mentales (Otero y Harlowe, 2009). Cuando el estudiante terminaba de resolver el problema, se repetía el protocolo con la siguiente situación. Las entrevistas culminaban con un agradecimiento al participante y con un compromiso de parte del entrevistador de compartir los resultados de la investigación.

Finalizadas las entrevistas, se realizó el proceso de análisis de las mismas. Para ello se comenzó por escuchar detenidamente cada grabación y realizar registros de las ideas más importantes expresadas por los entrevistados en cada pregunta realizada, indicándose en qué tiempo de las entrevistas fueron vertidas. En la tabla 2.2 se muestra un ejemplo de los registros realizados.

El análisis primario de las entrevistas permitió centralizar la información y reconocer las ideas previas comunes a los distintos estudiantes. A partir de esta información, se generó un nuevo documento donde se centralizó la información de cada pregunta, indicándose la cantidad de estudiantes que contestó incorrectamente, separándose las respuestas en grupos, en función de concepciones comunes. Finalmente se transcribieron las respuestas que a juicio del investigador resultaban más relevantes.

Problema 2	Entrevistado A	Entrevistado B
Velocidad en los puntos C y D	La velocidad es mayor en el punto D por la aceleración gravitatoria, ya que el fluido está cayendo.	La velocidad es mayor en el punto D por la fuerza peso, ya que el fluido está cayendo.
Presiones en los puntos C y D	La presión en el punto C es mayor que en el D, debido a que en D el fluido se mueve más rápido.	Considera que la presión en D es mayor que en C porque la altura de la columna hace más presión.
Cambio de sección	La diferencia de presiones es hacia adentro, disminuyendo la sección del chorro del líquido.	Hay un fluido en movimiento. El aire presiona el chorro, entonces la presión en C es mayor que en D.

Tabla 2.2 Fragmento de tabla con análisis de entrevistas.

2.4 Respuestas de los estudiantes de Ingeniería en las pruebas escritas

Del análisis de las pruebas parciales y exámenes realizado se detectó la presencia de cuatro errores recurrentes. A continuación se analizan dichos errores y se presentan sendas hipótesis respecto a qué concepciones alternativas hay detrás de los mismos.

Error 1: La presión de un fluido en movimiento es la misma que la presión que tendría el fluido si estuviera en reposo.

Para ilustrar este error, la figura 2.3 muestra el diagrama del primer problema del examen de febrero de 2016. En dicha situación, se representa un tanque con agua que se vacía muy lentamente a través de las tuberías 1 y 2. En una de las partes del problema, se pedía determinar la presión a lo largo de cada tubo horizontal en función de los parámetros. Del análisis de las pruebas, se encontró que el 27% de los alumnos, suponía que la presión en el primer tramo de las tuberías 1 y 2, era igual a la hidrostática, es decir a $P_0 + \rho gh$ en el tubo 1 y $P_0 + \rho gH$ en el 2.

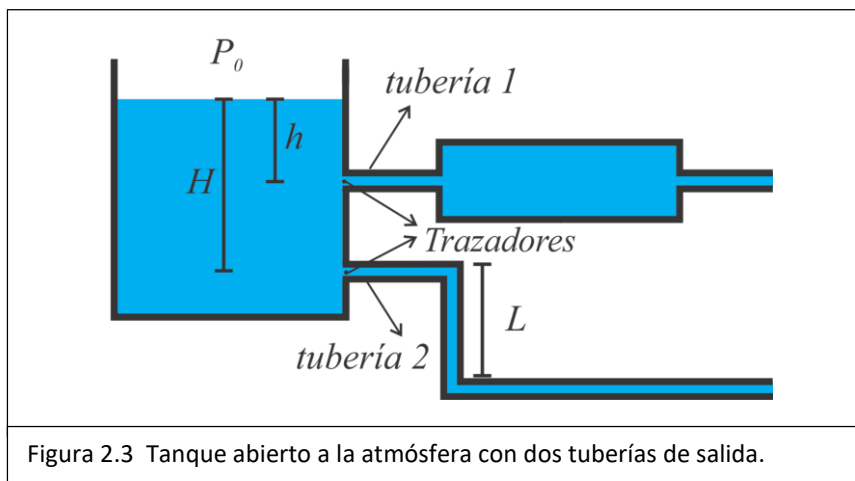


Figura 2.3 Tanque abierto a la atmósfera con dos tuberías de salida.

Es importante destacar que en todos los casos donde se detectó el uso de condiciones hidrostáticas para determinar la presión, la ecuación de Bernoulli era utilizada como un simple instrumento para vincular las presiones, con las velocidades en distintos puntos del fluido.

Hipótesis 1

La suposición de los estudiantes de que la presión del fluido en movimiento es la misma que la de un fluido en reposo, implica el no reconocimiento de la existencia de gradientes de presión en regiones donde cambia el módulo de la velocidad del fluido. Por lo tanto, los estudiantes transfieren nociones hidrostáticas a situaciones hidrodinámicas en las que ya no son válidas.

Error 2. En tuberías verticales rectas de sección uniforme, la velocidad del fluido crece debido a la aceleración de la gravedad.

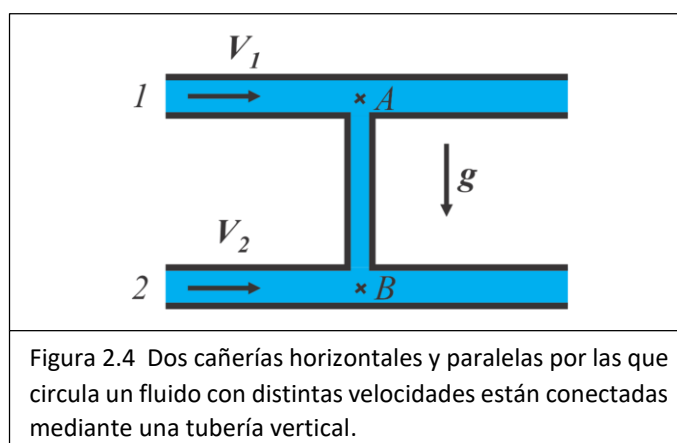
El error señalado se observó en el problema del examen de febrero de 2016 descrito en la sección anterior. En la segunda parte de dicho problema, se describía que en cierto instante se soltaban desde las bocas de las tuberías (puntos 1 y 2) dos trazadores idénticos entre sí, preguntándose cuánto tiempo demoraban en llegar al final de cada tubo. El 9% de los estudiantes suponía que los trazadores realizaban un movimiento acelerado a lo largo del tramo vertical de largo L de la tubería 2. Este error se observó solamente en el problema descrito, debido al hecho de que en las otras pruebas analizadas, no aparecían preguntas donde los estudiantes tuvieran que determinar tiempos de tránsito o las características del movimiento de un fluido en tuberías verticales.

Hipótesis 2

La confusión de los estudiantes del comportamiento del trazador con el de una partícula en caída libre, implica que consideran el fluido como un conjunto de partículas o elementos que no interactúan entre sí. Por lo tanto, los estudiantes dejan de lado el principio de conservación de la masa, así como las fuerzas que actúan sobre un elemento del fluido que fluye a través de una tubería vertical.

Error 3. Para que un fluido esté en reposo en una tubería vertical, la diferencia de presiones entre sus extremos debe ser nula.

Este error, al igual que el anterior, se observó solamente en una de las pruebas analizadas, en particular en el primer parcial de mayo de 2015. En el problema sobre hidrodinámica de dicha prueba, se planteaba una situación donde dos cañerías horizontales y paralelas por las que circulaba un fluido con distintas velocidades, se conectaban mediante una tubería vertical, tal como indica la figura 2.4. Los estudiantes debían determinar las presiones en los puntos A y B para que el fluido de la tubería vertical se mantuviera en reposo. Del análisis de las respuestas de los estudiantes, se encontró que el 12% suponían que para que el fluido se mantuviera en reposo, la diferencia de presiones entre las posiciones A y C debía ser nula.



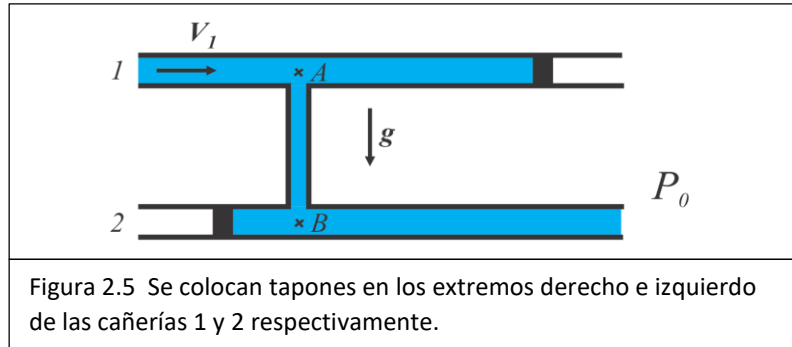
Hipótesis 3

La suposición de los alumnos de que la condición para que un fluido en una tubería vertical esté en reposo es que la diferencia de presiones entre sus extremos sea nula, implica una falta de comprensión sobre el rol de la presiones y las fuerzas ejercidas sobre un elemento del fluido.

Error 4. Aplicar la ecuación de Bernoulli entre dos posiciones en un fluido, cuando en una de ellas el fluido está en reposo.

Este error fue uno de los más observados en todas las pruebas. Un ejemplo del mismo se pudo observar al analizar la segunda parte del problema del parcial de mayo de 2015 (comentado brevemente en la sección anterior). En dicha parte del problema se suponía que se colocaban tapones en dos de los extremos de las cañerías, tal como indica la figura 2.5, de forma tal que fluyera el líquido por la tubería vertical. Se pedía entonces a los estudiantes que determinaran la fuerza de rozamiento que actuaba sobre el tapón del extremo de la cañería 1 cuando el flujo era estacionario.

El 20% de las resoluciones presentaba el error señalado. Para determinar la presión en el lado interno del tapón colocado en la tubería 1, aplicaban la ecuación de Bernoulli entre un punto sobre la boca de la cañería y la posición donde se encontraba el tapón.



En este tipo de error, algunos estudiantes justificaban el uso de la ecuación de Bernoulli, argumentando que “la velocidad del fluido va disminuyendo hasta hacerse nula en el punto donde está el tapón”.

Hipótesis 4

La aplicación por parte de los estudiantes de la ecuación de Bernoulli entre un punto del fluido en movimiento y otro punto del fluido en reposo implica una falta de reconocimiento del marco de validez de dicha ecuación, así como un desconocimiento del significado físico de sus diferentes términos.

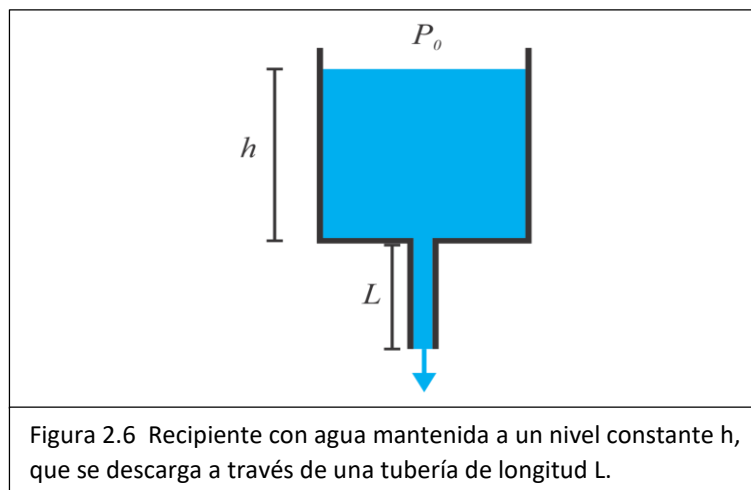
2.5 Entrevistas

A continuación se realiza una descripción de los tres problemas planteados en las entrevistas (Apéndice 1) describiéndose la respuesta correcta a cada situación y los errores encontrados.

2.5.1 Primer problema

2.5.1.1 Pregunta A: Movimiento del fluido en la tubería vertical.

En la primera situación, se consideraba un recipiente con agua hasta una altura h (supuesta constante), conectándose a la boca de salida del mismo una tubería de largo L y sección uniforme, tal como indica la figura 2.6.



En primera instancia se le pedía a los estudiantes que describieran el movimiento de un elemento de volumen del fluido al descender por la tubería. Esta pregunta fue propuesta en principio con el objetivo de verificar la hipótesis 2, para analizar cómo relacionaban el movimiento del fluido dentro del tubo con la presión y las fuerzas que actúan sobre el elemento de volumen.

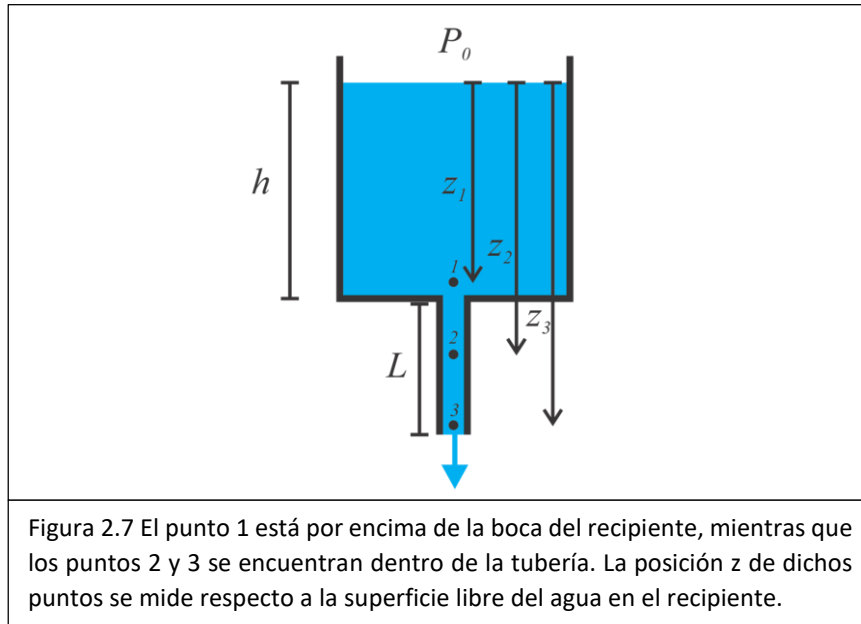
Mientras que la respuesta correcta al problema se puede deducir de aplicar la ecuación de continuidad, concluyendo que un elemento del fluido realiza un movimiento con velocidad constante a medida que desciende por la tubería, el error más frecuente encontrado, fue suponer que el fluido realizaba un movimiento acelerado. Dicho error se registró en la mitad de los entrevistados. Los argumentos del por qué fueron dispares, refiriéndose un estudiante a la ecuación de Bernoulli y el resto dividiéndose en forma equitativa en argumentaciones donde se invocaba la conservación de la energía o las presiones a lo largo del tubo.

Quien invocó la ecuación de Bernoulli, consideraba que esta predice que *“la velocidad debe aumentar con la profundidad, entonces un elemento del fluido debe acelerar a medida que desciende”*. Aquellos que hacían referencia a la conservación de la energía, suponían que a medida que el fluido descendía, disminuía su energía potencial gravitatoria y por ende debía aumentar su energía cinética. Un ejemplo de este tipo de respuesta fue: *“La energía potencial gravitatoria a medida que está cayendo (el elemento del fluido) va transformándose en energía cinética, aumentando la velocidad”*. Es interesante señalar que dentro de este grupo de respuestas, dos entrevistados señalaron que como la masa debía conservarse en el proceso, a medida que la velocidad del fluido aumentaba, su densidad debía disminuir. En ese sentido uno de los entrevistados argumentó que dentro de la tubería *“el caudal no puede estar cambiando, entonces lo único que puede estar pasando es que abajo se tienen que estar espaciando más las partículas de agua para tener mayor velocidad, por lo tanto disminuiría la densidad del agua en la boca de salida de la tubería”*.

Quienes tomaban en cuenta las presiones a lo largo de la tubería, suponían que la presión en un punto de la misma, se debía al peso de la columna del fluido que tenía arriba, por lo tanto la presión aumentaba con la profundidad y si la presión aumentaba, la velocidad debía aumentar. Una respuesta de un estudiante en esa línea fue: *“Tenés una columna de agua cada vez más grande a medida que aumenta la profundidad, la cual empuja hacia abajo, por lo tanto un elemento del fluido debería acelerarse”*

2.5.1.2 Pregunta B: Diferencia de presiones.

A continuación, se pedía que compararan las diferencias de presiones en distintas posiciones del sistema descrito anteriormente, con aquellas que tendría el fluido en caso de que el extremo de la tubería estuviera tapado. Con este objetivo se consideraron tres posiciones, una por encima de la boca del recipiente (punto 1) y dos dentro de la tubería vertical (puntos 2 y 3), tal como indica la figura 2.7. Esta parte del problema estaba pensada para analizar de qué manera los estudiantes compatibilizaban sus respuestas de la pregunta A con la diferencia de presiones, esperando que aparecieran respuestas vinculadas con la hipótesis 1.



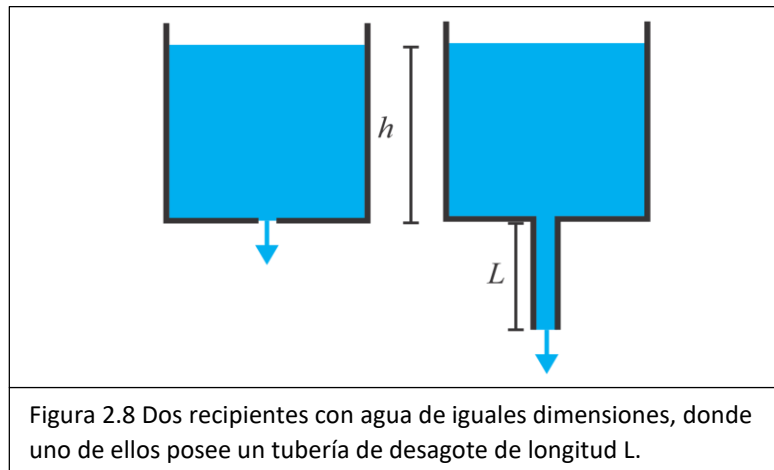
La respuesta correcta respecto a la diferencia de presiones entre los puntos 1 y 2 es que la misma menor a la hidrostática $\rho g(z_2 - z_1)$, debido a que el fluido aumenta su velocidad al ingresar a la tubería vertical. En esta pregunta el error encontrado fue suponer que la diferencia de presiones era igual a la hidrostática, siendo éste relevado en aproximadamente un tercio de las respuestas, argumentando que *“la columna del fluido (por encima de los puntos 1 y 2) es la misma en ambos casos”*.

En cuanto a los puntos 2 y 3, mientras que la respuesta correcta es en este caso que la diferencia de presiones es igual a la hidrostática $\rho g(z_3 - z_2)$, debido a que no se observan cambios de velocidad en tuberías de sección uniforme, los errores más frecuentes dependían de cómo habían considerado el movimiento del fluido dentro de la tubería. Dos de los estudiantes que suponían correctamente que el fluido se movía con velocidad constante dentro de la tubería, consideraban que, como la fuerza neta sobre un elemento de volumen era nula, la diferencia de presiones también debía serlo, ignorando la fuerza gravitatoria. En particular uno de los estudiantes lo justificó de la siguiente manera: *“Las presiones en las partes inferior y superior del recipiente son las mismas, entonces al estar el fluido moviéndose con velocidad constante, tenés igualdad de presiones a lo largo de la tubería”*. Quienes consideraban que el fluido aceleraba, suponían que la diferencia de presiones disminuía como consecuencia de aplicar la ecuación de Bernoulli, basándose en el hecho que mayor velocidad implicaba menor presión. Un argumento en esa línea fue: *“La presión en los puntos 2 y 3 cambiarían respecto a la hidrostática (porque el fluido está en movimiento). En el punto 3 el fluido iría más rápido, entonces la diferencia de presiones sería menor”*

2.5.1.3 Pregunta C: Tiempos de descarga.

En la última parte del primer problema, los estudiantes debían comparar los tiempos de descarga del recipiente mencionado en las partes anteriores, con otro idéntico a éste (figura 2.8), pero sin la tubería vertical. Esta pregunta fue propuesta con el fin de investigar de que

variables consideraban los estudiantes que dependía la velocidad de salida del fluido en un recipiente y si vinculaban esa velocidad con los trabajos realizados por las presiones. Se esperaba entonces que aparecieran en los estudiantes contradicciones basadas en la hipótesis 4, en particular, que realizaran predicciones a partir de análisis cualitativos vinculados a la ecuación de Bernoulli y una interpretación incorrecta de la misma.



En esta situación mientras la respuesta correcta es que el tiempo de descarga del recipiente que tiene un orificio abierto a la atmósfera es mayor que el del recipiente que se vacía a través de una tubería vertical, el error más importante relevado fue que ambos sistemas tenían igual tiempo de descarga, encontrándose en aproximadamente dos tercios de las respuestas. Los argumentos principales a favor de dicha respuesta, fueron que la cantidad de agua que había por encima de la boca de la base de cada recipiente era la misma, por lo tanto la velocidad del agua en dichos puntos debía ser igual y por ende sus tiempos de descarga también. Un estudiante en particular respondió: *“Se vacían a la vez (los recipientes) porque los agujeros tienen igual área y las velocidades de salida son las mismas porque la presión del agua de arriba es la misma”*. Esta respuesta fue la más común entre aquellos que consideraban que el fluido se movía con velocidad constante en la tubería, sin embargo también aparecía entre aquellos que consideraban que aceleraba. En estos últimos, el argumento de por qué se vaciaban al mismo tiempo, fue que el caudal en las bocas de los recipientes (uno abierto a la atmósfera y otro desagotando el agua a través de una tubería) era el mismo.

2.5.2 Segundo problema

En el segundo problema, se presentaba un tanque con agua mantenida a un nivel constante h , que tenía en su extremo inferior derecho una tubería que terminaba con un tramo vertical de largo L , tal como indica la figura 2.9. Se mostraba también la forma del chorro de agua después de haber salido de la tubería.

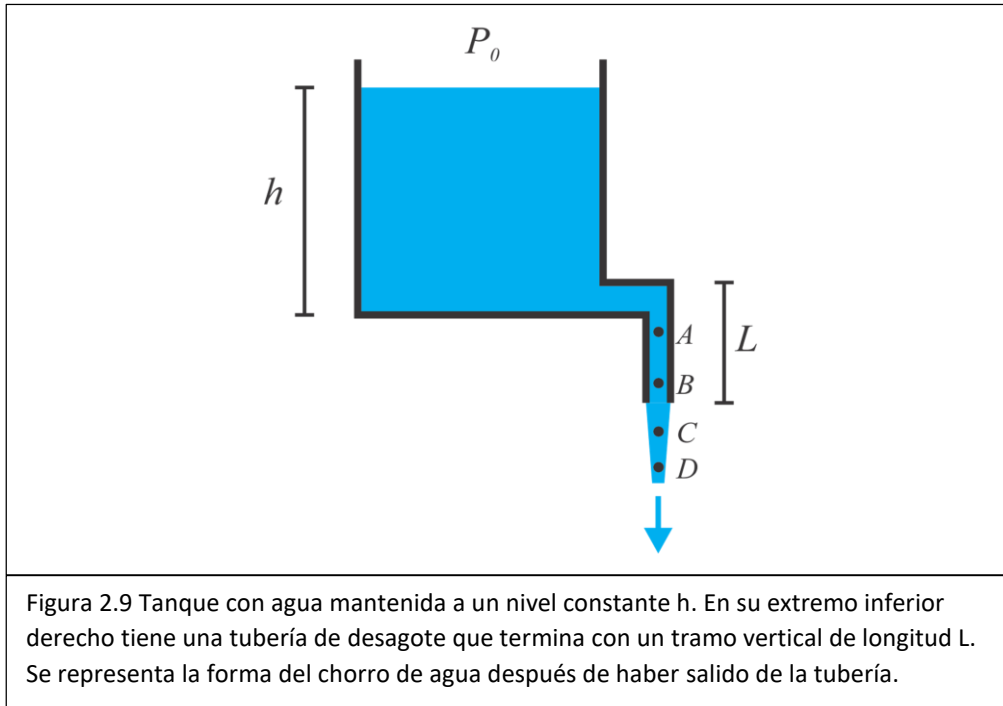


Figura 2.9 Tanque con agua mantenida a un nivel constante h . En su extremo inferior derecho tiene una tubería de desagote que termina con un tramo vertical de longitud L . Se representa la forma del chorro de agua después de haber salido de la tubería.

2.5.2.1 Pregunta A: Comparación de velocidades y presiones.

En la primera pregunta, se consideraban cuatro posiciones, dos de ellas dentro de la tubería vertical (A y B) y dos (C y D) por fuera de la misma, teniendo los estudiantes que comparar las velocidades y presiones del fluido en los cuatro puntos mencionados. El objetivo de volver a señalar los puntos A y B como puntos de interés era ver si en un contexto ligeramente diferente al primer problema, los estudiantes daban respuestas sobre las velocidades y presiones dentro de la tubería vertical que fueran coherentes con sus respuestas anteriores. El cambio de contexto no modificó las respuestas de velocidad y presión.

Respecto de las velocidades y presiones del fluido en el chorro, se buscaba la aparición de respuestas estrechamente vinculadas con las hipótesis 1 y 4, en particular con nociones de cambios de presión asociadas a situaciones hidrostáticas e interpretaciones erróneas de las presiones en el fluido no confinado a partir de conclusiones sacadas de un uso inadecuado de ecuación de Bernoulli. En esta situación la velocidad del fluido en el punto C es mayor que dentro de la tubería y en D aún mayor que en C. En cuanto a las presiones, tanto el punto C como el D deben estar a presión atmosférica.

Los errores encontrados fueron que la presión en D era menor que en C, suponiendo que mayor velocidad implica menor presión y que la presión en D era mayor que en C, debido a la presión extra de la columna de fluido por encima del punto D. En los puntos por fuera de la tubería, en todos los casos los estudiantes respondieron que la velocidad en la posición D era mayor que en C. En cuanto a las presiones, la mitad de las respuestas fueron incorrectas, siendo aproximadamente un tercio de éstas, que la presión en D era mayor que en C y en las restantes lo opuesto.

Las argumentaciones para los dos tipos de respuestas estaban asociadas a distintas concepciones erróneas. Quienes suponían que la presión en D era mayor que en C, lo adjudicaban a la presencia de una presión “extra” por sobre la atmosférica, debida al peso de la columna del fluido por encima de cada punto. Una respuesta en este sentido fue: *“El punto D tiene una columna de agua mayor y su velocidad es mayor, entonces la columna de agua hace una fuerza neta hacia abajo, por lo tanto, la presión en D debe ser mayor que la presión en C.”*

Por otro lado aquellos que concluían que la presión en D era menor que en C, tenían como argumento principal que la velocidad en D era mayor que en C y por lo tanto su presión era menor. Uno de los estudiantes lo justifico de la siguiente manera: *“La presión en el punto D es menor que la del punto C. Lo estoy pensando por Bernoulli, mayor velocidad menor presión. Este punto (D) tiene mayor velocidad y menor presión.”*

2.5.2.2 Pregunta B: Sección del chorro.

A continuación, se ponía el foco en la disminución del diámetro de la sección del chorro de agua a medida que el fluido descendía, preguntando a qué se debía dicha reducción. Esta cuestión estaba pensada para profundizar sobre la hipótesis 2 (donde se supone que los estudiantes no son capaces de aplicar correctamente la conservación de la masa en tuberías verticales), pero en un marco diferente, analizando de qué manera aplicaban la ecuación de continuidad en un fluido no confinado. Asimismo, se buscaba analizar de qué manera los estudiantes lograban generar un modelo que les resultara coherente para explicar el fenómeno señalado y a la vez fuera compatible con sus respuestas anteriores sobre la velocidad y presión del chorro de agua en distintas posiciones. Por esta razón se esperaba la aparición de respuestas que vincularan la presión en distintas posiciones del chorro, con la velocidad y la ecuación de continuidad.

Mientras que la explicación correcta del angostamiento del chorro de agua se puede deducir aplicando simplemente la ecuación de continuidad en distintas secciones del mismo, el error encontrado en las entrevistas fue que los estudiantes consideraban que el angostamiento era consecuencia de la presión atmosférica que comprimía cada vez más el chorro de agua. Este argumento que apareció en la cuarta parte de las entrevistas, se basaba en el hecho que a medida que aumentaba la velocidad del chorro, su presión disminuía y por ende la diferencia de presiones debía generar el efecto observado.

En la misma línea de la argumentación anterior, pero sin usar la concepción “mayor velocidad-menor presión”, un estudiante en particular concluyó que la presión en el agua era mayor en C que en D, como consecuencia del angostamiento, esgrimiendo la idea de que: *“La presión en el punto C es mayor que en el punto D, porque el agua está más comprimida. Te das cuenta que hay una disminución de la presión del agua porque el aire comprime más. Al disminuir la presión del agua, la diferencia de presiones entre el aire y el agua es mayor en D que en C”*

2.5.2.3 Pregunta C: Fuerzas sobre un elemento del fluido.

Por último, se consideraba un elemento de volumen del fluido dentro de la tubería vertical y otro por fuera de la misma, tal como indica la figura 2.10. En esta situación los estudiantes tenían

que describir qué fuerzas actuaban sobre cada elemento de fluido y cómo se relacionaban entre sí. Esta pregunta estaba pensada para profundizar sobre las hipótesis 2 y 3 vinculadas a una falta de entendimiento de los estudiantes sobre cómo interactúan entre sí las diferentes partes de un fluido. También se apuntaba a analizar cómo compatibilizan dichas respuestas, con la manera que concebían el movimiento del fluido.

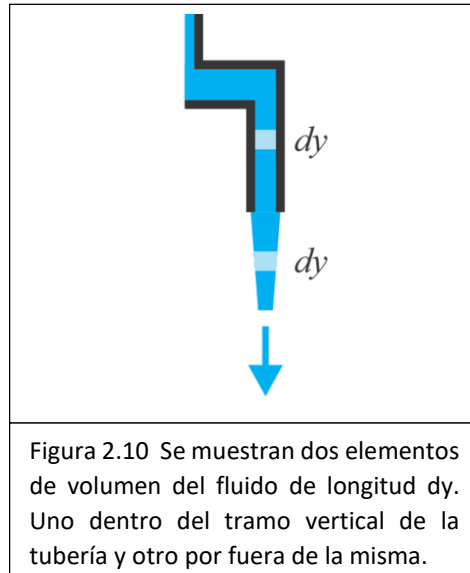


Figura 2.10 Se muestran dos elementos de volumen del fluido de longitud dy . Uno dentro del tramo vertical de la tubería y otro por fuera de la misma.

Elemento del fluido confinado

El elemento del fluido confinado se mueve con velocidad constante, por lo que la fuerza neta sobre el mismo es nula. Dicho elemento está sometido a las fuerzas que las presiones ejercen sobre las superficies y a su peso. Los errores encontrados se caracterizaban por un análisis incorrecto de las fuerzas sobre el elemento de fluido, apareciendo contradicciones con el movimiento resultante.

Para el elemento de volumen en la tubería, dos de los entrevistados que consideraban al agua moviéndose con velocidad constante, esgrimían que ese tipo de movimiento implicaba que las presiones a lo largo de la tubería no cambiaban y por ende la única fuerza que actuaba era el peso. Al pedirles que compatibilizaran dicha respuesta con el hecho que la fuerza neta sobre el elemento del fluido era nula, reconocían que había algo en su razonamiento que no era correcto, pero no encontraban la fuente de la contradicción.

La mitad de los entrevistados hizo referencia a la fuerza peso y a una fuerza hacia abajo ejercida por el fluido que se encontraba por encima del elemento de volumen, sin importar si habían supuesto que el fluido se movía con velocidad constante o aceleraba. Al preguntarles sobre el origen de dicha fuerza, la argumentación más común era “*debido al peso de la columna de agua*”. En cuanto a la fuerza hacia arriba ejercida por el fluido que se encontraba por debajo del elemento de volumen, la cuarta parte de los estudiantes consideraba que, como todo el fluido estaba descendiendo, no había razón para tomar en cuenta dicha fuerza.

Al relacionar el movimiento de un elemento del fluido con la suma de las fuerzas sobre el mismo, surgieron dos respuestas intuitivas de corte aristotélico, asociadas a la condición necesaria para que el agua saliera de la tubería. Un ejemplo de esto se desprende de la siguiente respuesta: *“El peso junto con la presión de arriba es más grande que (la presión) de abajo. Por esa razón el agua sale de la tubería.”* Esta respuesta también muestra la presencia de un lenguaje (muchas veces utilizado por los estudiantes) donde aparece una equivalencia entre presión y fuerza.

Elemento del fluido no confinado

En este caso el elemento de volumen en el chorro de agua está a presión atmosférica, por lo tanto, la fuerza neta sobre el mismo es el peso. En cuanto a los errores de los estudiantes, nuevamente aparecieron análisis incorrectos sobre las fuerzas que actuaban sobre el elemento de volumen, indicando particularmente la presencia de una fuerza ejercida por el líquido superior.

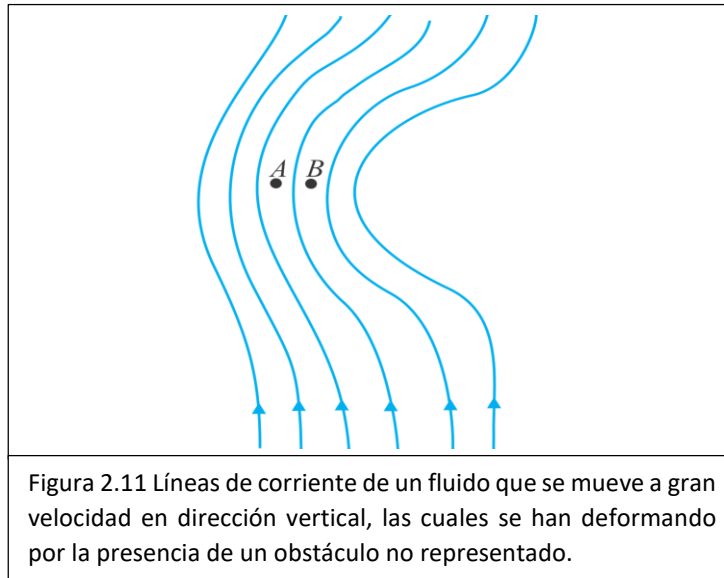
La cuarta parte de los entrevistados consideró que la parte del fluido por encima del elemento de volumen ejercía una fuerza hacia abajo debida a su peso, mientras que la parte del fluido por debajo del elemento de volumen no le ejercía fuerza alguna, ya que todo el fluido estaba “cayendo”. Una respuesta típica a esta pregunta fue la siguiente: *“La fuerza neta es hacia abajo. La fuerza debida a la columna que tiene arriba es la que provoca la aceleración”*. En esta respuesta en particular, el estudiante no hizo referencia al peso del elemento de volumen, pero queda plasmada la idea referida al efecto del fluido por encima del elemento de volumen.

Cabe señalar también, que un par de estudiantes tuvieron dificultades para interpretar la fuerza neta debido a la presión atmosférica, no pudiendo reconocer que la misma era nula.

2.5.3 Tercer problema

En el último problema presentado en las entrevistas, se consideraba un fluido confinado moviéndose a gran velocidad en dirección vertical. Las líneas de corriente se deformaban fuertemente al toparse con un obstáculo. En la figura 2.11 se muestra la situación (en el diagrama no se representa el obstáculo ya que no es de interés).

En el problema se pedía comparar las presiones en las posiciones A y B marcadas en la figura. Se explicitaba que la velocidad de las partículas del fluido que pasaban por dichos puntos eran iguales y que los puntos se encontraban a igual altura.



Del análisis de las pruebas escritas se presume una falta de relacionamiento entre los gradientes de presión y los cambios en el módulo de la velocidad en un fluido (hipótesis 1). En base a esto, se construyó el problema con el fin de profundizar sobre esta hipótesis, extendiendo la misma, suponiendo que los estudiantes también debían presentar dificultades para conectar los gradientes de presión con cambios en la dirección de la velocidad de un fluido. Vinculado a esto, se esperaba también en el marco de la hipótesis 4, respuestas de los estudiantes asociadas a la utilización de la ecuación de Bernoulli en un contexto donde no es válida.

La respuesta a la situación presentada surge de reconocer que los radios de curvatura de las líneas de corriente están asociados a gradientes de presión en la dirección normal a esas líneas, por lo tanto la presión en el punto A es mayor que la presión en B. La totalidad de los entrevistados respondieron incorrectamente, considerando que las presiones en los puntos A y B debían ser iguales, basados en dos argumentos con distinto nivel de entendimiento conceptual. Quienes tenían una visión más simplificada del problema (dos de los entrevistados), expresaban que las presiones en los puntos A y B debían ser iguales, ya que *“los puntos se encuentran a igual altura”*. En este caso aparecía la idea de que a igual altura la presión debía ser la misma, independientemente del movimiento del fluido. El resto de los entrevistados ponían en juego una posible dependencia de la presión con la velocidad. Un ejemplo de este tipo de respuesta fue: *“Donde hay mayor concentración de líneas es donde habría mayor velocidad. La presión depende de la altura y al tener la misma velocidad las presiones son iguales”*

2.6 Discusión de resultados, concepciones alternativas de los estudiantes

Del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes en las pruebas escritas y las entrevistas, se infiere la existencia de una serie de concepciones erróneas en el marco de la hidrodinámica de fluidos ideales. En esta sección se hace una descripción de cada una de ellas.

2.6.1 Transición hidrostática a hidrodinámica

Del análisis de las pruebas escritas se desprende que muchos estudiantes consideran que la presión de un fluido en movimiento es la misma que la presión que tendría el fluido si estuviera en reposo. Por otro lado, de las entrevistas se concluye que muchos estudiantes mantienen en el marco de la hidrodinámica, la concepción errónea de que la presión está asociada al peso de la columna que el fluido tiene encima. Esta concepción que ya ha sido reportada en la literatura (Besson 2004; Goszewski et al., 2013; Loverude, Heron y Kautz, 2009), aunque en un contexto distinto, referido específicamente a la hidrostática, apareció en forma transversal en las distintas situaciones que se presentaron en las entrevistas. En particular queda patente en los argumentos dados en el problema 1 para analizar la diferencia de presiones entre un punto por encima del orificio del recipiente y uno dentro de la tubería, así como en el problema 2 donde se compara las presiones en los puntos C y D. Quienes tienen dicha concepción fuertemente arraigada, la transfieren a la hidrodinámica pues parecen no concebir otra razón por la que pueda cambiar la presión en un punto del fluido.

2.6.2 Líquidos que se comprimen y se expanden

Las características básicas de los líquidos y gases son estudiadas en cursos pre-universitarios de Física y Química. Una de las diferencias marcadas entre estos estados de la materia, es que los líquidos pueden suponerse como incompresibles. Esta diferencia que a priori es simple, no siempre está presente en los modelos de los estudiantes cuando analizan líquidos en movimiento. Este hecho ya fue reportado en la literatura por Baghdanov (2013), quien muestra cómo los estudiantes tienen la concepción de que los líquidos se comprimen al pasar por el estrechamiento de una tubería. Esta concepción también se desprende de las entrevistas realizadas, apareciendo en el marco de las explicaciones del problema 2, donde se preguntaba las razones por las que se afinaba el chorro de agua al salir de la tubería. En esta situación varios estudiantes asociaban el estrechamiento del chorro a una compresión del agua, no considerando el líquido como un fluido incompresible. Es importante notar que si bien esta concepción errónea ya había sido reportada en la literatura, en el presente estudio aparece en una situación distinta, donde el fluido no está confinado en una tubería. Resulta entonces destacable el arraigo que presenta la misma.

Observamos también la concepción errónea, no reportada hasta el momento, de que los líquidos al descender por una tubería pueden expandirse. Esta idea apareció en las respuestas de dos estudiantes que buscaban conciliar su modelo de fluido *acelerado* a lo largo de la tubería del problema 1, con la conservación de la masa, llevándolos a considerar que la densidad del agua debía disminuir con la profundidad.

2.6.3 Mayor velocidad siempre implica menor presión

La concepción errónea de que cuanto más rápido se mueva un fluido, su presión siempre va a disminuir, tiene su origen en una sobre simplificación de las consecuencias derivadas de la ecuación de Bernoulli. Algunas de las justificaciones dadas por los estudiantes para describir cómo eran las presiones a lo largo del chorro de agua en caída del problema 2, se encontraban

en dicha dirección, suponiendo que, si el fluido se movía cada vez más rápido, su presión debía ser cada vez más pequeña, ignorando que el fluido debía estar a presión atmosférica.

En el problema 3, cuando debían comparar las presiones entre los puntos A y B, aquellos estudiantes que tomaban en cuenta que la presión podía depender de las velocidades, al reconocer que sus módulos eran iguales en ambos puntos, descartaban automáticamente la posibilidad de que las presiones en A y B fueran distintas. De esta manera prevalecía la concepción de que el módulo de la velocidad definía las relaciones entre las presiones, desconociendo una posible incidencia de la curvatura de las líneas de corriente en la existencia de un gradiente de presiones en la dirección normal a las líneas.

2.6.4 La fuerza que actúa sobre un elemento de fluido es la ejercida por el fluido que se encuentra aguas arriba

Los estudiantes consideran sólo la fuerza que ejerce el fluido que antecede. Este fue un argumento recurrente para justificar un posible movimiento acelerado del fluido a lo largo de la tubería vertical del problema 1. Sin embargo, olvidan que el elemento de volumen considerado también ejerce fuerza contra el fluido que debe desplazar y que por la tercera ley de Newton, dicha fuerza debe incluirse en el balance de fuerzas que actúan sobre el elemento de fluido. Esta concepción errónea, que en el marco de la hidrodinámica no había sido reportada en la literatura, también fue detectada en las respuestas dadas por los estudiantes en el problema 2, donde debían analizar las fuerzas que actuaban sobre un elemento de volumen. En dicho problema, no sólo les resultaba razonable que el fluido que precede fuera único que ejerce fuerza sino que consideraban que esta actúa tanto en fluidos confinados como en fluidos no confinados. Una dificultad similar para describir las interacciones entre fluidos y su relación con las fuerzas y las presiones fue reportada en el marco de la hidrostática por [Loverude et al., \(2009\)](#).

2.6.5 Interpretaciones ingenuas de la ecuación de Bernoulli

Como fue señalado previamente, la ecuación de Bernoulli conecta las energías cinética y potencial gravitatoria por unidad de volumen, con los trabajos realizados por unidad de volumen por las presiones en las fronteras del sistema. Sin embargo, en las explicaciones de muchos estudiantes referidas al tipo de movimiento realizado por un elemento de volumen del fluido al descender por la tubería vertical del problema 1, consideraban sólo los términos de energía potencial gravitatoria y energía cinética, dejando de lado argumentos vinculados a los trabajos realizados por las presiones en las fronteras del elemento de volumen del fluido, como si el fluido tuviera un comportamiento similar al de un conjunto de partículas o elementos que no interactúan entre sí. Esta concepción errónea sobre el comportamiento del fluido en movimiento no ha sido reportada previamente.

Las explicaciones asociadas a los tiempos de descarga de los recipientes del problema 1, también son acordes con una falta de consideración de los trabajos realizados por las presiones. La argumentación errónea que llevaba a los estudiantes a considerar que se descargaban al mismo tiempo, implicaba que la velocidad del agua en la boca de la base de cada recipiente debía ser

la misma. Este razonamiento se basaba exclusivamente en el hecho que los niveles iniciales de agua en ambos recipientes eran iguales, no considerando relevante que la presión de la boca del recipiente a la entrada de la tubería fuera distinta a la atmosférica. Esta falta de consideración de las diferencias de presiones, fue reportada por [Vega-Calderón, et al \(2017\)](#).

Del análisis de las pruebas escritas se desprenden dificultades para comprender que la ecuación de Bernoulli se aplica entre dos puntos de una línea o de un tubo de corriente. Esto parece ser una interpretación ingenua de la ecuación de Bernoulli, suponiendo que la misma puede aplicarse entre dos puntos cualesquiera de un fluido. Esta concepción podría tener su origen en las primeras aplicaciones que aparecen en los libros de texto sobre la ecuación de Bernoulli ([Resnick et al., 2002](#); [Sears et al., 2013](#); [Serway y Jewett 2008](#); [Tipler y Mosca 2005](#)). En esos libros, se demuestra que, si el fluido está en reposo, se recupera la expresión hidrostática. Rápidamente el estudiante podría inferir que la ecuación de Bernoulli también predice un resultado correcto cuando en uno de los puntos la velocidad es nula.

2.7 Comentarios finales

El análisis realizado sobre las concepciones alternativas y dificultades conceptuales de estudiantes en dinámica de fluidos ideales, permite inferir la raíz de la problemática. Las dificultades más importantes detectadas surgen de la ausencia de una conexión, por parte de los alumnos, entre la cinemática y la dinámica de los fluidos en movimiento, así como de una escasa comprensión sobre cómo interactúan entre si diferentes regiones de un sistema.

Los hallazgos surgidos de esta investigación son un insumo fundamental para mejorar las prácticas educativas, repensando a partir de los mismos, las estrategias de enseñanza en los cursos donde se trata tópicos sobre dinámica de fluidos ideales. Esto permitirá lograr que los estudiantes superen sus concepciones alternativas y logren aprendizajes más profundos. Por otro lado, la investigación realizada es el soporte fundamental para la generación de instrumentos de evaluación que puedan medir objetivamente los aprendizajes de los estudiantes. En este sentido, en los próximos capítulos se describe la metodología para desarrollar un inventario de conceptos y los resultados obtenidos de una primera versión de un test destinado a evaluar el entendimiento conceptual en dinámica de fluidos ideales.

3. Diseño y validación de un inventario de conceptos

3.1 Introducción

Dentro de la amplia gama de instrumentos de evaluación que existen en el ámbito de PER, los Concept Inventory Test se ubican en un sitio de privilegio. Estos permiten medir la efectividad de distintas estrategias de enseñanza, reconocer los modelos alternativos que mantienen los estudiantes y estudiar su evolución, determinar la calidad de los aprendizajes en un curso y comparar los aprendizajes entre distintas poblaciones de estudiantes.

Algunas de las características que deben verificar los test son (Sokoloff, 2006; Redish, 2003):

- a) Los distractores (que deben diseñarse a partir de las investigaciones sobre entendimiento conceptual), deben seleccionarse de forma tal que reflejen concepciones alternativas de los estudiantes.
- b) Las preguntas sobre una temática deben realizarse en distintas situaciones, ya que las respuestas de los alumnos dependen del contexto de aplicación.
- c) Cada pregunta debe tener varias opciones de forma tal de reducir la probabilidad de adivinar la respuesta.
- d) La redacción de cada situación debe ser clara de forma tal que las respuestas de los alumnos no sean consecuencia de una inadecuada interpretación de la letra.

Independientemente de las características descritas, para obtener resultados fidedignos que permitan sacar conclusiones significativas en el ámbito de la investigación, los test deben diseñarse, validarse y seguir un conjunto de criterios estadísticos que garanticen su confiabilidad de acuerdo a normas internacionalmente aceptadas. En ese sentido en las siguientes secciones se presentaran los criterios metodológicos para el desarrollo de un test y se describirá la manera de validarlo y determinar su confiabilidad. Finalmente se presentará una potente herramienta de análisis que permite determinar desde otra perspectiva la eficiencia de una pregunta denominada “Curva de respuesta al Item”.

3.2 Desarrollo de un inventario de conceptos

El proceso típico para desarrollar un inventario de conceptos se puede resumir en una serie de pasos que se enumeran y describen a continuación (Richardson, 2005; Engelhardt, 2009; Redish, 2003):

1. *Reconocer la necesidad de realizar un test.*

Para ello se debe primeramente definir la temática y formación de la población objetivo a la que se quiere aplicar el test. A partir de esto se debe realizar una búsqueda bibliográfica que permita asegurarse que no existen test disponibles para el área y nivel donde se pretenden implementar.³

2. *Determinar los conceptos que se incluirán en el test.*

Se debe analizar los textos de cabecera donde se enfocan los temas a tratar en el test,

³ Dada la importancia de los inventarios de conceptos en la Investigación en Educación en Física, existen varias páginas web donde se mantiene actualizada la información sobre los test validados internacionalmente. Véase por ejemplo <https://www.physport.org/assessments/>

de manera de reconocer los conceptos más importantes. Dado que los inventarios de conceptos están pensados para administrarse en menos de una hora, la cantidad de conceptos a evaluar tiene que ser limitada.

3. *Analizar las ideas previas de los estudiantes vinculadas a los conceptos evaluados en el test.*

Es necesario realizar una revisión profunda de la literatura sobre las concepciones alternativas de los estudiantes respecto a los contenidos del test.

4. *Confeccionar un conjunto de preguntas y problemas sobre los conceptos a considerar, instrumentando las mismas a un pequeño grupo de estudiantes en modo de entrevistas y/o preguntas por escrito con el fin de identificar patrones de respuesta para profundizar sobre sus mecanismos de razonamiento.*
5. *Utilizar los insumos obtenidos de la revisión de la literatura y las entrevistas para desarrollar un conjunto de preguntas múltiple opción para cada concepto que se pretende evaluar.*

Respecto al último punto, se sugiere que la redacción de las preguntas sigan los siguientes criterios (Engelhardt, 2009):

- a) La letra de la pregunta debe ser significativa por sí misma y debe presentar un problema definido.
 - b) La letra de la pregunta no debe tener información irrelevante para su resolución.
 - c) Se debe evitar el uso de sentencias negativas.
 - d) Todas las opciones deben ser gramaticalmente consistentes con la letra de la situación.
 - e) No puede haber dudas de cuál es la respuesta correcta.
 - f) Se debe tratar de que cada distractor este asociado a un modelo mental diferente.
 - g) Se debe evitar asociaciones verbales entre la letra del problema y la respuesta correcta.
 - h) La extensión de las opciones no debe dar pistas sobre la respuesta correcta.
 - i) El lugar en el que aparece la respuesta correcta debe alternarse aleatoriamente a lo largo del test.
 - j) Se debe usar en forma esporádica opciones del tipo “ninguna de las anteriores” o “todas las anteriores”.
 - k) Evitar el uso de la palabra “y” en las opciones.
6. *Validar los contenidos del test a través del consenso de especialistas.*
 7. *Administrar la versión beta del test a tantos estudiantes como sea posible.*
 8. *Determinar los índices estadísticos para establecer la confiabilidad y poder discriminatorio del test.*
- Sobre este punto y el 6 se realizará una descripción detallada en la siguiente sección.
9. *En caso de ser necesario, calibrar el test a partir de la información obtenida y volver a implementarlo hasta obtener una versión adecuada.*

Los pasos descritos para desarrollar un test son dinámicos, implicando procesos de iteración en función de los resultados obtenidos en cada parte del proceso. Por ejemplo, como resultado de la revisión de la literatura o de las respuestas dadas por los estudiantes en las entrevistas, se pueden modificar o ampliar los conceptos que se consideraban más importantes a evaluar. Si

alguno de los índices utilizados para analizar las preguntas dan malos resultados, dichas cuestiones deben revisarse y modificarse.

3.3 Validez

La validez es una medida de si el test realmente mide lo que pretende medir. Para ello no hay un procedimiento estadístico, siendo el método estándar la opinión de un conjunto de expertos. De esta manera el panel de especialistas evalúa si las distintas preguntas son acordes con los objetivos, analizando también el formato y la gramática de las mismas (Richardson, 2005). La validez puede tener distintos aspectos. En un primer nivel, los especialistas pueden determinar la “validez aparente” a partir de una lectura superficial de la prueba, lo que permite rápidamente reconocer si se evalúan tópicos que no están vinculados con los objetivos propuestos. En un segundo nivel, hay una “validez de contenido” la que permite reconocer si en el test se evalúan todas las aristas del tema en cuestión (Ding et al., 2006).

Después de realizado el proceso de validez de la prueba, el proceso de desarrollo del test puede ir directamente a su implementación y posterior verificación de su confiabilidad o volver a pasos anteriores para corregir diferentes aspectos del mismo.

3.4 Confiabilidad

Para que un test sea de alta calidad, éste debe ser confiable. Según Anastasi y Urbina (1998), la confiabilidad se refiere a *“la consistencia de las puntuaciones obtenidas por las mismas personas cuando se las examina en distintas ocasiones con el mismo test, con conjuntos equivalentes de reactivos o en otra condiciones de examinación”*.

Cuando se hace referencia a que un test es confiable, se supone que este tiene tres características: estabilidad, equivalencia y consistencia interna. El término estabilidad se refiere a que los resultados obtenidos por los estudiantes deben permanecer constantes a lo largo del tiempo (no pueden depender del día de la semana u horario en que se haga la prueba, salvo excepciones como podría ser dar la prueba en malas condiciones físicas). La equivalencia supone que dos estudiantes con los mismos conocimientos, deberían obtener resultados similares si realizan test equivalentes, mientras que la consistencia interna es un indicativo de cuan homogéneas son las preguntas del test. Cuanto más homogéneo sea un test, es más probable que las preguntas midan los mismos conceptos (Engelhardt, 2009).

3.4.1 Coeficiente de Kuder-Richardson

Contrario a la validez, la confiabilidad de un test puede determinarse a partir de procedimientos estadísticos, siendo esta afectada por la cantidad de preguntas y su dificultad, la capacidad del test de discriminar los buenos de malos estudiantes y su varianza. A partir de la definición de confiabilidad dada por Anastasi y Urbina (1998), parecería razonable que la misma pueda determinarse a partir de la correlación entre aplicar el test dos veces al mismo conjunto de estudiantes, sin embargo esto implica suponer que los estudiantes no recuerdan las preguntas después de haber terminado el test. Una segunda posibilidad consiste en instrumentar dos test

equivalentes, pero la dificultad en este caso es lograr efectivamente que las pruebas sean semejantes.

Un acercamiento diferente al problema de la confiabilidad consiste en comparar las correlaciones entre partes separadas del mismo test. En particular Kuder y Richardson desarrollaron dicha idea, considerando el test como un conjunto de pequeños test. Suponiendo que cada pregunta se puede considerar como un test en sí mismo con igual media, varianza y desviación estándar, desarrollaron el coeficiente Kuder-Richardson 20 (KR-20). Dicho coeficiente determina la confiabilidad de un test de preguntas con una sola respuesta correcta (Aubrecht y Aubrecht, 1983)

$$r_{KR-20} = \frac{K}{K-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^K P_i(1-P_i)}{\sigma_x^2} \right) \quad (3.1)$$

Siendo K el número de preguntas del test, σ_x la desviación estándar y P_i el índice de dificultad de la pregunta i -ésima (la proporción de alumnos que contestan correctamente cada pregunta).

El coeficiente de Kuder-Richardson puede tomar valores entre 0 y 1. Para un test cuyo propósito sea determinar las áreas donde los estudiantes tienen mayor dificultad y evaluar métodos de enseñanza, valores del coeficiente de Kuder-Richardson por encima de 0,70 se consideran aceptables. La confiabilidad puede mejorarse entonces incrementado el número de cuestiones y aumentado la desviación estándar, la que a su vez depende de que tan buenas sean las cuestiones para discriminar a los estudiantes (Engelhardt, 2009).

3.5 Análisis estadísticos de las preguntas. Poder discriminatorio.

La validez y confiabilidad del test son aspectos fundamentales para obtener una prueba de alta calidad, sin embargo no son los únicos. Las respuestas a las preguntas deben ser “bien comportadas”. Las preguntas no pueden ser demasiado sencillas de forma tal que prácticamente todas las respuestas sean correctas o demasiado complejas para que la gran mayoría de las respuestas sean erróneas. La característica descrita se cuantifica a partir del “índice de dificultad”. Por otro lado las preguntas deben estar diseñadas de forma tal que el test tenga un alto poder discriminatorio. La discriminación de un test se determina en dos niveles: analizando cuán bien las preguntas del test distinguen los estudiantes según sus calificaciones totales en la prueba y evaluando que tan bien el test como un todo es capaz de discriminar. El índice de discriminación y el coeficiente de punto biserial evalúan la discriminación de las preguntas, mientras que la Delta de Ferguson lo hace con el test (Engelhardt, 2009).

Antes de describir con detalle los distintos coeficientes, es importante consignar cuál es el número mínimo de pruebas necesarias para que tengan validez los análisis estadísticos que se realicen a las preguntas. Según Crocker y Alginate (1986) la regla de oro para determinar el número mínimo de pruebas es entre 5 y 10 veces el número de preguntas presentadas.

3.5.1 Índice de dificultad

El índice de dificultad P de una pregunta se define como el cociente entre el número de estudiantes que contestan correctamente la pregunta i -ésima (N_i) y el número total de estudiantes de la muestra (N).

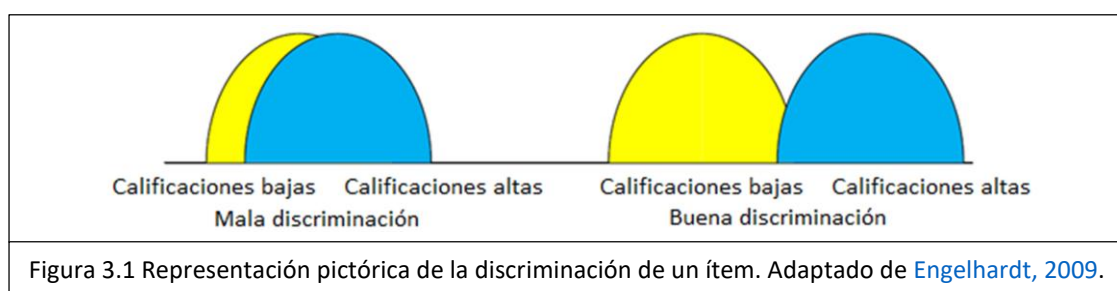
$$P = \frac{N_i}{N} \quad (3.2)$$

Con esta definición dicho índice varía entre 0 y 1. Suponiendo que en un test la cantidad de respuestas promedio contestadas por un grupo de estudiantes debería ser del 50% para maximizar la discriminación, el valor ideal para el índice de dificultad tendría que ser 0,50 considerándose aceptables valores de P entre 0,30 y 0,90 (Doran, 1980).

3.5.2 Índice de discriminación

La capacidad de las preguntas de un test para discriminar entre los distintos niveles de entendimiento de los estudiantes, es fundamental para que la prueba sea confiable. Una pregunta que es contestada correctamente por la mayoría de los alumnos que tuvieron calificaciones bajas en promedio y mal contestada por el grupo de alumnos que tuvo calificaciones altas, claramente es una cuestión mal formulada o inapropiada.

Una manera pictórica de pensar sobre el poder de discriminación de una pregunta, es considerándolo en forma análoga al criterio de Rayleigh, tal como se muestra en la Figura 3.1. El número total de estudiantes se puede separar en dos grupos, el alto (A) conformado por aquellos estudiantes cuyas calificaciones totales de la prueba están por encima de la mediana y el bajo (B) conformado por aquellos que están por debajo. Si una pregunta no es buena discriminando ambos grupos, estos se solaparán, mientras que si los diferencia muy bien, prácticamente no se solapan. En el caso extremo donde $P=0,5$ y todos los alumnos del grupo alto contesten correctamente la pregunta, mientras que los del bajo se equivoquen, la discriminación será máxima, y los dos grupos estarán “perfectamente resueltos”.



Sea N_A y N_B el número total de alumnos de los grupos alto y bajo respectivamente que contestan correctamente la pregunta i -ésima. El índice de discriminación de la pregunta i -ésima se define como:

$$D = \frac{N_A - N_B}{N/2} \quad (3.3)$$

Siendo N el número total de estudiantes de la muestra.

El índice de discriminación varía entre 1 y -1. Un valor negativo de dicho índice implica que más estudiantes del grupo bajo que del alto contestaron correctamente la pregunta, mientras que un valor positivo implica lo opuesto. A partir de su definición se concluye que el índice de discriminación depende fuertemente del índice de dificultad. Valores del índice de discriminación por encima de 0,30 se consideran aceptables (Doran, 1980).

3.5.3 Delta de Ferguson

Al analizar los resultados globales de un test, lo deseable sería que las calificaciones totales de los estudiantes siguieran una distribución lo más amplia posible, es decir que la prueba como un todo sea capaz de discriminar a los estudiantes. El coeficiente que se utiliza usualmente para determinar la cuantía de dicha distribución es la delta de Ferguson, midiendo que tan bien se distribuyen las puntuaciones totales de los estudiantes dentro de la muestra, es decir su poder discriminatorio (Ding et al., 2006).

La delta de Ferguson está dada por:

$$\delta = \frac{N^2 - \sum_{i=1}^K f_i^2}{N^2 - \frac{N^2}{K+1}} \quad (3.4)$$

Siendo f_i la frecuencia con la que aparece cada puntuación total, K es el número de preguntas del test y N el número de estudiantes de la muestra.

La delta de Ferguson puede tomar valores entre 0 y 1, considerándose aceptable valores mayores que 0,90 (Kline, 2015).

3.5.4 Coeficiente de punto biserial

El coeficiente de punto biserial describe la correlación entre una variable dicotómica y una variable continua. El puntaje de un estudiante en cada pregunta es dicotómico (1 o 0), entonces si los puntajes totales pueden verse como un continuo (para un test con un número grande de ítems, ≥ 20), el coeficiente de punto biserial permite determinar la consistencia de una pregunta dentro de todo el test, determinando la correlación entre las puntuaciones totales de los estudiantes entre la i -ésima pregunta y su calificación total del test.

De igual manera que el índice de discriminación, el coeficiente de punto biserial puede tomar valores entre -1 y 1. Cuando una pregunta está correlacionada positivamente con toda la prueba, aquellos estudiantes con calificaciones altas es más probable que hayan contestado la pregunta correctamente que aquellos con calificaciones bajas.

El coeficiente de punto biserial para la i -ésima pregunta está dado por:

$$r_{pbs} = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{\sigma_x} \sqrt{\frac{P_i}{1 - P_i}} \quad (3.5)$$

Siendo \bar{x}_i la calificación total promedio de aquellos estudiantes que contestaron correctamente la pregunta i -ésima, \bar{x} la calificación total promedio de toda la muestra, σ_x la desviación estándar y P_i el índice de dificultad de la pregunta i -ésima.

Dado que las preguntas de un test deben estar fuertemente correlacionadas con las puntuaciones totales, se consideran aceptables valores del coeficiente de punto biserial mayores a 0,20 (Ding et al., 2006).

3.6 Curvas IRC

Independientemente de las virtudes que pueda tener el uso de los inventarios de conceptos, la crítica más importante que realizan sus detractores es su falta de capacidad para ahondar sobre el pensamiento del estudiante, dado que sus respuestas se circunscriben a las opciones presentadas, sin tener el estudiante que justificar su respuesta, tal como lo puede hacer en la resolución de un problema abierto. Esta objeción puede levantarse si las posibles respuestas de las preguntas son construidas de manera adecuada. (Rosenblatt, 2012). En este sentido las curvas de respuesta al ítem son una potente herramienta de análisis que permite determinar la eficiencia de las posibles respuestas a cada pregunta.

Los análisis estadísticos presentados en la sección anterior, basados en la teoría clásica de los test, permiten determinar la dificultad de una pregunta, así como su poder discriminatorio, pero no dan información sobre las respuestas incorrectas de los estudiantes, ni cómo se relacionan estas con su nivel de conocimiento y comprensión de los tópicos evaluados. Una forma simple de obtener información parcial sobre la efectividad de los distractores de una pregunta es a partir de la determinación del porcentaje de estudiantes que selecciona cada posible respuesta. El problema que se presenta a continuación (tomado del FCI) es un buen ejemplo del uso de esta metodología.

En la figura 3.2 se representa a un chico hamacándose en una cuerda, comenzando en un punto más alto que A. Considera las siguientes fuerzas:

1. Una fuerza hacia abajo debida a la gravedad.
2. Una fuerza ejercida por la cuerda dirigida de A hacia O.
3. Una fuerza en la dirección del movimiento del chico.
4. Una fuerza en la dirección de O hacia A.

¿Cuál(es) de dichas fuerzas actúa(n) sobre el chico en A?

- A) Sólo la 1.
- B) 1 y 2.
- C) 1 y 3.
- D) 1, 2 y 3.
- E) 1, 3 y 4.

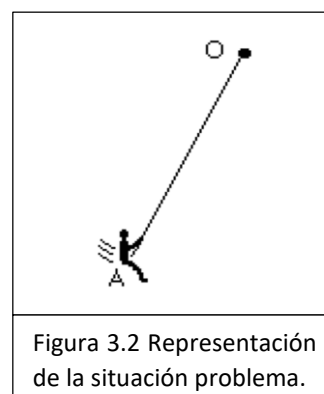
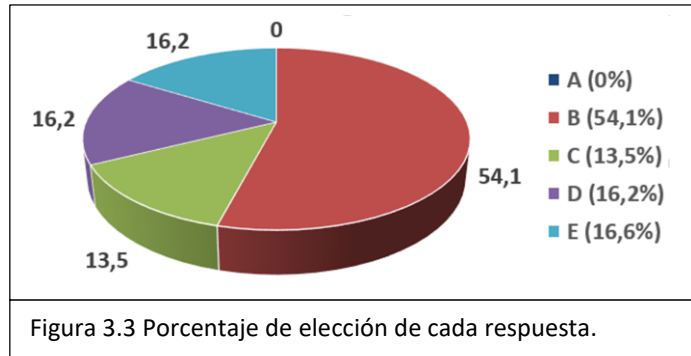


Figura 3.2 Representación de la situación problema.

Esta pregunta fue realizada al final del semestre 2017 a los estudiantes del curso de Física 1 de la Licenciatura en Física de la Facultad de Ciencias. En la figura 3.3 se representan los resultados en formato de gráfico de torta.

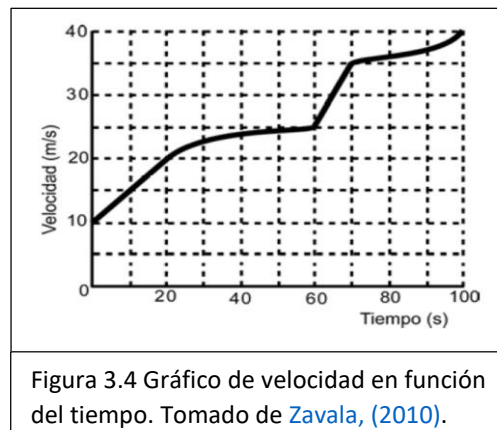


Del análisis de los porcentajes de elección de cada respuesta, se concluye que la opción A es un mal distractor, por lo tanto no representa ningún modelo mental de los estudiantes, mientras que el resto de los distractores parecen funcionar de manera adecuada, repartiéndose las respuestas de manera prácticamente equitativa.

Este acercamiento al análisis de las respuestas incorrectas es útil, pero claramente incompleto. Sería deseable que los distractores pongan en evidencia los distintos niveles de conocimiento y comprensión de los estudiantes, tal como se puede lograr por ejemplo a partir de la realización de entrevistas. La siguiente situación da pistas del camino a seguir.

El gráfico de la figura 3.4 representa el movimiento de un objeto que se mueve en línea recta. En el instante $t=65s$, la aceleración instantánea del objeto tiene un valor aproximado de:

- A) $1,0 \text{ m/s}^2$
- B) $2,0 \text{ m/s}^2$
- C) $0,46 \text{ m/s}^2$
- D) 30 m/s^2
- E) 34 m/s^2

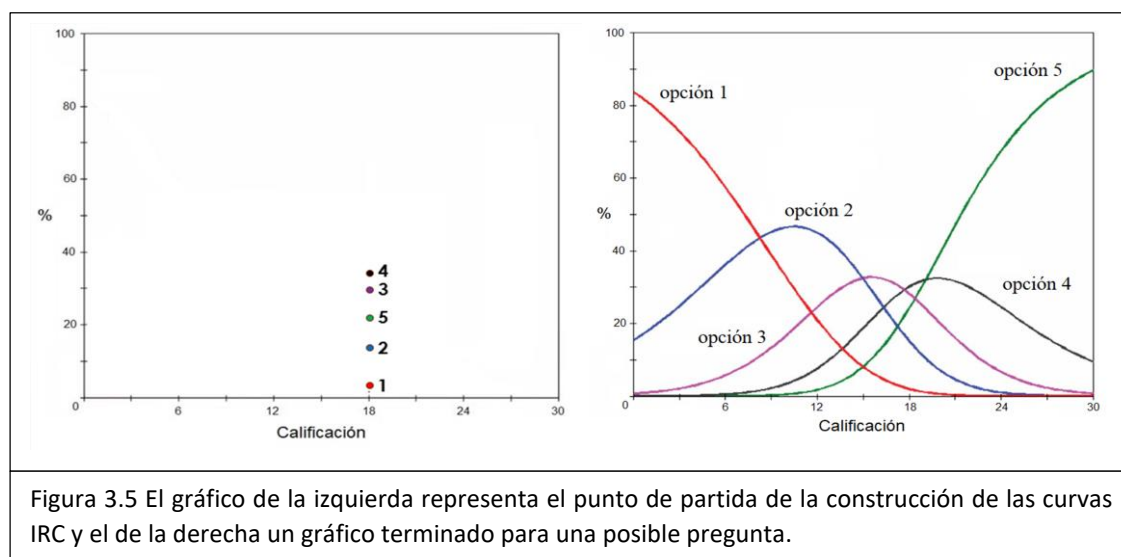


La situación descrita representa una pregunta donde cada distractor implica un nivel de razonamiento y comprensión distintos. Aquellos estudiantes que calculan la pendiente a partir del cociente entre cuadros seleccionarían la opción B, los que realizan el cociente velocidad/tiempo seleccionarían la C, y los que consideran que la aceleración es igual al valor numérico de la velocidad para el tiempo dado seleccionarían la opción D. Por último la opción E no está asociada a ningún modelo (Zavala, 2010).

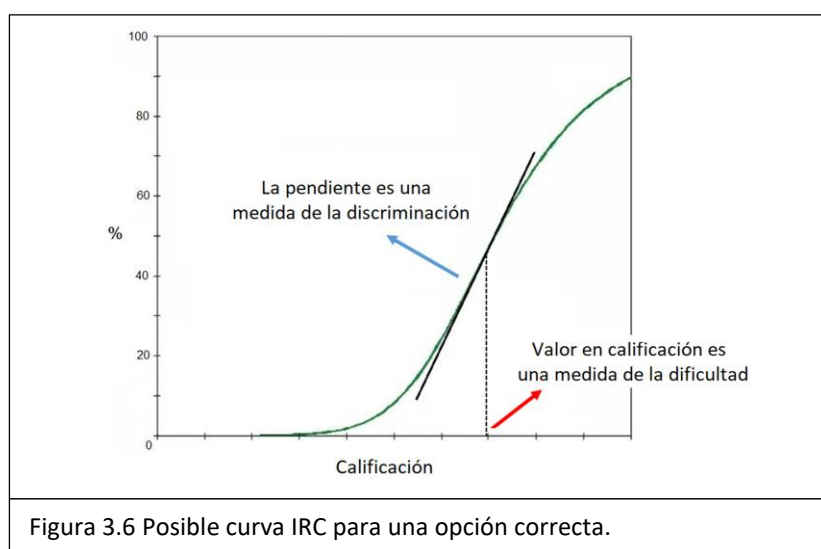
Uno esperaría que los alumnos con menores niveles de entendimiento seleccionaran las opciones B o D, mientras que aquellos cuyo entendimiento conceptual sobre la temática no es el adecuado, pero que se encuentran en un proceso de construcción más desarrollado, seleccionarían la opción C. Las curvas IRC son una construcción que permiten de manera objetiva reconocer los niveles de comprensión de los estudiantes y dar una idea simple de la dificultad y poder discriminatorio de una pregunta. Para ello, estas curvas relacionan el porcentaje de

estudiantes en cada nivel de conocimiento con las distintas opciones de respuesta posible (Morris et al., 2006).

Si se instrumentara por ejemplo un test de 30 preguntas con cinco opciones posibles cada una, la construcción de las curvas para cada pregunta comienza determinando dentro de por ejemplo el universo de estudiantes que tuvo 18 respuestas correctas, qué porcentaje de ellos seleccionó cada una de las opciones. De esta manera la suma de estos porcentajes da 100%. Este proceso se repite para cada una de las calificaciones posibles, graficándose finalmente el porcentaje de alumnos que selecciona cada una de las posibles respuestas para cada calificación, tal como se muestra en la figura 3.5.

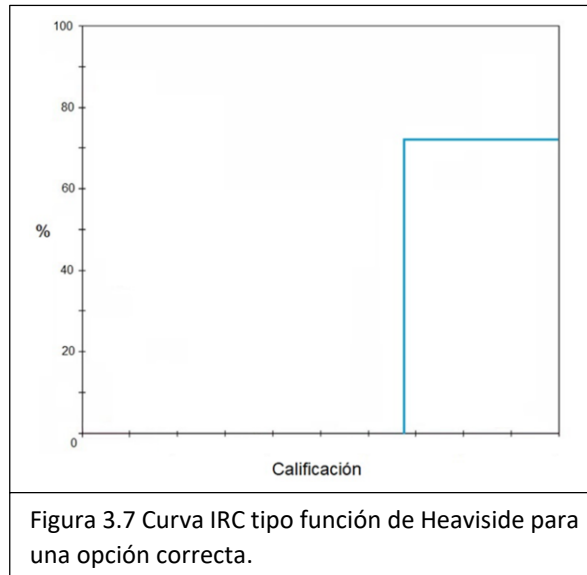


Para comprender el poder de análisis de esta herramienta, se comenzará analizando una posible curva tal como la de la figura 3.6. Dicha curva se ajusta al comportamiento esperable para una opción correcta, discriminando fuertemente en función del grado de comprensión de los estudiantes.



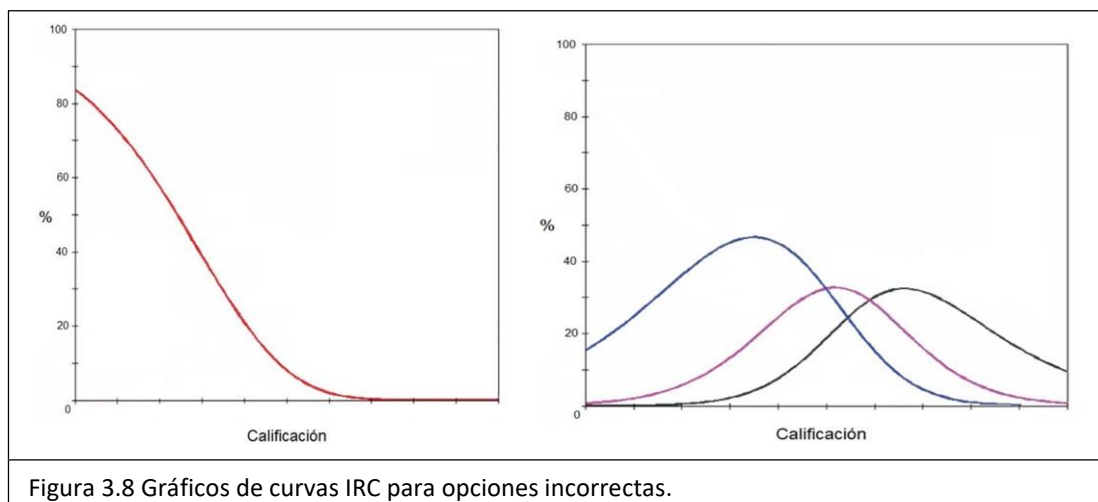
Dada una curva IRC de la respuesta correcta, cuanto más pronunciado sea el cambio en el

porcentaje de estudiantes que seleccionan la opción correcta, en función de su nivel de entendimiento, más discriminadora es la pregunta. Esta interpretación resulta más evidente si se considere una situación límite, donde la curva responda a una función de Heaviside tal como indica la figura 3.7. Esta curva sería idealmente discriminadora. Aquellos alumnos por debajo de cierta calificación contestan incorrectamente, mientras que los que están por encima lo hacen correctamente (Morris et al., 2006).



Del análisis anterior se desprende que es plausible considerar a la derivada en el punto de inflexión de la curva de la respuesta correcta, como una medida de la discriminación (Kline, 2015), mientras que al valor de la calificación en el punto de inflexión como una medida de la dificultad de la pregunta (Zavala, 2010).

En cuanto a los distractores, si se pretende que den información sobre los niveles de comprensión de los estudiantes, el comportamiento de las curvas IRC para las respuestas incorrectas no puede ser homogéneo. En la figura 3.8 se representan los gráficos de las curvas esperadas para las opciones incorrectas en una situación ideal. Este tipo de comportamiento claramente diferencia los niveles de comprensión de los estudiantes, representando cada distractor un modelo mental de los estudiantes, diferente y con distinto grado de complejidad.



El análisis de las curvas IRC de cada pregunta permite desarrollar mejores preguntas, a partir de la identificación de cómo operan los distractores en cada una de las cuestiones, permitiendo detectar con facilidad aquellos que deben ser modificados o incluso si la pregunta debería ser eliminada. En este sentido [Morris et al. \(2006\)](#) clasifican las preguntas en tres categorías en función de sus curvas IRC:

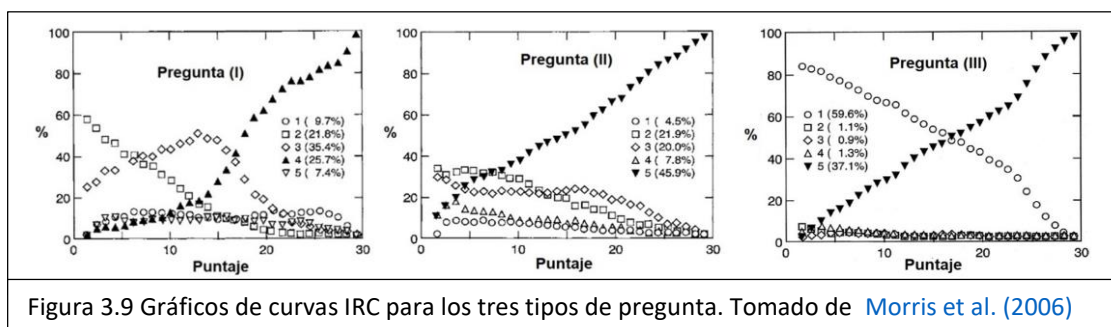
- a) Eficientes.
- b) Moderadamente eficientes.
- c) Ineficientes.

Una pregunta eficiente debe cumplir con los siguientes requerimientos:

- 1) Las posibles respuestas (la correcta y los distractores) deben ser discriminantes, distinguiendo entre los distintos niveles de entendimiento de los estudiantes.
- 2) Cada distractor debe estar asociado a un modelo mental diferente.
- 3) Todas las opciones deben ser seleccionadas por un número significativo de estudiantes.

En contrapartida una pregunta ineficiente, es una típica cuestión con un comportamiento dicotómico, centrándose todas las respuestas entre la opción correcta y uno de los distractores.

[Morris et al. \(2006\)](#) realizaron las curvas IRC para todas las preguntas del FCI a partir del análisis de cientos de respuestas de estudiantes. En la figura 3.9 se representa el gráfico de una pregunta eficiente (I), una moderadamente eficiente (II) y una ineficiente (III) según el criterio de los autores. Como puede observarse del gráfico de la pregunta (I), la presencia de dos distractores fuertes reflejando diferentes niveles de entendimiento conceptual, es suficiente para clasificar una pregunta como eficiente. Esto se debe a que en la práctica es raro encontrar situaciones físicas donde los estudiantes tengan más de dos modelos mentales erróneos.



Para finalizar, es importante mencionar que los análisis de las preguntas a través de las curvas IRC, comenzaron a tomar particular importancia en el ámbito de PER, recién en los últimos años. El uso de este instrumento abre la posibilidad de desarrollar nuevos y mejores inventarios de conceptos en distintas áreas de la Física. Cabe consignar que el artículo publicado por [Morris et al.](#), es del año 2006, en este sentido la gran mayoría de los test que se utilizan para la Investigación en Educación en Física, han sido validados a través de las pruebas estadísticas provenientes de la teoría clásica de los test, dejando de lado este tipo de análisis

4. Desarrollo y resultados del inventario de conceptos

4.1 Introducción

Tal como se describió en el capítulo anterior, la realización y validación de un test está compuesta por una serie dinámica de pasos, que hace que todo el proceso sea iterativo. La implementación del test, que podría llegar a verse como la etapa final, es el eje central del proceso de calibración. Los análisis estadísticos junto a las curvas IRC proveen la información necesaria para reconocer que preguntas están mal formuladas y requieren ser modificadas o sustituidas. Cualquier modificación que se realice, implica una nueva instrumentación y análisis de resultados. Como puede intuirse, llegar a una versión final de un test es un proceso arduo, pudiendo llevar en su totalidad hasta tres o cuatro años (Singh y Rosengrant, 2003; McKagan, Perkins y Wieman, 2010).

En el presente capítulo se describen los pasos realizados para el desarrollo de un test sobre dinámica de fluidos ideales y los resultados obtenidos de su aplicación. En particular se presentan los resultados de las pruebas estadísticas clásicas y las curvas IRC.

4.2 Desarrollo del test

Como se mencionó brevemente al final del capítulo 1, no se encontró en la literatura un test sobre dinámica de fluidos ideales, estando los existentes enfocados principalmente a cursos superiores universitarios. El único test que se ajusta al nivel de cursos básicos universitarios es el desarrollado por Barbosa (2013), sin embargo dicha prueba se concentra específicamente en evaluar la ecuación de Bernoulli basándose en el uso de problemas inspirados en experimentos “discrepantes”, denominados de esta manera dado que su solución es a priori anti intuitiva. Este enfoque por demás interesante, dificulta la utilización de la prueba como pre-test y pos-test exceptuando que se realice en los cursos un abordaje especial a ese tipo de experimentos. Independientemente de esto último, algunos de los problemas que plantea, según la literatura de referencia, no parecen adecuados para ser explicados en el marco de la ecuación de Bernoulli, estando más vinculados a fenómenos de arrastre y el efecto Coanda (Eastwell, 2007; Smith, 1972; Weltner y Ingelman-Sundberg, 2011).

4.2.1 Contenidos del test

Realizada la revisión de la literatura sobre test, el siguiente paso fue definir qué conceptos debían incluirse en una prueba sobre dinámica de fluidos ideales. Para ello se analizaron en detalle los contenidos programáticos de los cursos de Física 1 de la Facultad de Ciencias y Física 2 de la Facultad de Ingeniería junto a su bibliografía de referencia (Tipler y Mosca, 2005; Sears et al., 2013 y Resnick et al., 2002).

Se identificaron dos grandes temas:

1. La ecuación de Bernoulli como expresión del teorema del trabajo y la energía, conectando las energías cinética y potencial gravitatoria por unidad de volumen, con los trabajos realizados por unidad de volumen por las presiones en las fronteras del sistema.
2. La ecuación de continuidad como expresión de la conservación de la masa.

A partir de dichos temas se definieron una serie de conceptos que los estudiantes deben manejar para desarrollar un modelo mental adecuado de los fenómenos descritos en dinámica de fluidos ideales. Los conceptos se encuadran en cuatro grandes categorías: presión estática, cinemática y dinámica de fluidos, conservación de la masa y trabajo y energía. Varios de ellos son transversales, ya que el estudiante debe ser capaz de aplicarlos en situaciones complementarias para demostrar un aprendizaje significativo de los mismos. A continuación en la tabla 4.1 se detallan los conceptos, junto al número de pregunta del test en el que se evalúan. La prueba (conformada por 10 preguntas), será presentada en las siguientes secciones.

Conceptos	Preguntas del test donde se evalúan
<i>Presión estática</i>	
Un fluido ideal en movimiento a lo largo de una tubería recta, ejerce una fuerza sobre la pared de la misma en dirección normal a ésta. La fuerza ejercida por el fluido es directamente proporcional a la presión.	6, 10
Un elemento de fluido confinado recibe una fuerza del resto del fluido, normal hacia dentro del mismo.	2
Si un fluido está en caída libre, la fuerza neta sobre un elemento del fluido debido al resto es nula. La presión es uniforme.	3
<i>Cinemática y dinámica de los fluidos</i>	
El gradiente de presiones en una dirección es directamente proporcional a la fuerza neta ejercida por el fluido en dicha dirección.	8
Para un fluido que se mueve en dirección horizontal, si la presión aumenta en el sentido del flujo, disminuye el módulo de su velocidad.	1
Para un fluido cuyas líneas de corriente son curvas, debe existir un gradiente de presiones en dirección perpendicular a las líneas que provoque la aceleración del mismo.	5
<i>Conservación de la masa</i>	
Un fluido estacionario y confinado que desciende por una tubería vertical de sección uniforme, lo hace con velocidad constante.	2, 7
Un fluido no confinado en caída libre, disminuye el área de la sección transversal a medida que cae.	3, 4
Los líquidos son incompresibles.	6, 7
En un angostamiento de una tubería el fluido aumenta su velocidad.	6, 8, 10
En un ensanchamiento de una tubería el fluido disminuye su velocidad.	1
<i>Trabajo y energía</i>	
Reconocimiento de las condiciones de frontera de un sistema.	4, 9, 10
Reconocimiento de marco de validez de la Ecuación de Bernoulli	4, 5

Las presiones en la frontera del sistema realizan trabajo sobre el fluido en movimiento.	9
Tabla 4.1 Conceptos que se evalúan en cada pregunta.	

4.2.2 Concepciones alternativas y desarrollo de los preguntas.

Se desarrollaron un total de 10 preguntas sobre dinámica de fluidos ideales ([Apéndice 2](#)) con el objetivo de evaluar el entendimiento conceptual de los estudiantes en los tópicos descritos en la sección anterior. Para confeccionar los distractores de cada pregunta se utilizaron los insumos obtenidos de la investigación realizada sobre las dificultades conceptuales de los estudiantes de dinámica de fluidos ideales, junto a las ideas previas ya reportadas en la literatura y descritas en el capítulo 2. A continuación se detallan en la tabla 4.2 las dificultades conceptuales y concepciones alternativas tenidas en cuenta para la realización del test junto a las opciones del test que las reflejan.

Dificultades conceptuales y Concepciones alternativas	Opciones del test que las reflejan
<i>Presión estática</i>	
La presión hidrostática es considerada como el peso o altura de la columna del fluido encima del punto de interés.	4b, 5a
A igual altura e igual velocidad la presión siempre es la misma.	5d
La fuerza que actúa sobre un elemento de fluido es la ejercida solamente por el fluido que se encuentra aguas arriba	2c, 7a, 7b
El fluido aguas arriba ejerce fuerza sobre un elemento en un fluido en caída libre.	3c, 3e
Desconocimiento de las condiciones de frontera del sistema.	4a, 4b, 4d, 8b, 8c, 8d, 8e
<i>Cinemática y dinámica de los fluidos</i>	
No se asocia gradientes de presión con la fuerza ejercida sobre un elemento de un fluido	5d, 5e, 8c, 8d, 8e
Se supone que el gradiente de presiones en dirección vertical siempre es el hidrostático.	8c, 8d
Se supone que el gradiente de presiones en dirección horizontal siempre es nulo.	1c, 10b
No se reconoce la presencia de una fuerza centrípeta en movimiento curvilíneos	5a, 5c, 5d
No se asocia el principio fundamental de la dinámica con la aceleración de un elemento del fluido.	2c, 6d
La presión disminuye en el sentido del movimiento del fluido.	1e, 10e
Mayor velocidad implica mayor presión.	1a, 1e, 5c, 8e, 10a
La velocidad del fluido disminuye en el sentido del movimiento	7d, 7e
Fluidos aceleran en tuberías verticales de sección constante.	7a, 7b
Mayor velocidad siempre implica menor presión (fluido no confinados)	4a, 4d, 5d
La presión en un fluido debe ser mayor a la de la frontera para desplazarse en el medio.	4a, 4b
<i>Conservación de la masa</i>	
Confusión entre caudal y velocidad.	9a, 9d, 9e

Los líquidos se comprimen al ingresar a tuberías más angostas.	6a, 6c, 6d
La densidad de un líquido confinado en una tubería de sección constante disminuye con el aumento de la velocidad	7b
A mayor área, mayor velocidad.	1a, 1b, 9a, 9d, 9e
No reconoce una violación en la conservación de la masa.	7a
Trabajo y energía	
Las presiones externas no realizan trabajo sobre el sistema	9a
Fluido como elemento de partículas que no interactúan entre sí.	2b, 7a, 7b
Tabla 4.2 Dificultades conceptuales y concepciones alternativas en dinámica de fluidos ideales	

4.2.3 Validación, puesta a punto e instrumentación del test.

Para llegar a la versión final de 10 preguntas, tal como están presentadas en el [Apéndice 2](#), se pasó por un proceso de varias modificaciones en cuanto a las opciones y redacción de las mismas. Obtenida la primera versión considerada adecuada, se presentó el test a dos especialistas que revisaron cuidadosamente la redacción y las opciones de las respuestas a las preguntas, haciendo aportes significativos para la mejora de las mismas.

Realizadas las correcciones sugeridas por los especialistas, lo que permitió validar el test, se prosiguió con su instrumentación. Para ello, la población objetivo eran los estudiantes del curso de Física 2 de la Facultad de Ingeniería. La decisión de trabajar con dichos estudiantes se basó por un lado en que los cursos de Física básica universitaria con mayor número de estudiantes son los de la FING y por otro, que estableciendo una comparación con los respectivos cursos en Facultad de Ciencias o Facultad de Química, es al que se le destina más tiempo para abordar los contenidos de dinámica de fluidos ideales. Dado el número significativo de estudiantes que cursan Física 2 en la FING (más de 200), se esperaba obtener una cantidad importante de pruebas para extraer conclusiones lo más fidedignas posibles a partir de los análisis estadísticos y las curvas IRC. Por razones de tiempo, no fue posible instrumentar la prueba en el aula, por lo que debió plantearse como una prueba opcional a realizar en la plataforma EVA, previo a la primera prueba parcial. Se cargó el test en la página del curso, manteniéndose en línea durante toda la semana previa al parcial. Como resultado final se obtuvieron un total de 45 pruebas respondidas completamente.

Llegado este punto, es importante realizar una aclaración sobre el desarrollo del test. La idea inicial para esta parte de la investigación era crear una prueba donde se evaluaran contenidos de hidrostática e hidrodinámica. En ese sentido el test subido a la EVA constaba de 16 preguntas, 10 de ellas sobre hidrodinámica y las 6 restantes sobre hidrostática. Siguiendo el criterio de [Crocker y Alginanote \(1986\)](#) se necesitaban como mínimo 80 pruebas para que análisis estadísticos fueran confiables. En vista de que se obtuvieron solamente 45 pruebas, se tomó la decisión de enfocar el análisis exclusivamente a las 10 preguntas sobre hidrodinámica (aunque el número máximo ideal era 9). La decisión de descartar todas las preguntas de hidrostática en vez de algunas de cada temática, se debió a que las desarrolladas sobre hidrodinámica son las de mayor importancia para este trabajo, ya que fueron generadas a partir de los insumos obtenidos de la investigación, mientras que las situaciones sobre hidrostática se desarrollaron a

partir del análisis de la literatura existente sobre dificultades conceptuales. Se pretende en futuras instancias buscar la manera de implementar el test en su totalidad, incluyendo las cuestiones sobre hidrostática, con el fin de obtener más información para continuar mejorando el mismo, así como para ahondar sobre las concepciones alternativas en dicha área.

4.3 Análisis estadísticos individuales

Obtenidos los resultados de la aplicación del test, se procedió a realizar los análisis estadísticos clásicos inherentes a cada pregunta, determinándose los índices de dificultad y discriminación, los que se presentan a continuación. Cabe aclarar que se optó por no determinar el coeficiente de punto biserial, dado que el pequeño número de preguntas ($N=10$), invalida la suposición de que el puntaje total se puede modelar como una variable continua.

4.3.1 Índice de dificultad

En la gráfica de la figura 4.1 se representan los resultados del índice de dificultad P para cada pregunta.

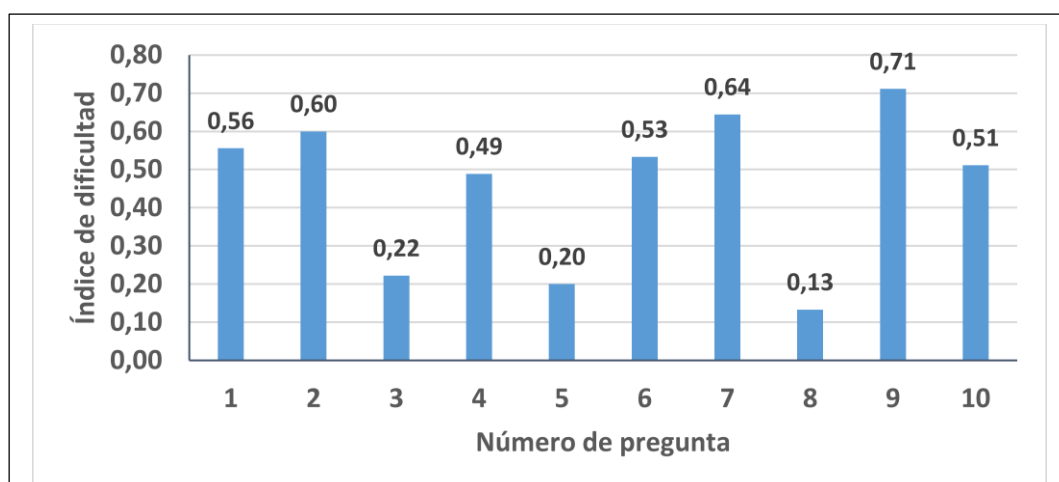


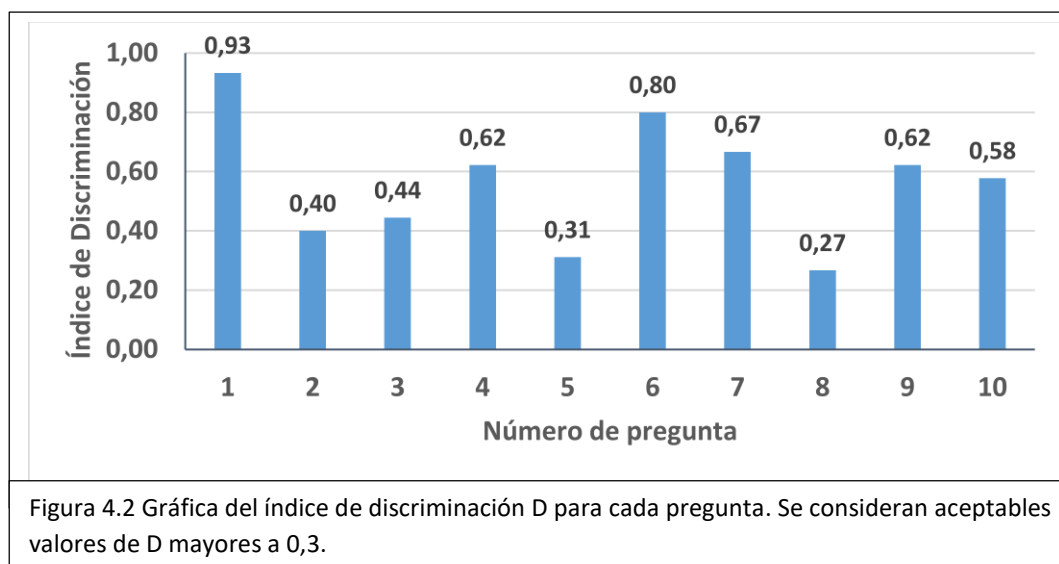
Figura 4.1 Gráfica del índice de dificultad P para cada pregunta. Se consideran aceptables valores de P entre 0,3 y 0,9.

Los valores del índice de dificultad varían entre 0,13 para la pregunta 8 y 0,71 para la pregunta 9. Se consideran aceptables valores de P entre 0,3 y 0,9, siendo 0,5 el valor ideal. Como es difícil controlar el valor de P en cada pregunta, se utiliza el valor promedio P como un indicativo de su dificultad (Ding et al., 2006), siendo en este caso de 0,46, encontrándose por ende dentro del rango esperado.

En primera instancia los índices de dificultad de las preguntas 3, 5 y 8 son muy bajos, por lo tanto al menos estas preguntas deben ser revisadas.

4.3.2 Índice de discriminación

En la gráfica de la figura 4.2 se representan los resultados del índice de discriminación para cada pregunta. Los valores del índice de discriminación varían entre 0,93 para la pregunta 1 y 0,27 para la 8. Se consideran aceptables valores de D mayores a 0,3. El valor promedio del índice de discriminación es de 0,56, encontrándose por encima del menor valor aceptable.



Las preguntas con menores índices de discriminación son la 2, 3, 5 y 8, lo que refuerza la idea de que al menos las últimas tres deben revisarse. La discusión sobre la eficiencia de las preguntas será realizada con detalle en la sección 4.5.

4.4 Análisis estadísticos globales

Determinados los índices de dificultad y discriminación para cada pregunta, se procedió a calcular la Delta de Ferguson y el índice de confiabilidad de Kuder-Richardson. En la tabla 4.3 se presentan los resultados obtenidos para dichos coeficientes, junto a los valores promedios ya señalados para P y D.

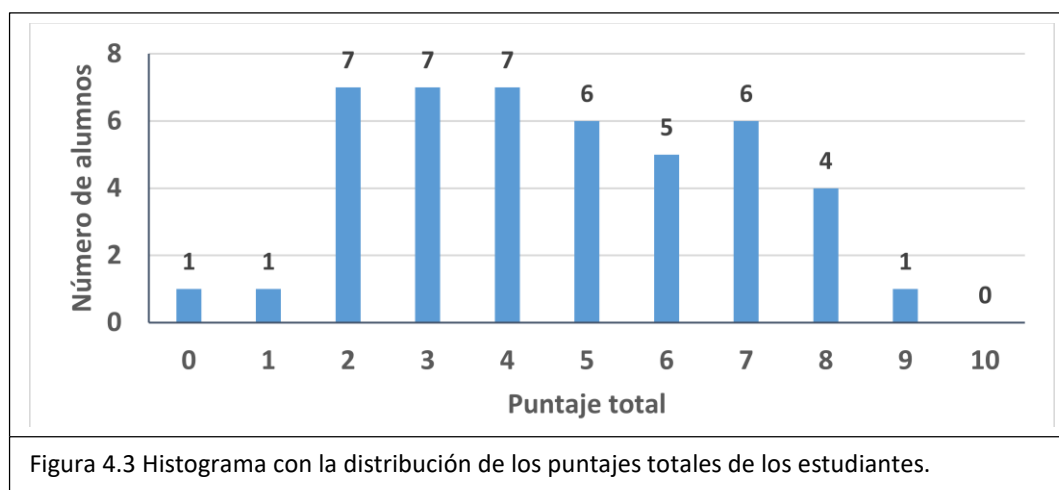
Test estadístico	Rango	Valores deseados	Valor obtenido
Delta Ferguson	[0,1]	> 0,90	0,96
Kuder-Richardson	[0,1]	> 0,70	0,62
Índice de dificultad	[0,1]	0,90 > P > 0,30	0,46
Índice de discriminación	[-1,1]	> 0,30	0,56

Tabla 4.3 Valores deseados y obtenidos de las pruebas estadísticas realizadas

Como puede observarse de la tabla, el valor de la delta de Ferguson (la cual mide que tan bien se distribuyen las puntuaciones totales de los estudiantes dentro de la muestra), se encuentra por encima de los valores mínimos deseados.

En cuanto al coeficiente de Kuder-Richardson que determina la confiabilidad del test, el valor obtenido es aproximadamente un 10% menor al mínimo aceptable. Este coeficiente depende del número y dificultad de las preguntas y fuertemente de la desviación estándar del test, que a su vez es función de la discriminación y por ende de la dificultad y número de preguntas.

En la figura 4.3 se representa un histograma con la distribución de puntajes. A continuación se presenta la tabla 4.4 donde se indican el puntaje promedio, la desviación estándar y el error estándar de la media.



Número de estudiantes	Puntaje promedio	Desviación estándar	Error estándar de la media
45	4,60	2,19	0,03

Tabla 4.4 Punta promedio, desviación estándar y error estándar de la media.

Como puede observarse del histograma de la figura 4.3, exceptuando los dos puntajes más altos (9 y 10) y dos más bajos (0 y 1), la distribución de los resultados es bastante plana, estando acorde con el valor obtenido para la desviación estándar y la delta de Ferguson. Se concluye entonces que para un número tan bajo de preguntas, resulta difícil obtener valores muy altos de la desviación estándar y por ende del índice de Kuder-Richarson.

Del histograma se desprende que la distribución no está centrada, encontrándose corrida hacia la izquierda, algo que ya era previsible a partir del valor promedio obtenido para el índice de dificultad (0,46). Por lo tanto una reestructuración de algunas preguntas mejorando el balance del índice de discriminación junto al de dificultad, permitirán optimizar la desviación estándar y la confiabilidad de la prueba.

4.5 Análisis de la eficiencia de las preguntas

Para analizar la eficiencia de cada una de las preguntas se utilizaron las curvas IRC, permitiendo clasificar cada pregunta en eficiente, moderadamente eficiente o ineficiente, siguiendo el criterio planteado por [Morris et al. \(2006\)](#).

La manera natural de construir las curvas IRC es dividiendo la muestra de estudiantes en tantos niveles de entendimiento como número de preguntas haya. En este caso, dado el bajo número de pruebas y el pequeño porcentaje de estudiantes con puntajes muy altos o muy bajos, separar la muestra en diez niveles no resulta adecuado. Al no haber un criterio normalmente aceptado sobre cómo resolver este asunto, se optó por generar cuatro niveles de entendimiento, intentando balancear el número de estudiantes junto a las calificaciones totales. En la tabla 4.5 se indican los criterios y número de alumnos en cada nivel.

Nivel	Criterio	N° de estudiantes
1- Bajo	Estudiantes con puntajes normalizados de 0 a 0,2	9
2- Medio Bajo	Estudiantes con puntajes normalizados de 0,3 a 0,4	14
3- Medio	Estudiantes con puntajes normalizados de 0,5 a 0,6	11
4- Medio Alto	Estudiantes con puntajes normalizados de 0,7 a 0,9	11

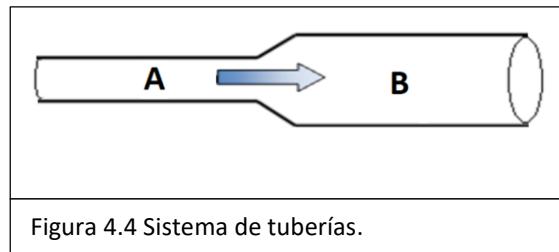
Tabla 4.5 Niveles de entendimiento para las curvas IRC.

A continuación se realiza el análisis de la eficiencia de cada pregunta. Para ello se presenta al comienzo la situación, resaltándose en amarillo la respuesta correcta y describiéndose que concepción alternativa o dificultad conceptual está asociada a cada distractor, para finalmente analizar las curvas IRC correspondientes.

4.5.1 Pregunta 1

Fuente: adaptada de Martin et al. (2003).

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, el agua fluye en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable. Indica la opción



correcta respecto a las velocidades V_A y V_B y las presiones P_A y P_B en cada tramo de la tubería.

- a) $V_A < V_B$ y $P_A < P_B$
- b) $V_A < V_B$ y $P_A > P_B$
- c) $V_A > V_B$ y $P_A = P_B$
- d) $V_A > V_B$ y $P_A < P_B$**
- e) $V_A > V_B$ y $P_A > P_B$

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que mayor área de la sección de la tubería implica mayor velocidad. A su vez mayor velocidad implica mayor presión.
- La opción (b) refleja la idea de que mayor área de la sección de la tubería implica mayor velocidad del fluido.

- La opción (c) está asociada a la idea de que la presión no depende de los cambios de velocidad.
- La opción (e) está asociada tanto a la idea de que la presión disminuye en el sentido del flujo, como a suponer que más velocidad implica más presión y viceversa (Recktenwald, et al., 2009).

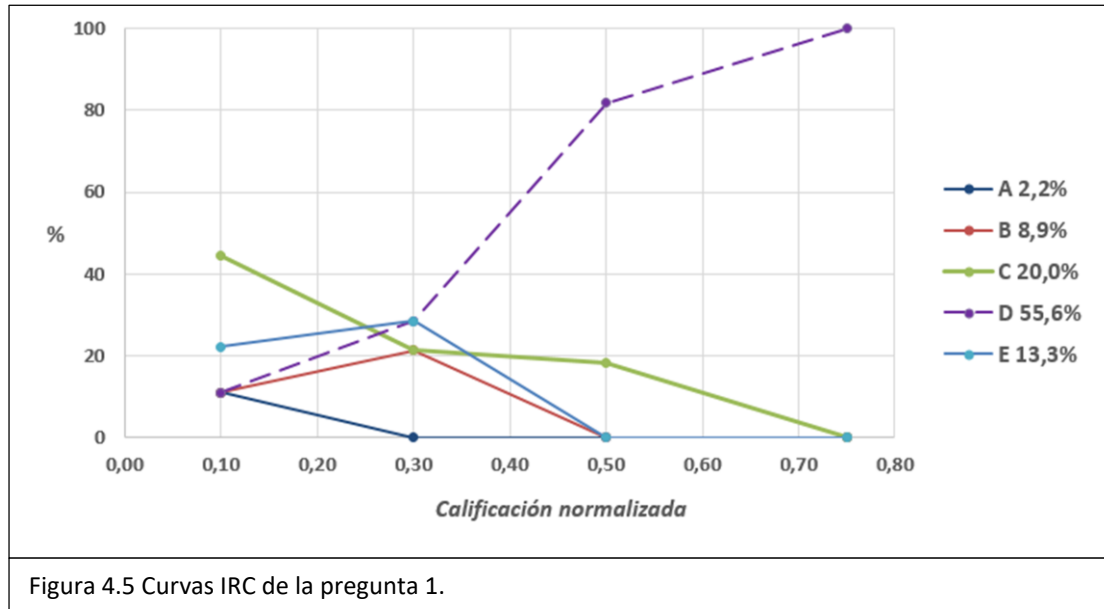


Figura 4.5 Curvas IRC de la pregunta 1.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.5 se desprende que la pregunta discrimina adecuadamente en función del nivel de comprensión de los estudiantes.

En cuanto a los distractores, la opción (a) no está asociada a ningún modelo en particular de los estudiantes que realizaron la prueba. Los otros distractores funcionan de manera adecuada. En particular el distractor (c) va disminuyendo su porcentaje de elección a medida que mejora el nivel de entendimiento conceptual de los estudiantes. La pregunta entonces puede clasificarse como eficiente.

En esta pregunta, la idea previa de que la presión no depende de la velocidad es un atractor más fuerte para los estudiantes que considerar que la presión disminuye en el sentido del flujo o que más velocidad implica más presión. Estas respuestas ponen en evidencia que los estudiantes no aplican los conceptos de dinámica al comportamiento del fluido o lo hacen de manera incorrecta.

4.5.2 Pregunta 2

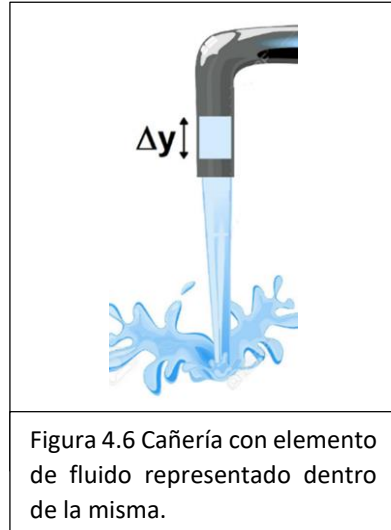
Fuente: elaboración propia.

Considera un elemento de fluido por dentro de la cañería vertical de altura Δy , tal como indica la figura adjunta. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento Δy .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
4. La fuerza peso.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- a) Sólo la 1.
- b) Sólo la 4.
- c) 1 y 4.
- d) 1, 2 y 4.
- e) 1, 3 y 4.



Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- Las opciones (a) y (d) no reflejan ningún modelo. Son distractores para reducir la probabilidad de acertar la respuesta azarosamente.
- La opción (b) refleja la idea de que el fluido en la tubería vertical está en caída libre, es decir, que las partículas del fluido no interactúan entre sí.
- La opción (c) está asociada al preconcepto de que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido y por lo tanto la fuerza que recibe se debe al fluido que se encuentra encima de éste, desconociéndose que el fluido aguas abajo puede ejercer una fuerza.

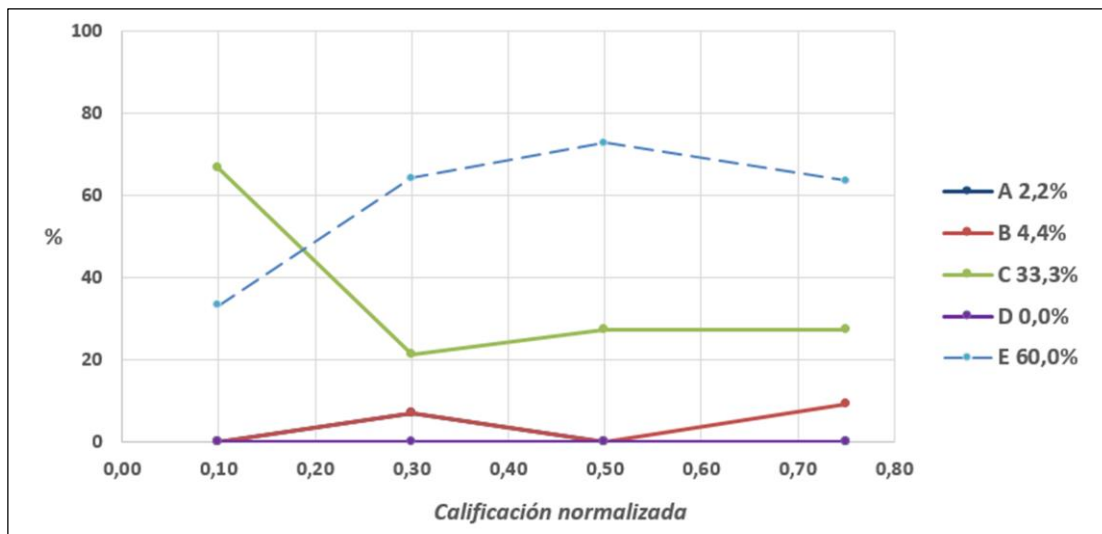


Figura 4.7 Curvas IRC de la pregunta 2.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.7 se desprende que la pregunta discrimina razonablemente bien entre alumnos de nivel bajo, medio bajo y medio, presentando dificultades con aquellos de nivel medio alto.

En cuanto a los distractores, las opciones (a) y (d) claramente no reflejan modelos de estudiantes que realizaron la prueba. Respecto al distractor (b) se esperaba que fuera seleccionado por un mayor número de estudiantes. El pequeño porcentaje indica que en principio no es un modelo que refleje el pensamiento de los alumnos. El distractor (c) funciono de manera adecuada. Uno de cada tres estudiantes tiene el modelo mental reflejado por esa pregunta. Pese a esto, las respuestas resultaron prácticamente dicotómicas, por lo tanto, la pregunta de evaluarse como ineficiente.

Los resultados obtenidos reflejan las conclusiones sacadas del análisis de las entrevistas. Los estudiantes presentan grandes dificultades para reconocer la manera en que interactúan las distintas partes del fluido. Por otro lado, no reconocen que el fluido debe moverse con velocidad constante dentro de la cañería, o en caso de hacerlo, no son capaces de compatibilizarlo con el principio fundamental de la dinámica.

4.5.3 Pregunta 3

Fuente: elaboración propia.

Considera un elemento de fluido por *fuera* de la cañería vertical de altura Δy , tal como indica la figura adjunta. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento Δy .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
4. La fuerza peso.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- a) Sólo la 1.
- b) Sólo la 4.**
- c) 1 y 4.
- d) 1, 2 y 4.
- e) 1, 3 y 4.

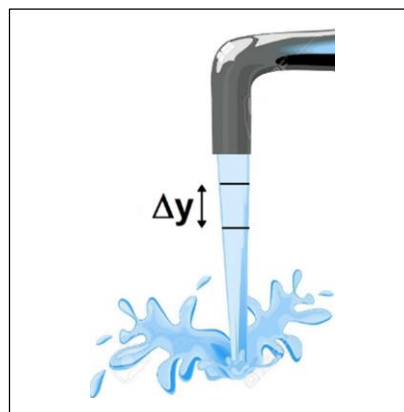


Figura 4.8 Cañería con elemento de fluido representado por fuera de la misma.

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- Las opciones (a) y (d) no reflejan ningún modelo. Son distractores para reducir la probabilidad de acertar la respuesta azarosamente.
- La opción (c) está asociada al preconcepto de que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido y por lo tanto la fuerza que recibe se debe

al fluido que se encuentra encima de éste, desconociéndose que el fluido aguas abajo puede ejercer una fuerza.

- La opción (e) está asociada a la idea de que las interacciones entre las distintas partes del fluido no dependen de si el fluido está o no en caída libre.

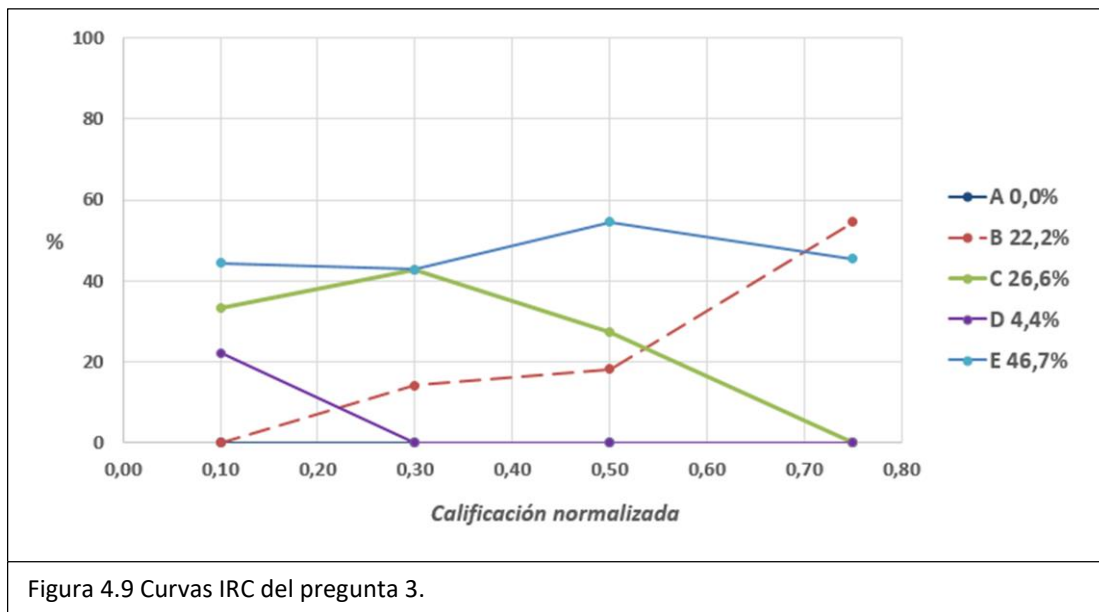


Figura 4.9 Curvas IRC del pregunta 3.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.9 se desprende que la pregunta discrimina adecuadamente en función del nivel de comprensión de los estudiantes.

En cuanto a los distractores, las opciones (a) y (d) claramente no reflejan modelos de estudiantes que realizaron la prueba. Los distractores (c) y (e) funcionan de manera correcta, estando claramente asociados a distintos niveles de entendimiento. El (c) representa el modelo mental de los estudiantes con menores niveles de entendimiento conceptual, siendo la opción seleccionada por 1 de cada 4 alumnos. Respecto al distractor (e) no se espera a priori un porcentaje tan importante de respuestas. Aunque el nivel de dificultad de la pregunta es elevado (sólo el 22% contesta correctamente), esta puede considerarse eficiente desde la perspectiva de las curvas IRC.

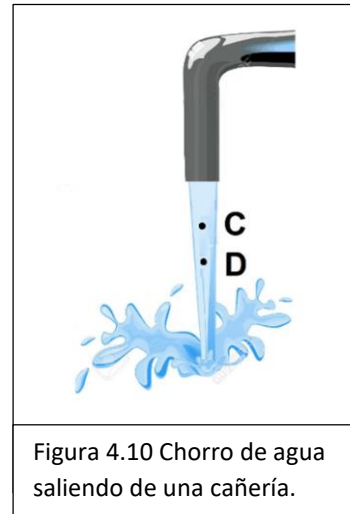
Independientemente de los diferentes modelos erróneos, los resultados de esta pregunta son concluyentes en cuanto al magro entendimiento de los estudiantes sobre cómo interactúan las distintas partes del fluido. Tampoco son capaces de vincular el movimiento con el principio fundamental de la dinámica. En particular para aquellos alumnos que seleccionaron la opción (c), de aplicar la segunda ley de Newton debería haber reconocido que el fluido caería con una aceleración mayor que la gravitatoria.

4.5.4 Pregunta 4

Fuente: elaboración propia.

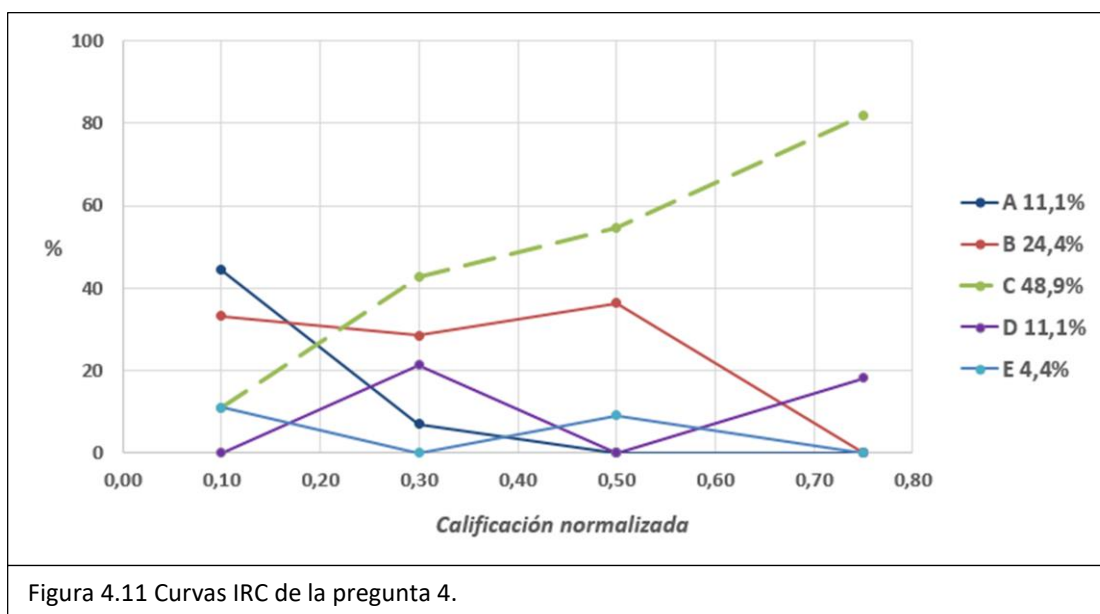
Considera el chorro de agua después de haber salido de la cañería y dos puntos C y D marcados en el mismo. Sea P_{ATM} la presión atmosférica. Si comparamos las presiones en los puntos C y D con la atmosférica, concluimos que:

- a) $P_C > P_D > P_{ATM}$
- b) $P_D > P_C > P_{ATM}$
- c) $P_C = P_D = P_{ATM}$
- d) $P_{ATM} > P_C > P_D$
- e) $P_{ATM} > P_D > P_C$



Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que en cualquier condición la presión siempre disminuye al aumentar la velocidad, teniendo que ser la presión en chorro mayor a la atmosférica para poder “salir”.
- La opción (b) podría estar asociada al preconcepto de que la presión se debe al peso de la columna por encima del elemento del fluido, así como al hecho de que mayor velocidad implica mayor presión, teniendo además que ser la presión en el chorro mayor a la atmosférica para poder “salir”.
- La opción (d) refleja la idea de que la presión atmosférica “apreta” cada vez más el chorro de agua, extrapolando además la idea de que mayor velocidad implica menor presión a cualquier contexto.
- La opción (e) no refleja ningún modelo.



Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.11 se desprende que la pregunta discrimina adecuadamente en función del nivel de comprensión de los estudiantes. La pregunta tiene además un óptimo nivel de dificultad.

Mientras que el distractor (e) tal como era previsto no tiene asociado ningún modelo mental, los distractores (a) y (b) separan distintos niveles de entendimiento conceptual. En cuanto al (d) se registraron respuestas en estudiantes de nivel medio bajo y medio alto. La pregunta puede considerarse eficiente desde la perspectiva de las curvas IRC.

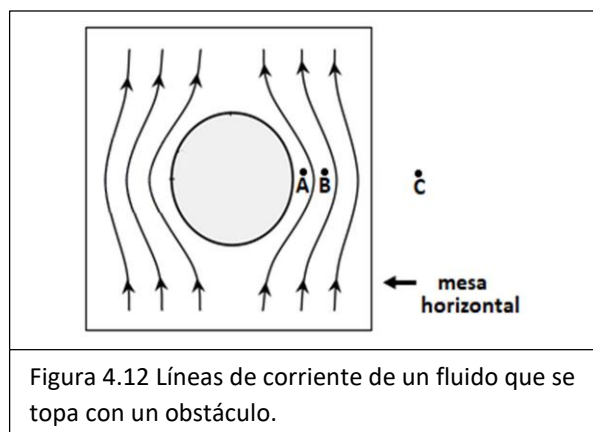
El no reconocimiento por parte de los estudiantes de que las presiones deben ser iguales, implica una falta de entendimiento del comportamiento dinámico del chorro de agua cayendo. Por otro lado, aquellos alumnos que hacen uso de la idea de mayor velocidad-menor presión, no poseen un conocimiento adecuado del marco de validez de la ecuación de Bernoulli.

4.5.5 Pregunta 5

Fuente: elaboración propia.

Al pasar un fluido a gran velocidad alrededor de un cilindro apoyado sobre una mesa horizontal, las líneas de corriente se deforman, adquiriendo la forma indicada en la figura adjunta.

Los puntos A, B y C se ubican a igual altura. El punto C está alejado de las líneas de corriente, encontrándose a la presión atmosférica P_{ATM} . En los puntos A y B las líneas de corriente realizan arcos de circunferencia con aproximadamente la misma velocidad.



Si comparamos las presiones P en los puntos A y B con la presión en C ($P_C = P_{ATM}$), concluimos que:

- a) $P_A = P_B = P_C$
- b) $P_A > P_B > P_C$
- c) $P_A = P_B > P_C$
- d) $P_C > P_B = P_A$
- e) $P_C > P_B > P_A$**

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que a igual altura, igual presión.
- La opción (b) no refleja ningún modelo.
- La opción (c) refleja la idea de que mayor velocidad implica mayor presión.
- La opción (d) refleja la idea de que mayor velocidad implica menor presión en cualquier contexto.

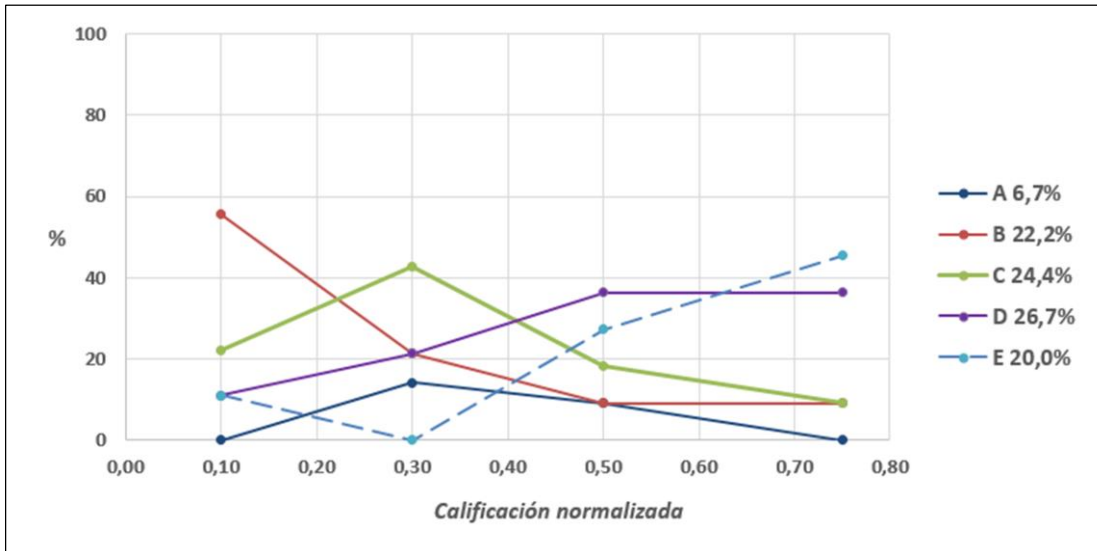


Figura 4.13 Curvas IRC de la pregunta 5.

Esta pregunta quizás sea una de las que genera mayor dificultad para interpretar los resultados obtenidos. Las curvas IRC de los distractores (b), (c) y (d) representadas en la figura 4.13 muestran un excelente comportamiento, caracterizando distintos niveles de entendimiento, sin embargo a priori la opción (b) no tenía ningún modelo erróneo asociado. Por otro lado, en función de los resultados obtenidos de las entrevistas, se esperaba que el distractor (a) fuera uno de los más atractivos y sin embargo fue el que los estudiantes eligieron menos. Una posible explicación de esto último es que la respuesta a esta pregunta dependa fuertemente del contexto, de forma tal que el formato de las opciones los lleve a creer que el modelo más ingenuo es incorrecto. Esta pregunta tiene además un índice de dificultad muy bajo (0,20), y no discrimina de la mejor manera, por lo que teniendo en cuenta el contexto descrito, debe clasificarse como ineficiente. Para reconfigurar esta pregunta, es necesario seguir profundizando respecto a los modelos de los estudiantes en esta situación. La misma situación, pero con las 5 opciones planteadas como una situación abierta donde los alumnos tengan que justificar sus respuestas, debería proveer nueva información para reformularla con un formato cuyas opciones sean frases surgidas de sus propias explicaciones escritas.

Independientemente de este análisis, la dificultad de la pregunta muestra una falta de conexión de los estudiantes entre la cinemática y dinámica de los fluidos.

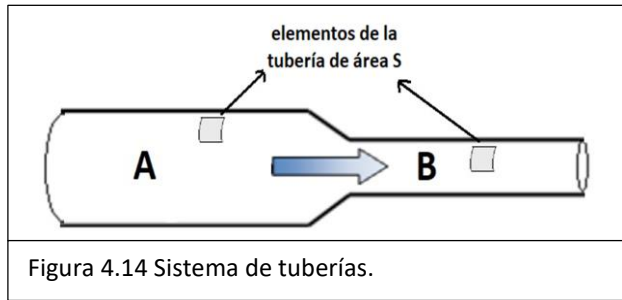
4.5.6 Pregunta 6

Fuente: elaboración propia.

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, fluye agua en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable. En el diagrama del problema se representan dos elementos de igual área S , pertenecientes a las superficies de los tramos A y B de la tubería. Indica la opción correcta respecto a la fuerza F que

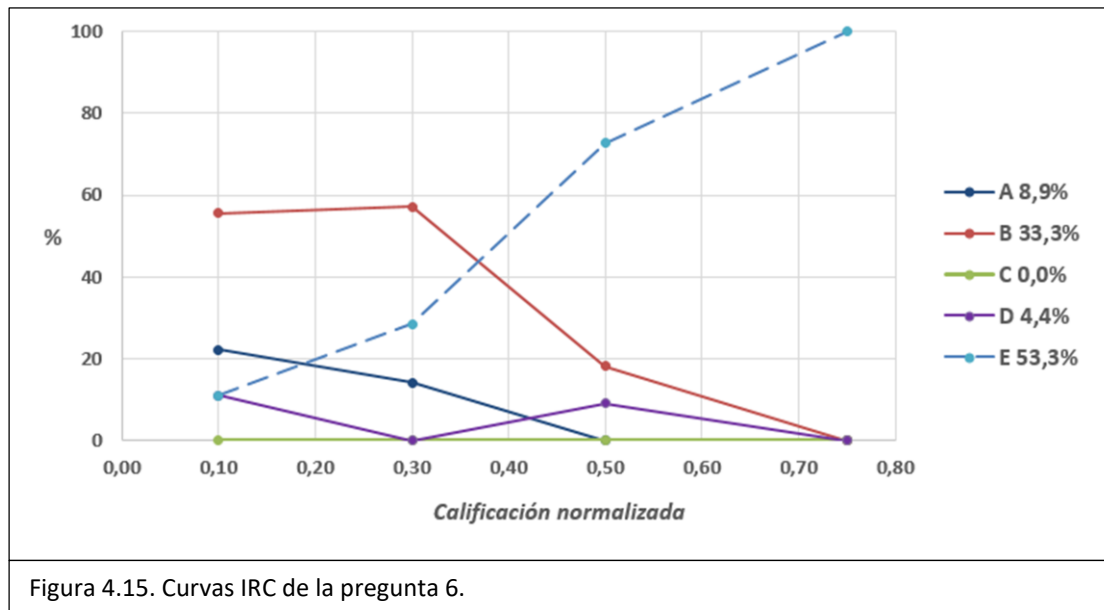
ejerce el fluido en movimiento sobre las dos regiones de área S de cada tramo de la tubería y la densidad ρ del agua en las distintas partes de la misma.

- a) $F_A < F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- b) $F_A < F_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- c) $F_A = F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- d) $F_A > F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- e) $F_A > F_B$ y $\rho_A = \rho_B$



Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que al ingresar el fluido a la tubería más angosta, aumenta su densidad, ejerciendo por ende, mayor fuerza sobre el tramo B de la tubería.
- La opción (b) refleja la idea de que cuanto más rápido se mueve el fluido, mayor es su presión y por ende ejerce una fuerza más grande.
- La opción (c) está asociada a la idea de que la presión no depende de los cambios de velocidad. Además el agua se comprime en el angostamiento.
- La opción (d) está asociada a la idea de que el agua se comprime en el angostamiento.



Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.15 se desprende que la pregunta discrimina adecuadamente en función del nivel de comprensión de los estudiantes. La pregunta tiene además un óptimo nivel de dificultad.

En cuanto a los distractores, tanto el (c) como el (d) no reflejan ningún modelo mental de los estudiantes. El distractor (b) es muy fuerte, concentrando una de cada tres respuestas, mientras que el (a) responde a modelos mentales menos frecuentes. Respecto a los niveles de entendimiento asociados a los distractores (a) y (b), el primero atrae más a estudiantes de nivel bajo. La pregunta puede considerarse eficiente.

Es interesante destacar que esta pregunta refuerza desde otra perspectiva, lo profunda que es la concepción errónea de los estudiantes que cuanto mayor es la velocidad del fluido, mayor es la presión.

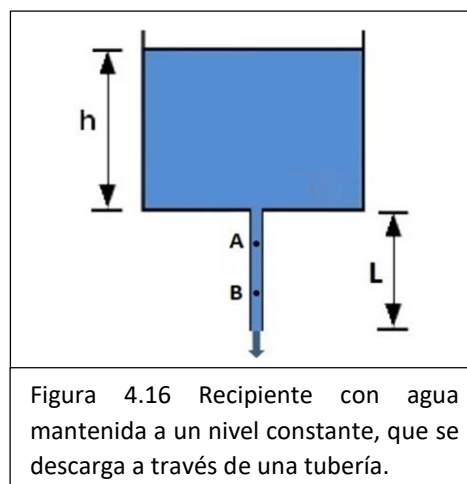
En cuanto a posibles mejoras a realizar en esta pregunta, una manera de optimizarla podría ser reescribiendo las opciones en un formato que refleje mejor el lenguaje utilizado por los estudiantes. En particular respecto al cambio de densidad, las opciones que describían mayores densidades podrían haberse redactado haciendo referencia a que “el agua se comprime”.

4.5.7 Pregunta 7

Fuente: elaboración propia.

Considera las posiciones A y B dentro de la tubería de desagote indicadas en la figura adjunta. Si comparamos la velocidad V y la densidad del agua ρ en A y B, concluimos que:

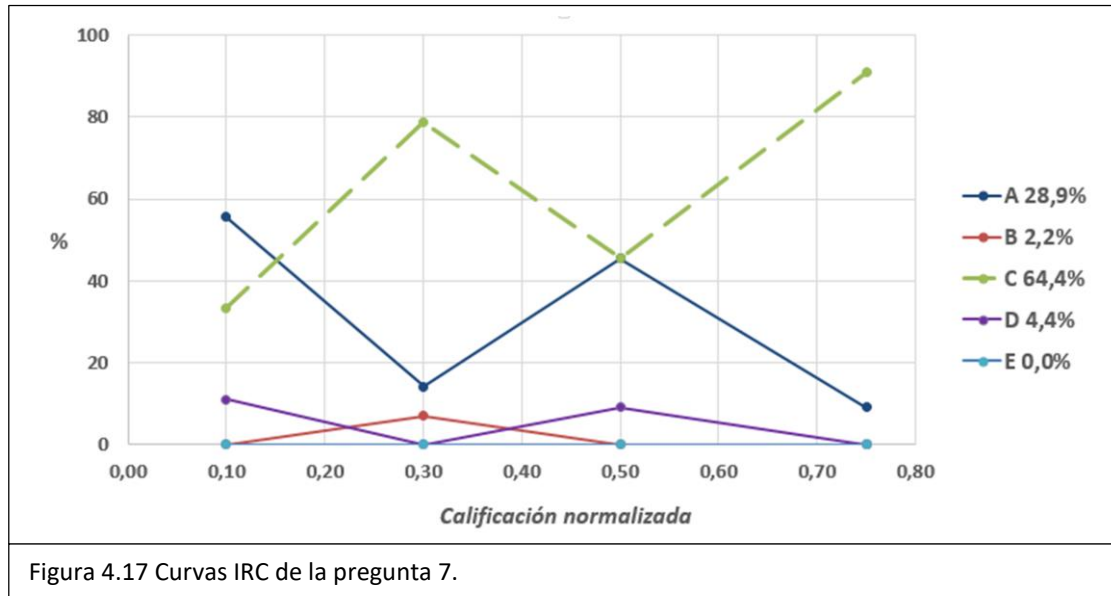
- a) $V_A < V_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- b) $V_A < V_B$ y $\rho_A > \rho_B$
- c) $V_A = V_B$ y $\rho_A = \rho_B$**
- d) $V_A > V_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- e) $V_A > V_B$ y $\rho_A < \rho_B$



Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que las distintas partes del fluido no interactúan entre sí o sobre un elemento del fluido actúan el peso y la fuerza ejercida por la columna del fluido que tiene encima.
- La opción (b) refleja las mismas ideas que la (a), pero además se supone que como el caudal es constante, el fluido disminuye su densidad a medida que desciende.
- La opción (d) está asociada a la idea de que la velocidad disminuye en el sentido del flujo.
- La opción (e) es similar a la (d), pero además se supone que como el caudal es constante, el fluido aumenta su densidad a medida que desciende.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.17 se desprende que la pregunta discrimina muy bien entre alumnos de nivel alto y medio alto, pero presenta dificultades con los estudiantes de niveles más bajos.



En cuanto a los distractores, el (a) es la única opción que refleja un modelo alternativo de los estudiantes. Dicho resultado es acorde con la dificultad de los estudiantes para comprender el comportamiento del fluido a través de tuberías verticales, no logrando aplicar correctamente la ecuación de continuidad, ni entendiendo como interactúan entre sí las distintas partes del fluido. Los otros distractores no responden a ningún modelo del grupo de alumnos que realizó la prueba. La pregunta es claramente dicotómica, por lo tanto debe evaluarse como ineficiente.

Esta pregunta plantea un aspecto bien interesante de los análisis basados en la teoría clásica de los test. Desde el punto de vista del índice de dificultad y de discriminación, a priori, la pregunta debería considerarse adecuada, sin embargo el análisis desde la visión de las curvas IRC muestra que los distractores deben sustituirse por otros o reformularse.

4.5.8 Pregunta 8

Fuente: elaboración propia.

Considera las posiciones C y D indicadas en la figura adjunta. El punto C se encuentra dentro del recipiente por encima de la boca de entrada de la tubería, mientras que el D se ubica dentro de la tubería vertical.

Sea ΔP_0 la diferencia de presiones que hay entre los puntos C y D en condiciones hidrostáticas cuando el extremo inferior de la tubería de desagote se encuentra tapado, es decir $\Delta P_0 = \rho g (y_D - y_C)$. Siendo ρ la densidad del agua en dichas condiciones. Si comparamos ΔP_0 con la diferencia de presiones $P_D - P_C$ cuando fluye el agua por la tubería, concluimos que:

- a) $P_D - P_C < \Delta P_0$, siendo P_C mayor que la presión atmosférica y P_D menor que la presión atmosférica.
- b) $P_D - P_C < \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .
- c) $P_D - P_C = \Delta P_0$, siendo P_C mayor que la presión atmosférica y P_D menor que la presión atmosférica.
- d) $P_D - P_C = \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .
- e) $P_D - P_C > \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .

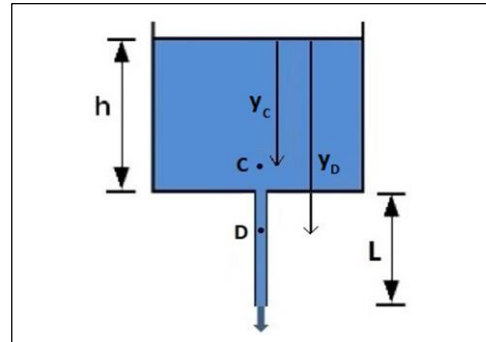


Figura 4.18 Recipiente con agua con dos puntos señalados: el por encima de la boca del recipiente y el D dentro de la tubería. La posición y de dichos puntos se mide respecto a la superficie libre del agua en el recipiente.

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (b) implica una falta de reconocimiento de las condiciones de frontera del sistema.
- La opción (c) implica suponer que el gradiente de presiones en dirección vertical siempre es el hidrostático.
- La opción (d) nuevamente implica suponer que el gradiente de presiones en dirección vertical siempre es el hidrostático, sumado a una falta de reconocimiento de las condiciones de frontera del sistema.
- La opción (e) está asociada a la idea de que el fluido acelera, por lo tanto al aumentar su velocidad, aumenta la presión, sumado a una falta de reconocimiento de las condiciones de frontera del sistema.

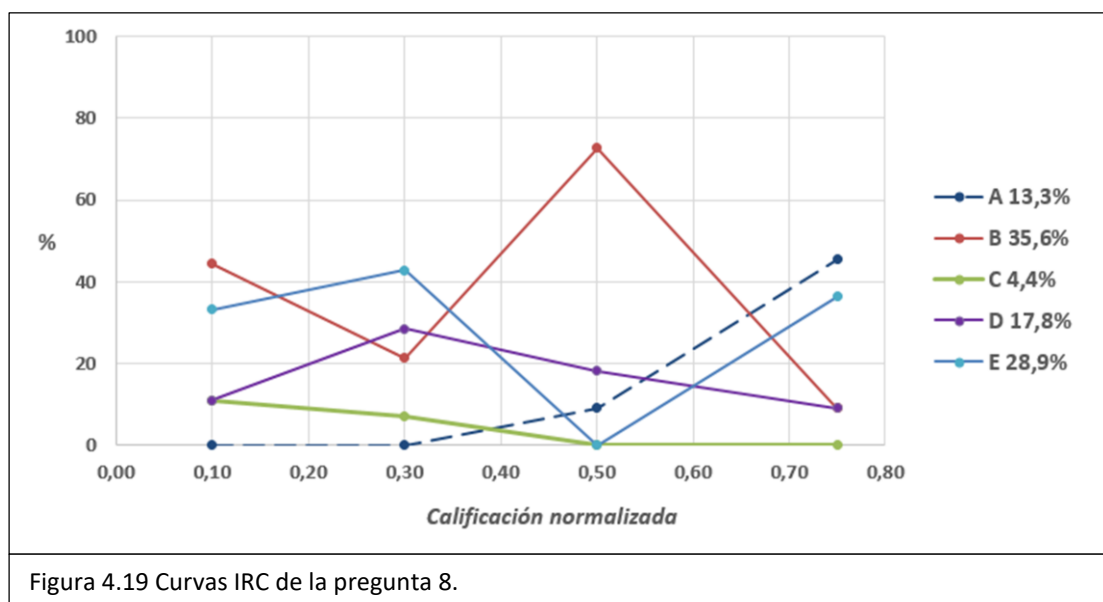


Figura 4.19 Curvas IRC de la pregunta 8.

Esta pregunta presenta un nivel de dificultad muy elevado, siendo contestada correctamente por apenas el 13% de los estudiantes. Pese a esto, es interesante notar que de las curvas IRC representadas la figura 4.19 se desprende que la pregunta discrimina muy bien a los alumnos

de nivel elevado, siendo contestada correctamente por estudiantes pertenecientes al nivel medio y particularmente al nivel medio alto.

En cuanto a los distractores, mientras el (c) parece no reflejar ningún modelo de los estudiantes, los otros tres funcionaron de manera adecuada, atrayendo importantes porcentajes de los estudiantes. Respecto a la capacidad para diferenciar distintos niveles de entendimiento, mientras los distractores (b) y (d) logran diferenciar a los estudiantes, el (e) tiene un comportamiento particularmente extraño, teniendo un mínimo con los alumnos de nivel medio.

A la luz de las curvas IRC esta pregunta es considerado ineficiente, pero un análisis más detallado de las mismas da la respuesta sobre cómo reformularla. La opción (b) que fue seleccionada por aproximadamente uno de cada tres estudiantes, difiere de la correcta en cuanto a la interpretación de las condiciones de frontera para las presiones. Vemos entonces que separando esta pregunta en dos, donde se evalúe por un lado qué ocurre con los gradientes de presión y por otro las condiciones de frontera, es razonable pensar que se puedan obtener resultados más adecuados para el índice de dificultad y la discriminación de la pregunta.

Las dificultades de los estudiantes para asociar correctamente los gradientes de presión con la aceleración del fluido, muestran desde otro enfoque la ausencia de una interpretación física de la conexión entre la cinemática y dinámica del fluido. El análisis de lo que ocurre con la presión en las fronteras del sistema también resultó complejo para los alumnos, estando arraigada la concepción errónea de que independientemente de cómo sean los gradientes de presión, la presión debe aumentar con la profundidad.

4.5.9 Pregunta 9

Fuente: elaboración propia.

Un tanque cerrado contiene agua y en la parte superior, aire a una presión P menor que la presión atmosférica P_{ATM} . El tanque tiene un orificio muy pequeño de área S por el que se escapa el agua a una velocidad V_0 , tal como se muestra en la figura adjunta. La presión exterior al tanque es la atmosférica P_{ATM} . Supón que se pudieran modificar la presión P dentro del tanque y el área del orificio de salida.

De las siguientes opciones:

1. Duplicar el área del orificio.
2. Aumentar la presión P dentro del tanque.
3. Reducir la presión P dentro del tanque.

¿Cuál o cuáles de dichas opciones lograrían que el agua tuviera la mayor velocidad de salida posible?

- a) Sólo la 1.
- b) Sólo la 2**
- c) Sólo la 3.
- d) 1 y 3.

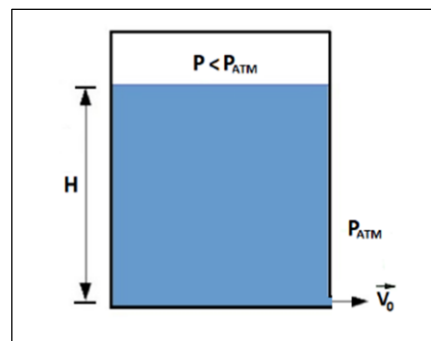


Figura 4.20 Tanque con agua cerrado en su parte superior y con un orificio en una parte inferior.

e) 1 y 2.

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que mayor área del orificio implica mayor velocidad. Se confunde caudal con velocidad. No se reconocen los trabajos realizados por el entorno.
- La opción (c) refleja la idea de que cuanto más pequeña es la presión interna, mayor es la diferencia de presiones y el agua sale más rápido.
- La opción (d) refleja la idea de que mayor área del orificio implica mayor velocidad, junto a una interpretación errónea del rol de las diferencia de presiones.
- La opción (e) también está asociada a la idea de que mayor área del orificio implica mayor velocidad.

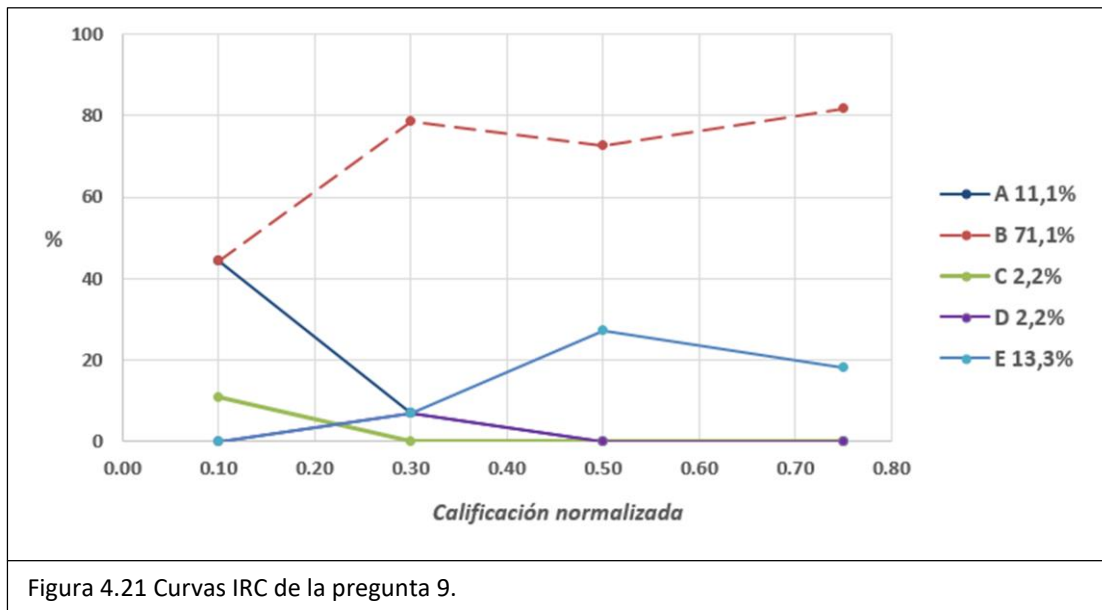


Figura 4.21 Curvas IRC de la pregunta 9.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.21 se desprende que la pregunta discrimina ligeramente entre los estudiantes con distinto nivel de entendimiento conceptual, siendo la curva de la respuesta correcta, prácticamente horizontal para los niveles medio bajo, medio y medio alto.

En cuanto a los distractores, mientras las opciones (c) y (d) no reflejan modelos mentales de los estudiantes, los distractores (a) y (e) funcionan de manera adecuada, reflejando cada uno distintos niveles de entendimiento conceptual. Desde la perspectiva de las curvas IRC puede clasificarse entonces la pregunta como moderadamente eficiente, ya que su poder discriminatorio no es del todo adecuado.

Respecto a las respuestas de los estudiantes se concluye que la confusión de caudal con velocidad es una concepción errónea importante, ya que esta idea previa aparecía en los distractores (a) y (e).

4.5.10 Pregunta 10

Fuente: adaptada de Barbosa, (2013).

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, fluye agua en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable.

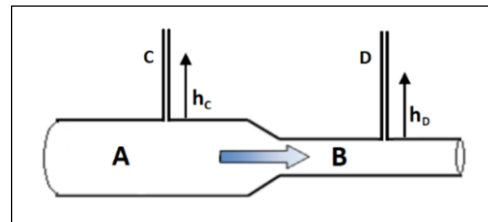


Figura 4.22 Sistema de tuberías con tubos verticales.

En los dos tramos de la tubería se han conectado tubos verticales C y D de igual diámetro y muy largos abiertos a la atmósfera. La presión en todos los puntos de la tubería es mayor a la atmosférica P_{ATM} . Indique la opción correcta respecto a las velocidades V_A y V_B en cada tramo de la tubería y los niveles de líquido h_C y h_D en los tubos C y D.

- a) $V_A < V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es menor que en D.
- b) $V_A < V_B$. Los niveles de líquido en los tubos C y D son iguales.
- c) $V_A < V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es mayor que en D.**
- d) $V_A > V_B$. Los niveles de líquido en los tubos C y D son iguales.
- e) $V_A > V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es mayor que en D.

Las opciones incorrectas fueron diseñadas con los siguientes criterios:

- La opción (a) refleja la idea de que mayor velocidad implica mayor presión.
- La opción (b) refleja la idea de que la presión no depende de los cambios de velocidad.
- La opción (d) está asociada a la idea de que la presión no depende de los cambios de velocidad, mientras la velocidad disminuye en el sentido del flujo.
- La opción (e) está asociada a la idea de que la presión y la velocidad disminuyen en el sentido del flujo.

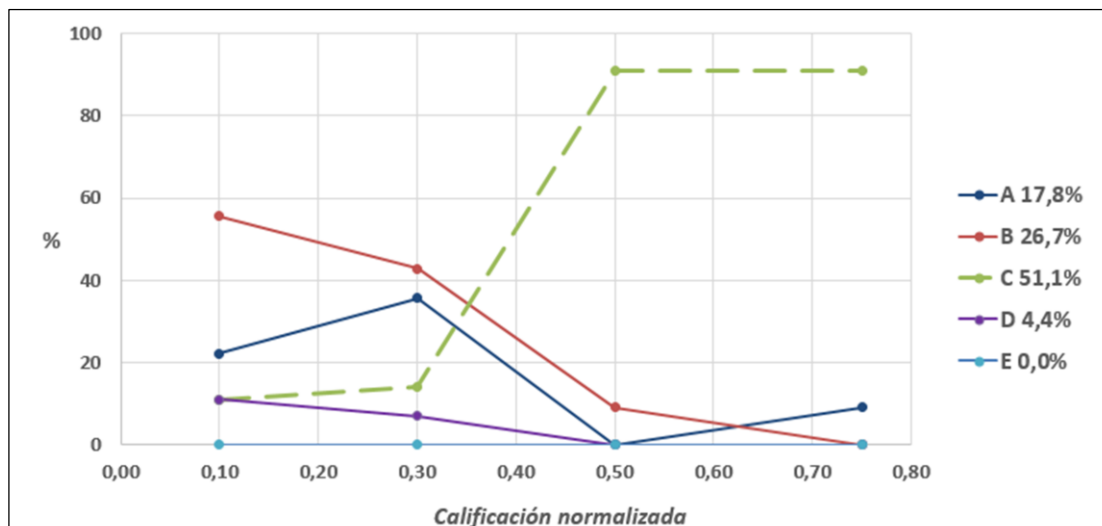


Figura 4.23 Curvas IRC de la pregunta 10.

Del análisis de las curvas IRC representadas en la figura 4.23 se desprende que la pregunta discrimina adecuadamente en función del nivel de comprensión de los estudiantes. La pregunta tiene además un óptimo nivel de dificultad.

En cuanto a los distractores, mientras el (d) y el (e) no reflejan ningún modelo mental, los distractores (a) y (b) son seleccionados por un porcentaje importante de estudiantes, representando cada uno diferentes concepciones erróneas. Sin embargo sus curvas IRC tienen formas muy similares, por lo que dichos distractores no diferencian adecuadamente entre distintos niveles de entendimiento. Teniendo esto en cuenta, la pregunta puede considerarse moderadamente eficiente.

Respecto a las respuestas dadas por los estudiantes, esta pregunta desde un enfoque ligeramente distinto a los otros con tuberías horizontales, vuelve a reforzar la presencia de dos concepciones erróneas importantes. Por un lado que la presión no depende de los cambios de velocidad y por otro que mayor velocidad implica más presión.

4.6 Visión global del test

El test desarrollado se analizó a través de dos vías: a partir de la realización de cuatro pruebas estadísticas y del análisis de la eficiencia de las preguntas, utilizando las curvas IRC. Los resultados presentados en las secciones 4.3 y 4.4, resumidos en la tabla 4.3, muestran que los valores obtenidos de las pruebas estadísticas son alentadores. Los índices de dificultad y discriminación se encuentran en promedio dentro del valor esperado, mientras que el valor de la delta de Ferguson es satisfactorio. El problema más importante surge entonces del índice de Kuder-Richardson, cuyo valor como se mencionó oportunamente, dio un 10% por debajo del valor considerado aceptable. En cuanto a los índices particulares de cada pregunta, las cuestiones 3, 5 y 8 son las que tienen índices de dificultad inferiores al valor mínimo aceptable, mientras que la pregunta 8 es la única que presenta un índice de discriminación menor al aceptable. Cabe señalar que la pregunta 5 presenta un índice apenas por encima del valor mínimo aceptable ($D=0,31$), por lo que teniendo en cuenta la cantidad de pruebas analizadas, debe ser revisada.

Las curvas IRC por otro lado, dieron una visión complementaria y profunda sobre el comportamiento de los distractores y la respuesta correcta, mostrando la forma en que permiten discriminar a los estudiantes en función de su nivel de entendimiento. Del análisis de dichas curvas, se concluyó que las preguntas 2, 5, 7 y 8 eran ineficientes, mientras que las restantes fueron evaluadas como eficientes y moderadamente eficientes. Esto permitió identificar y aislar de manera más precisa los elementos de las preguntas que deben ser reformulados, dando pistas claras del camino a seguir para mejorar el test en su conjunto. Por otro lado también lograron poner en evidencia la limitación de las pruebas estadísticas para evaluar los contenidos del test, encontrando por ejemplo como la pregunta 2 cuyo comportamiento era “adecuado” desde el punto de los índices de dificultad y discriminación, debía clasificarse como ineficiente, mientras la pregunta 3 cuyos índices resultaban un poco bajo, debía clasificarse como eficiente.

5. Conclusiones y perspectivas a futuro

Desde sus comienzos el objetivo central planteado por el equipo de trabajo era el diseño y validación de un inventario de conceptos que evaluara contenidos de estática y dinámica de fluidos en cursos básicos universitarios. La revisión de la literatura era contundente respecto a la ausencia de una prueba con estas características. Por otro lado, estaba claro que para el diseño del test era necesaria una extensa revisión de los artículos que abordaran las dificultades conceptuales más importantes en la temática. En cuanto a hidrostática no había dudas sobre la riqueza de las investigaciones, sin embargo en el área de hidrodinámica la situación era poco clara. La cantidad de trabajos era visiblemente más escasa, centrándose todas en aspectos similares. Resultaba evidente la necesidad de profundizar sobre las dificultades conceptuales en hidrodinámica de fluidos.

Tal como se describió en el capítulo 2, la investigación comenzó con la realización de un análisis de cientos de pruebas escritas. Los resultados obtenidos de dicho análisis fueron sorprendentes, encontrándose varios aspectos interesantes que no habían sido reportados previamente en la literatura. Esto motivó una modificación en la hoja de ruta, desarrollando entrevistas para validar y profundizar sobre los resultados obtenidos, centrando el eje de la tesis en las dificultades conceptuales de los estudiantes en hidrodinámica de fluidos. Las consecuencias del cambio de rumbo en la investigación fueron muy gratificantes, siendo los hallazgos encontrados muy relevantes en el área, quedando de manifiesto en la publicación de un artículo en la revista de más impacto en PER.

Las conclusiones más importantes de la investigación se pueden dividir en dos niveles: las referidas a las dificultades conceptuales en Dinámica de fluidos y las vinculadas al desarrollo del test. En cuanto a las dificultades conceptuales, el análisis de pruebas parciales y exámenes, así como de los resultados de entrevistas permitió evidenciar la presencia de concepciones erróneas no reportadas previamente.

Se determinó que muchos estudiantes tienen dificultades para reconocer la manera en que interactúa un elemento de volumen de un fluido en movimiento, con su entorno, considerando en algunos casos que un fluido confinado tiene un comportamiento similar al de un conjunto de partículas o elementos que no interactúan entre sí, mientras que en otros, un elemento de volumen en movimiento es afectado solamente por el fluido que lo precede.

Otro aspecto a resaltar es que muchos estudiantes aplican la ecuación de Bernoulli a diferentes porciones del fluido sin tomar en cuenta que algunas están en movimiento y otras en reposo. De esta forma no consideran que esta ecuación es consecuencia de una ley de conservación aplicada a un elemento de volumen que se mueve a lo largo de una línea de corriente o que pertenece al mismo tubo de corriente.

Muchos estudiantes también suponen condiciones hidrostáticas para determinar las presiones de un fluido (confinado y no confinado) en movimiento. La creencia de que las presiones en un fluido se describen de la misma manera en condiciones hidrostáticas que cuando el fluido está

en movimiento podría depender mucho del contexto. Se ha encontrado que es una idea previa fuertemente arraigada entre los estudiantes que respondieron a las preguntas donde el fluido se mueve por una tubería vertical. Esta idea previa no se observó tan frecuentemente entre los estudiantes que resolvieron problemas donde el fluido se mueve por el interior de tuberías horizontales que cambian de sección. Sin embargo, en este caso, los estudiantes podrían haber aplicado correctamente la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli, sin advertir que el gradiente de presiones es el que provoca los cambios de velocidad.

Parece haber entonces puntos en común en las dificultades conceptuales observadas. Los alumnos tienen dificultades para comprender cómo interactúan las distintas partes de un fluido en movimiento, no conectando además la cinemática con la dinámica de los mismos. En particular no logran vincular los gradientes de presión, con las fuerzas que actúan sobre un elemento de un fluido y sus cambios de velocidad. Quizás el caso más evidente de la falta de conexión señalada, sea la comparación de las presiones entre dos puntos que se encuentran a igual altura dentro de un flujo cuyas líneas de corriente están curvadas, no pudiendo los estudiantes reconocer que los elementos del fluido están acelerando y por ende existe un gradiente de presiones.

La manera en que son presentados los contenidos de hidrodinámica en los libros de texto, podría ser una de las causas de algunas de las dificultades conceptuales encontradas. En los textos de Física General analizados ([Resnick, Halliday, y Krane, 2002](#); [Sears, Zemansky, Young y Freedman 2013](#); [Serway y Jewett 2008](#); [Tipler y Mosca 2005](#)), la forma en la que se estudia la hidrodinámica de fluidos ideales, queda prácticamente limitada a aplicaciones asociadas a la ecuación de continuidad en conjunto con la ecuación de Bernoulli. De esta manera, dichos contenidos son tratados a través de consecuencias derivadas del teorema del trabajo y la energía y la conservación de la masa. Por lo tanto, quedan fuera, o son realizados someramente, análisis dinámicos sobre las fuerzas que operan sobre un elemento de un fluido en movimiento y por ende las causas por las que dicho elemento se mueve con velocidad constante o variante, redundando en una comprensión parcial de los fenómenos.

Las limitantes de la investigación realizada sobre dificultades conceptuales en dinámica de fluidos ideales, se encuentran en el número de entrevistas realizadas; sin embargo, estas entrevistas, que ofrecen un panorama muy profundo de los conceptos de los estudiantes, están sostenidas por el análisis de cientos de exámenes y pruebas que revelaron los errores expuestos y que fueron confirmados y profundizados en las entrevistas.

Los resultados de esta investigación apuntan a profundizar sobre el entendimiento conceptual del estudiante y en la forma en que conecta la mecánica newtoniana con otras ramas de la Física, sugiriendo que un escaso entendimiento conceptual de la dinámica es la causa fundamental de muchas de las dificultades conceptuales encontradas.

Los hallazgos encontrados, dieron rápidamente sus frutos, siendo utilizados como base para el desarrollo de una primera versión de un inventario de conceptos sobre dinámica de fluidos ideales. Considerando que la prueba fue instrumentada una sola vez, los resultados obtenidos

de los análisis estadísticos son alentadores, teniendo la prueba desde el punto de vista de la teoría clásica de los test un comportamiento aceptable.

En un segundo nivel de análisis, se realizaron las curvas IRC de cada pregunta, permitiendo generar un criterio para definir la eficiencia de las mismas e identificar sus falencias. Esto permitió con un enfoque diferente verificar varias de las conclusiones sacadas sobre dificultades conceptuales en dinámica de fluidos ideales. De la evaluación realizada sobre el test en su conjunto, queda clara la necesidad de continuar trabajando sobre el mismo. El proceso de reformulación del test, tal como se mencionó en el capítulo 4, puede ser largo, pudiendo ser necesario incluso administrar la prueba en reiteradas oportunidades. Los insumos obtenidos de las curvas IRC abren la puerta a futuras investigaciones, pudiendo desarrollar problemas de resolución abierta que permitan seguir profundizando aún más sobre las dificultades conceptuales de los estudiantes, así como generar nuevas versiones del test. De lograr en un futuro próximo validar el test, se obtendría tener una potente herramienta para evaluar los aprendizajes de los estudiantes así como las estrategias de enseñanza.

Por último, existe un pleno convencimiento de que los resultados del test y en particular los hallazgos encontrados, referidos a las dificultades conceptuales de los estudiantes, son un insumo fundamental para repensar cómo se presentan los contenidos de hidrodinámica de fluidos ideales en los cursos de Física general. Se espera que estos resultados se puedan capitalizar, concientizando a los docentes sobre la importancia de investigar en el Uruguay sobre Educación en Física y mejorar las prácticas educativas.

Bibliografía

- Anastasi, A. y Urbina, S. (1998). *Test psicológicos*. Pearson Educación.
- Anderson, K. A., Crespi, M. y Sayre, E. C. (2017). Linking behavior in the physics education research coauthorship network. *Physical Review Physics Education Research*, 13(1), 010121.
- Aubrecht, G. J. y Aubrecht, J. D. (1983). Constructing objective test. *American Journal of Physics*, 51(7), 613-620.
- Auyuanet, A., Modzelewski, H., Loureiro, S., Alessandrini, D. y Míguez, M. (2017). FísicActiva: applying active learning strategies to a large engineering lecture. *European Journal of Engineering Education*, 1-10.
- Babinsky, H. (2003). How do wings work? *Physics Education*, 38(6), 497
- Baghdanov, A. W. (2013). *Student Understanding of Pressurized Pipeline Concepts and the Application to Conceptual Change Theory* (Doctoral dissertation, WASHINGTON STATE UNIVERSITY).
- Bao, L. y Redish, E. F. (2001). Concentration analysis: A quantitative assessment of student states. *American Journal of Physics*, 69(1), 45-53.
- Barbosa, L. H. (2013). Construcción, validación y calibración de un instrumento de medida del aprendizaje: Test de Ley de Bernoulli. *Revista Educación en Ingeniería*, 8(15), 24-37.
- Bauman, R. P. y Schwaneberg, R. (1994). Interpretation of Bernoulli's equation. *The Physics Teacher*, 32(8), 478-488.
- Bedford, D. y Lindsay, R. (1977). A misinterpretation of Bernoulli's theorem. *Physics Education*, 12(5), 311.
- Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62(8), 750-762.
- Beichner, R. J. (2009). An introduction to physics education research. *Getting started in per*, 2(1), 1-25.
- Bello Garces, S. (Ed.). (2007). *Cambios Conceptuales ¿Una o varias teorías? Reseñas Sobre El Semin*. UNAM.
- Besson, U. (2004). Students' conceptions of fluids. *International Journal of Science Education*, 26(14), 1683-1714.

- Breslow, L. (1999). New research points to the importance of using active learning in the classroom. *TLL Library*, 13 (1).
- Brusca, S. (1986). Buttrressing bernoulli. *Physics Education*, 21(1), 14-18.
- Buteler, L. y Coleoni, E. (2014) El aprendizaje de empuje y sus variaciones contextuales: un análisis de caso desde la teoría de clases de coordinación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 13 (2), 137-155.
- Chi, M. T. y Slotta, J. D. (1993). The ontological coherence of intuitive physics. *Cognition and instruction*, 10(2-3), 249-260.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston, 6277 Sea Harbor Drive, Orlando, FL 32887.
- Ding, L., Chabay, R., Sherwood, B. y Beichner, R. (2006). Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment. *Physical review special Topics-Physics education research*, 2(1), 010105.
- DiSessa, A. A. (1993). Toward an epistemology of physics. *Cognition and instruction*, 10(2-3), 105-225.
- Docktor, J. L. y Mestre, J. P. (2014). Synthesis of discipline-based education research in physics. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 10(2), 020119.
- Domínguez, F., Fernández, A., Gómez, P., Arjona, J., Carrillo, A., Cejudo, J. y Fernández, F. (2015) Identifying student misconceptions in basic courses of engineering fluid mechanics. ICERI, Proceedings, 3856-3865.
- Doran, R. L. (1980). *Basic Measurement and Evaluation of Science Instruction*. National Science Teachers Association.
- Eastwell, P. (2007). Bernoulli? Perhaps, but What about Viscosity? *Science Education Review*, 6(1), 1-13.
- Engelhardt, P. V. (2009). An introduction to classical test theory as applied to conceptual multiple-choice test. *Getting Started in PER*, 2.
- Frins, E., Auyuanet, A., Cabeza, C., Stari, C., Kahan, S., y Renom, M. (2015, December). The presence of women in physics in Uruguay. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1697, No. 1, p. 060046). AIP Publishing.
- González, C. (1976). Para que ensinar física em países subdesenvolvidos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 42-72

Goszewski M., Moyer A., Bazan Z. y Wagner D. J. (2013) Exploring Student Difficulties with Pressure in a Fluid. *AIP Conference Proceedings* 1513, 154-157.

Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64-74.

Hestenes, D., Wells, M. y Swackhamer, G. (1992). Force concept inventory. *The physics teacher*, 30(3), 141-158.

Kahan, S., Auyuanet, A., Davoine, F. y Stari, C. (2014). Física 1++: Aulas de aprendizaje cooperativo para estudiantes que recursan. *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol*, 8(2), 335.

Kamela M. (2007) Thinking about Bernoulli. *The Physics Teacher* 45 (6), 379-381.

Kearney, C. (2011). Efforts to increase students' interest in pursuing science, technology, engineering and mathematics studies and careers. *National measures taken by*, 21.

Kline, P. (2015). *A handbook of test construction (psychology revivals): introduction to psychometric design*. Routledge.

Loverude, M. E., Heron, P. R. L. y Kautz, C. H. (2009). Identifying and addressing student difficulties with hydrostatic pressure. *American Journal of Physics*, 78(1), 75-85

Loverude, M. E., Kautz, C. H. y Heron, P. R. (2003). Helping students develop an understanding of Archimedes' principle. I. Research on student understanding. *American Journal of Physics*, 71(11), 1178-1187.

Martin D. (1983) Misunderstanding Bernoulli. *The Physics Teacher* 21 (1), 37

Martin, J., Mitchell, J. y Newell, T. (2003, November). Development of a concept inventory for fluid mechanics. In *Frontiers in Education, 2003. FIE 2003 33rd Annual* (Vol. 1, pp. T3D-T3D).

Mazur, E. (1999). Peer instruction: A user's manual.

McDermott, L. C. (1984). Research on conceptual understanding in mechanics. *Physics Today*, 37, 24-32.

McDermott, L. C. (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned-Closing the gap. *American journal of physics*, 59(4), 301-315.

McDermott, L. C. y Redish, E. F. (1999). Resource letter: PER-1: Physics education research. *American journal of physics*, 67(9), 755-767.

- McKagan, S. B., Perkins, K. K. y Wieman, C. E. (2010). Design and validation of the quantum mechanics conceptual survey. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 6(2), 020121.
- Moreira, M. A. y Greca, I. M. (2003). Cambio conceptual: análisis crítico y propuestas a la luz de la teoría del aprendizaje significativo. *Ciência & Educação. Bauru. Vol. 9, n. 2 (2003) p. 301-315.*
- Morris, G. A., Branum-Martin, L., Harshman, N., Baker, S. D., Mazur, E., Dutta et al., (2006). Testing the test: Item response curves and test quality. *American Journal of Physics*, 74(5), 449-453.
- Niño, L. V. M., Sánchez, R., Cañada, F. y Martínez, G. (2016). Learning difficulties on archimedes' principle in the floating context.
- Olds, B. M., Streveler, R. A., Miller, R. L. y Nelson, M. A. (2004). Preliminary results from the development of a concept inventory in thermal and transport science. *Age*, 9, 1.
- Otero, V. K. y Harlowe, D. B. (2009). Getting started in qualitative physics education research.
- Pollock, S. J., Finkelstein, N. D. y Kost, L. E. (2007). Reducing the gender gap in the physics classroom: How sufficient is interactive engagement? *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 3(1), 010107.
- Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W. y Gertzog, W. A. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science education*, 66(2), 211-227.
- Recktenwald G., Edwards R., Howe D. y Faulkner J. (2009) A simple experiment to expose misconceptions about the Bernoulli equation. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition IMECE2009-10964*, 1-10.
- Redish, E. F. (2003). *Teaching Physics with the Physics Suite CD*. Wiley.
- Resnick, R., Halliday D. y Krane, K. (2002) *Física (5ta edición)*. México DF: Patria.
- Richardson, J. (2005). Concept inventories: Tools for uncovering STEM students' misconceptions. *Invention and impact: Building excellence in undergraduate science, technology, engineering and mathematics (STEM) education*, 19-25.
- Rosenblatt, R. (2012). *Identifying and addressing student difficulties and misconceptions: examples from physics and from materials science and engineering*. The Ohio State University.
- Sears, W., Zemansky, M., Young, H. y Freedman, R. (2013) *Física Universitaria (13ra edición)*. México DF: Pearson.

Serway, R. y Jewett, J. (2008) *Física para ciencias e ingeniería (7ma edición)*. México DF: Cengage Learning.

Singh, C. (2014). What can we learn from PER: Physics Education Research? *The Physics Teacher*, 52(9), 568-569

Singh, C. y Rosengrant, D. (2003). Multiple-choice test of energy and momentum concepts. *American Journal of Physics*, 71(6), 607-617.

Smith, N. F. (1972). Bernoulli and Newton in fluid mechanics. *The Physics Teacher*, 10(8), 451-455.

Sokoloff, D. (2006). Active Learning in Optics and Photonics. *UNESCO. Paris, France*.

Suárez, A., Kahan, S., Zavala, G. y Martí, A. C. (2017). Students' conceptual difficulties in hydrodynamics. *Physical Review Physics Education Research*, 13(2), 020132.

Tipler, P. y Mosca, G. (2005) *Física para la ciencia y la tecnología (6ta edición)*. Barcelona: Reverté.

Trowbridge, D. E. y McDermott, L. C. (1980). Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension. *American journal of Physics*, 48(12), 1020-1028.

Vega-Calderón, F., Gallegos-Cázares, L. y Flores-Camacho, F. (2017). Dificultades conceptuales para la comprensión de la ecuación de Bernoulli. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*. 14 (2), 339–352.

Watson, M. K., Mills, A. R., Bower, K. C., Brannan, K., Woo, M. H. y Welch, R. W. (2015). Refinement of a concept inventory to assess conceptual understanding in civil engineering fluid mechanics. *122nd ASEE, Conference Proceedings*.

Weltner, K. y Ingelman-Sundberg, M. (2011). "Misinterpretations of Bernoulli's law"; <http://user.unifrankfurt.de/~weltner>.

Wieman, C. (2007). Why not try a scientific approach to science education? *Change: The Magazine of Higher Learning*, 39(5), 9-15.

Zavala, G. (2010). Una técnica de análisis para la educación de las ciencias. *Investigación e Innovación Educativa en el Estado de Nuevo León*, 105-120.

Apéndice 1 - Problemas planteados en las entrevistas

1. Un recipiente se llena con agua hasta una altura h . En la boca de salida del mismo tiene una tubería de desagote de largo L (de igual diámetro que la boca de salida). Supón que por un dispositivo no indicado en la figura A1, se mantiene constante el nivel de agua del recipiente a una altura h . Supón que la viscosidad del agua es despreciable.

a) Sea v la velocidad de un elemento del fluido al ingresar a la boca de entrada de la tubería de desagüe de largo L , ¿qué ocurre con la velocidad del elemento del fluido al descender por la tubería?

b) Considera a continuación las posiciones 1, 2 y 3 marcadas en la figura A2.

(i) La diferencia de presiones ΔP entre los puntos 1 y 2, ¿es mayor, menor o igual a $\rho g(z_2 - z_1)$?

(ii) La diferencia de presiones ΔP entre los puntos 2 y 3, ¿es mayor, menor o igual a $\rho g(z_3 - z_2)$?

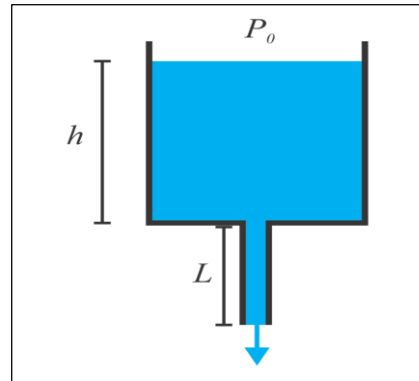


Figura A1 Recipiente con agua mantenida a un nivel constante h , que se descarga a través de una tubería de longitud L .

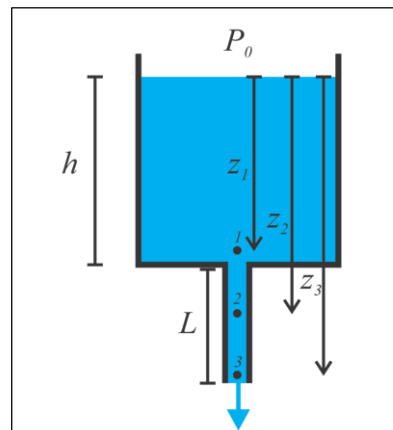


Figura A2 El punto 1 está por encima de la boca del recipiente, mientras que los puntos 2 y 3 se encuentran dentro de la tubería. La posición z de dichos puntos se mide respecto a la superficie libre del agua en el recipiente.

c) Suponga que ahora se coloca junto al recipiente con la tubería, uno idéntico, con igual cantidad de agua e igual sección de salida. La única diferencia entre los recipientes, radica en que el nuevo NO posee una tubería de desagote, tal como se muestra en la figura A3. Si elimina el sistema que mantenía constante el nivel de agua en los recipientes, ¿cuál se descarga primero? ¿O se descargan a la vez?

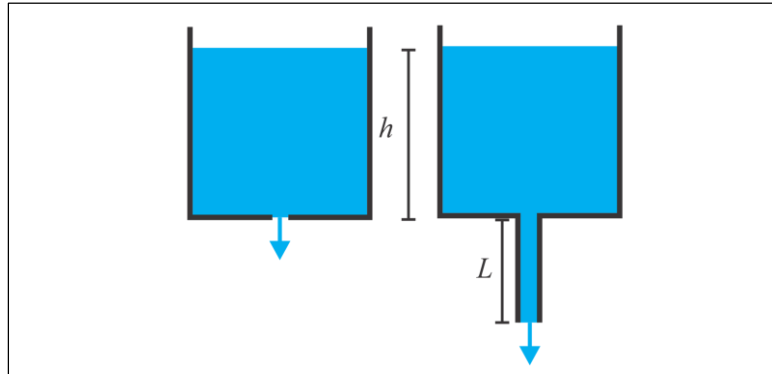


Figura A3 Dos recipientes con agua de iguales dimensiones, donde uno de ellos posee un tubería de desagote de longitud L .

2. A la salida de un tanque con agua a un nivel constante h (mantenida por un sistema no indicado en la figura), se conecta una tubería. El agua al salir por el tanque, recorre el tramo vertical de la tubería de largo L . A medida que se aleja el chorro de agua que sale por la tubería se hace más estrecho según va cayendo (en la figura A4 se hace una representación de la situación descrita). Supón que la viscosidad del agua es despreciable.

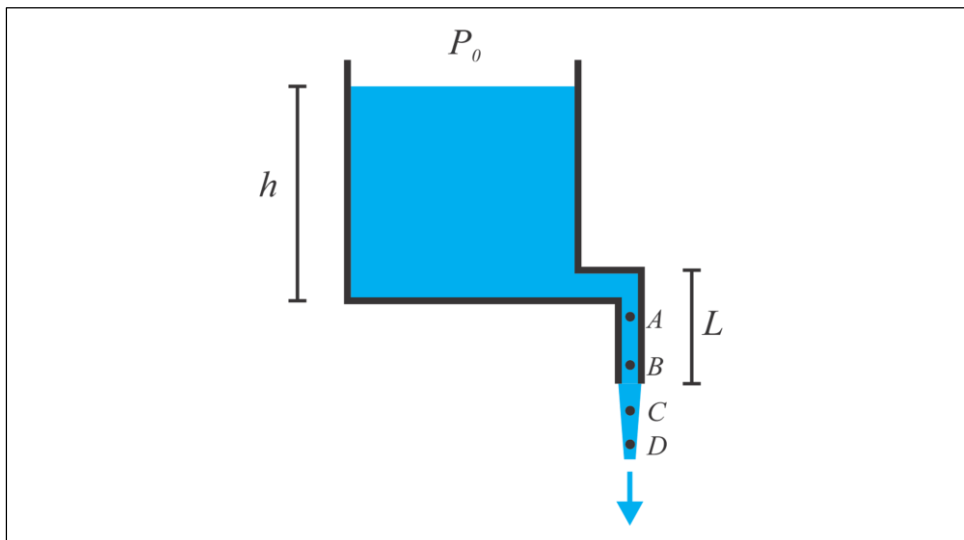


Figura A4 Tanque con agua mantenida a un nivel constante h . En su extremo inferior derecho tiene una tubería de desagote que termina con un tramo vertical de longitud L . Se representa la forma del chorro de agua después de haber salido de la tubería.

- a) Considera las posiciones A y B (dentro de la tubería vertical) y C y D, fuera de la misma.
 - i) ¿Cómo son entre sí las velocidades del fluido en dichos puntos?
 - ii) ¿Cómo son entre sí las presiones en los cuatro puntos?
- b) ¿A qué se debe la disminución del diámetro del chorro de agua a medida que desciende?

- c) i) Considera un elemento de fluido por dentro de la tubería vertical de altura dy . ¿Qué fuerzas actúan sobre dicho elemento? ¿Cómo se relacionan entre sí?
- ii) Considera un elemento de fluido de altura dy que se encuentre fuera de la tubería vertical. ¿Qué fuerzas actúan sobre dicho elemento? ¿Cómo se relacionan entre sí?

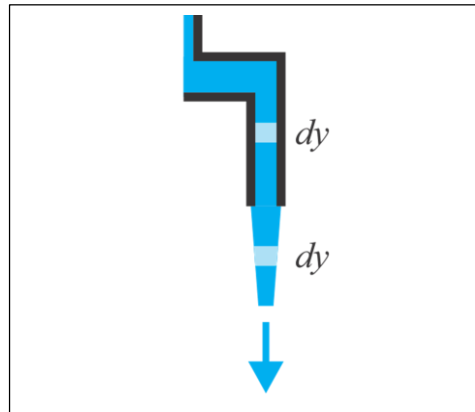


Figura A5 Se muestran dos elementos de volumen del fluido de longitud dy . Uno dentro del tramo vertical de la tubería y otro por fuera de la misma.

3. Un fluido que se mueve a gran velocidad en dirección vertical, se topa con un obstáculo, deformando sus líneas de corriente, las cuales se curvan fuertemente, tal como indica la figura A6. (En el diagrama no se representa el obstáculo ya que no es de interés). En la zona donde se encuentran las posiciones A y B marcadas, las líneas de corriente realizan arcos de circunferencia con aproximadamente la misma velocidad. Suponiendo que las posiciones A y B se encuentran a igual altura respecto al nivel del mar, compare las presiones entre dichos puntos.

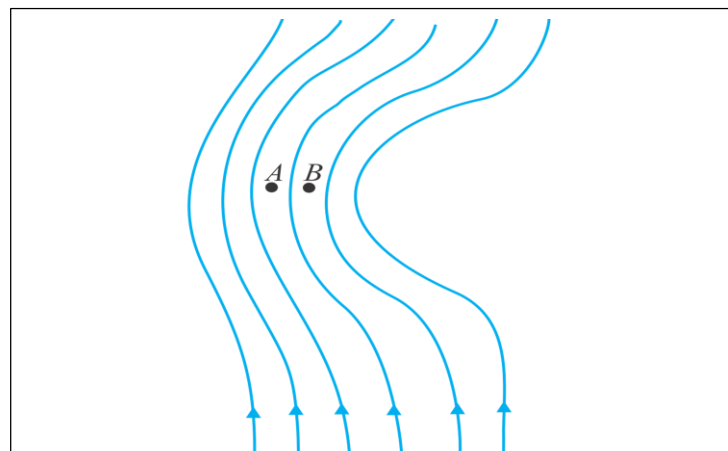
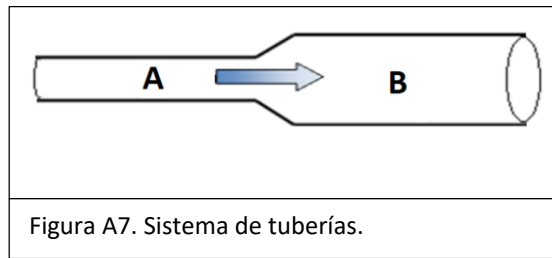


Figura A6 Líneas de corriente de un fluido que se mueve a gran velocidad en dirección vertical, las cuales se han deformado por la presencia de un obstáculo no representado.

Apéndice 2 – Test sobre dinámica de fluidos ideales

Pregunta 1. Adaptada de Martin et al. (2003).

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, el agua fluye en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable. Indica la opción correcta respecto



a las velocidades V_A y V_B y las presiones P_A y P_B en cada tramo de la tubería.

- a) $V_A < V_B$ y $P_A < P_B$
- b) $V_A < V_B$ y $P_A > P_B$
- c) $V_A > V_B$ y $P_A = P_B$
- d) $V_A > V_B$ y $P_A < P_B$
- e) $V_A > V_B$ y $P_A > P_B$

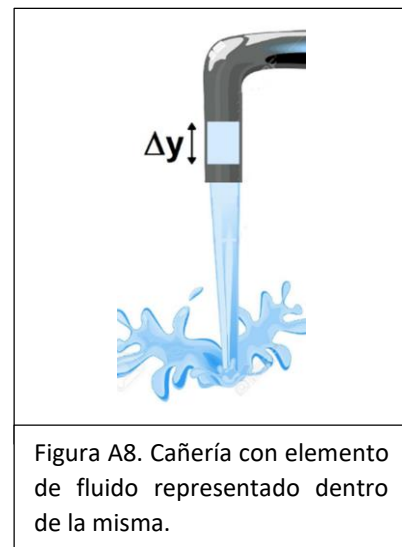
Pregunta 2. Elaboración propia.

Considera un elemento de fluido por dentro de la cañería vertical de altura Δy , tal como indica la figura. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento Δy .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
4. La fuerza peso.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- a) Sólo la 1.
- b) Sólo la 4.
- c) 1 y 4.
- d) 1, 2 y 4.
- e) 1, 3 y 4.



Pregunta 3. Elaboración propia.

Considera un elemento de fluido por fuera de la cañería vertical de altura Δy , tal como indica la figura. De las siguientes fuerzas en la dirección vertical:

1. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por encima del elemento Δy .
2. Una fuerza vertical hacia abajo ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
3. Una fuerza vertical hacia arriba ejercida por el líquido que se encuentra por debajo del elemento Δy .
4. La fuerza peso.

¿Cuál o cuáles de dichas fuerzas actúan sobre el elemento del fluido?

- a) Sólo la 1.
- b) Sólo la 4.**
- c) 1 y 4.
- d) 1, 2 y 4.
- e) 1, 3 y 4.

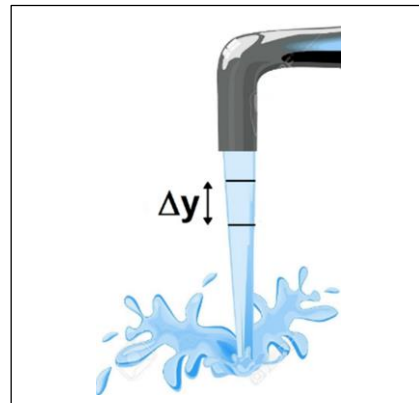


Figura A9. Cañería con elemento de fluido representado por fuera de la misma.

Pregunta 4. Elaboración propia.

Considera el chorro de agua después de haber salido de la cañería y dos puntos C y D marcados en el mismo. Sea P_{ATM} la presión atmosférica. Si comparamos las presiones en los puntos C y D con la atmosférica, concluimos que:

- a) $P_C > P_D > P_{ATM}$
- b) $P_D > P_C > P_{ATM}$
- c) $P_C = P_D = P_{ATM}$**
- d) $P_{ATM} > P_C > P_D$
- e) $P_{ATM} > P_D > P_C$

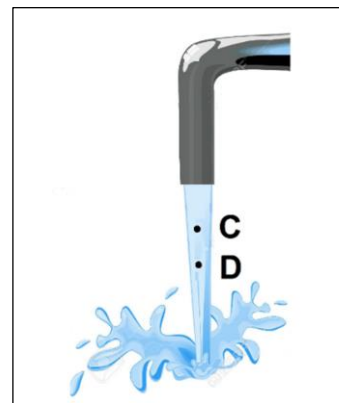


Figura A10. Chorro de agua saliendo de una cañería.

Pregunta 5. Elaboración propia.

Al pasar un fluido a gran velocidad alrededor de un cilindro apoyado sobre una mesa horizontal, las líneas de corriente se deforman, adquiriendo la forma indicada en la figura.

Los puntos A, B y C se ubican a igual altura. El punto C está alejado de las líneas de corriente, encontrándose a la presión atmosférica P_{ATM} . En los puntos A y B las líneas de corriente realizan arcos de circunferencia con aproximadamente la misma velocidad.

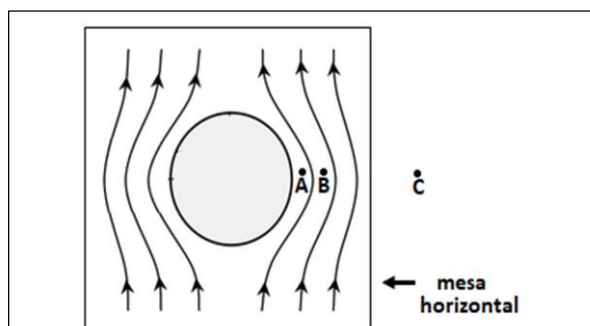


Figura A.11 Líneas de corriente de un fluido que se topa con un obstáculo.

Si comparamos las presiones P en los puntos A y B con la presión en C ($P_C = P_{ATM}$), concluimos que:

- a) $P_A = P_B = P_C$
- b) $P_A > P_B > P_C$
- c) $P_A = P_B > P_C$
- d) $P_C > P_B = P_A$
- e) $P_C > P_B > P_A$

Pregunta 6. Elaboración propia.

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, fluye agua en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable.

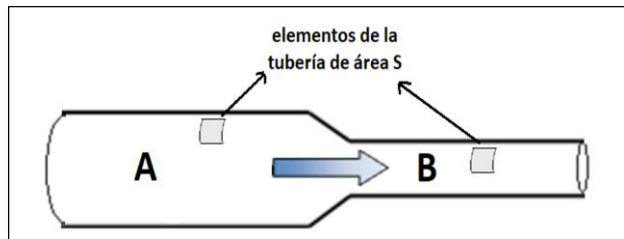


Figura A12. Sistema de tuberías.

En el diagrama del problema se representan dos elementos de igual área S , pertenecientes a las superficies de los tramos A y B de la tubería. Indica la opción correcta respecto a la fuerza F que ejerce el fluido en movimiento sobre las dos regiones de área S de cada tramo de la tubería y la densidad ρ del agua en las distintas partes de la misma.

- a) $F_A < F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- b) $F_A < F_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- c) $F_A = F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- d) $F_A > F_B$ y $\rho_A < \rho_B$
- e) $F_A > F_B$ y $\rho_A = \rho_B$

Pregunta 7. Elaboración propia.

Considera las posiciones A y B dentro de la tubería de desagote indicadas en la figura. Si comparamos la velocidad V y la densidad del agua ρ en A y B, concluimos que:

- a) $V_A < V_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- b) $V_A < V_B$ y $\rho_A > \rho_B$
- c) $V_A = V_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- d) $V_A > V_B$ y $\rho_A = \rho_B$
- e) $V_A > V_B$ y $\rho_A < \rho_B$

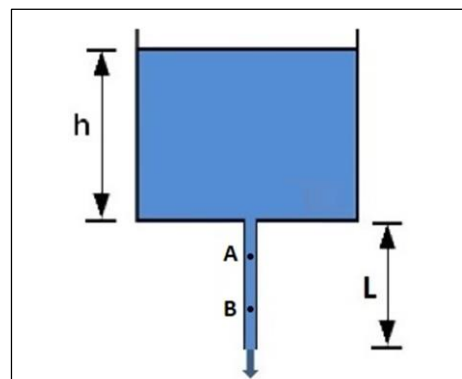


Figura A13. Recipiente con agua mantenida a un nivel constante, que se descarga a través de una tubería.

Pregunta 8. Elaboración propia.

Considera las posiciones C y D indicadas en la figura del problema. El punto C se encuentra dentro del recipiente por encima de la boca de entrada de la tubería, mientras que el D se ubica dentro de la tubería vertical.

Sea ΔP_0 la diferencia de presiones que hay entre los puntos C y D en condiciones hidrostáticas cuando el extremo inferior de la tubería de desagote se encuentra tapado, es decir $\Delta P_0 = \rho g (y_D - y_C)$. Siendo ρ la densidad del agua en dichas condiciones. Si comparamos ΔP_0 con la diferencia de presiones $P_D - P_C$ cuando fluye el agua por la tubería, concluimos que:

- $P_D - P_C < \Delta P_0$, siendo P_C mayor que la presión atmosférica y P_D menor que la presión atmosférica.
- $P_D - P_C < \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .
- $P_D - P_C = \Delta P_0$, siendo P_C mayor que la presión atmosférica y P_D menor que la presión atmosférica.
- $P_D - P_C = \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .
- $P_D - P_C > \Delta P_0$, siendo P_C y P_D mayores que la presión atmosférica P_{ATM} .

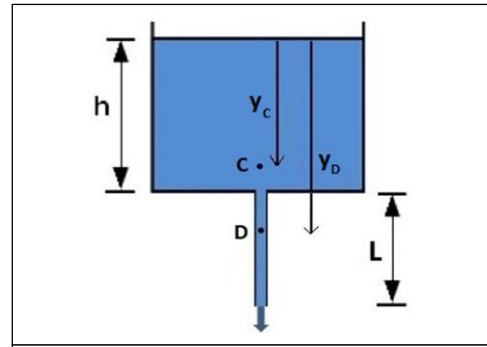


Figura A14. Recipiente con agua con dos puntos señalados: el por encima de la boca del recipiente y el D dentro de la tubería. La posición y de dichos puntos se mide respecto a la superficie libre del agua en el recipiente.

Pregunta 9. Elaboración propia.

Un tanque cerrado contiene agua y en la parte superior aire a una presión P menor que la presión atmosférica P_{ATM} . El tanque tiene un orificio muy pequeño de área S por el que se escapa el agua a una velocidad V_0 . La presión exterior al tanque es la atmosférica P_{ATM} . Supón que se pudieran modificar la presión P dentro del tanque y el área del orificio de salida.

De las siguientes opciones:

- Duplicar el área del orificio.
- Aumentar la presión P dentro del tanque.
- Reducir la presión P dentro del tanque.

¿Cuál o cuáles de dichas opciones lograrían que el agua tuviera la mayor velocidad de salida posible?

- Sólo la 1.
- Sólo la 2
- Sólo la 3.
- 1 y 3.
- 1 y 2.

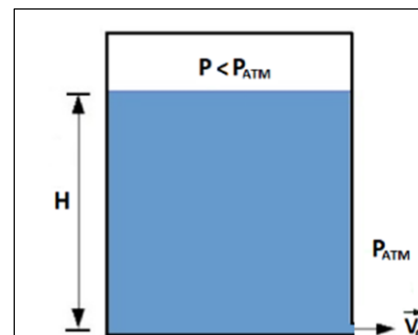


Figura A15. Tanque con agua cerrado en su parte superior y con un orificio en un parte inferior.

Pregunta 10. Adaptada de Barbosa, (2013).

Para el sistema de tuberías que se muestra en la figura adjunta, fluye agua en estado estacionario y temperatura constante de izquierda a derecha. La tubería está compuesta por dos tramos A y B de distinta sección. Supón que el agua es un fluido de viscosidad despreciable.

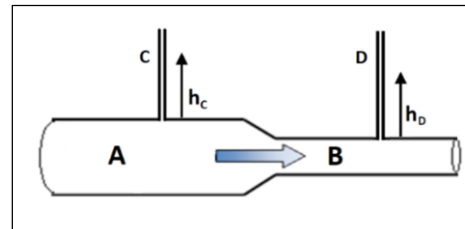


Figura A16. Sistema de tuberías con tubos verticales.

En los dos tramos de la tubería se han conectado tubos verticales C y D de igual diámetro y muy largos abiertos a la atmósfera. La presión en todos los puntos de la tubería es mayor a la atmosférica P_{ATM} .

Indique la opción correcta respecto a las velocidades V_A y V_B en cada tramo de la tubería y los niveles de líquido h_C y h_D en los tubos C y D.

- a) $V_A < V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es menor que en D.
- b) $V_A < V_B$. Los niveles de líquido en los tubos C y D son iguales.
- c) $V_A < V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es mayor que en D.
- d) $V_A > V_B$. Los niveles de líquido en los tubos C y D son iguales.
- e) $V_A > V_B$. El nivel de líquido en el tubo C es mayor que en D.