UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
Facultad de Ciencias Económicas y de Administración
Instituto de Estadística

# Valuación de planes de pensión

**Gonzalo De Armas; Sergio Barszcz**

**Diciembre, 2017**

# Serie Documentos de Trabajo

DT (17/05) - ISSN : 1688-6453

Forma de citación sugerida para este documento:

**De Armas, Gonzalo y Barszcz, Sergio (2017).** ***Valuación de planes de pensión.*** **[en línea].**
**Serie Documentos de Trabajo, DT (17/05). Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República, Uruguay.**

# Valuación de planes de pensión

Gonzalo De Armas [1]; Sergio Barszcz [2]
*Departamento de Métodos Cuantitativos, Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República*

## RESUMEN

Por su importante función social, la valuación de planes de pensión es una tarea que debe ser cuidadosamente planificada y evaluada, a fin de garantizar el cobro de las jubilaciones presentes y futuras de los trabajadores. En una primera parte de este trabajo se retoman los valores presentes actuariales de las contribuciones y beneficios futuros respecto a un participante en un plan de pensiones. De esta forma, si el plan de pensiones pretende dar seguridad a sus participantes, la concesión de tales beneficios futuros requerirá que los activos disponibles a la fecha junto con el valor presente actuarial de las futuras contribuciones se equilibren con tales beneficios futuros. El marco teórico del trabajo está dado por los conceptos actuariales que se utilizan y la metodología de trabajo implica la definición de funciones útiles para resumir la situación financiera de un plan de pensión. En el presente trabajo se simulara la evolución de un plan de pensión, sujeto a proyecciones demográficas respecto al envejecimiento de la población, poniéndose énfasis en la evolución de su superávit, trabajando con diferentes escenarios donde se variará la edad mínima de jubilación y las tablas de mortalidad utilizadas.

**Palabras clave:** edad de jubilación, plan de pensión, ruina, superávit.

**Códigos JEL:** C14, C41, E43, G23, H55, J26
**Clasificación MSC2010:** 62P05,60G50

[1] *email:* `gonzalo.dearmas@iesta.edu.uy`
[2] *email:* `sbarszcz@ccee.edu.uy`,

## Valuation of pension plans

Gonzalo De Armas [1]; Sergio Barszcz [2]
*Departamento de Métodos Cuantitativos, Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República*

## ABSTRACT

Due to its important social function, the valuation of pension plans is a task that must be carefully planned and evaluated, in order to guarantee the collection of present and future retirements of the workers. In a first part of this work, actuarial present values ??of future contributions and benefits are taken up with respect to a participant in a pension plan. In this way, if the pension plan intends to provide security to its participants, the granting of such future benefits will require that the assets available to date along with the actuarial present value of future contributions be balanced with such future benefits. The theoretical framework of the work is given by the actuarial concepts that are used and the work methodology involves the definition of useful functions to summarize the financial situation of a pension plan. In the present work, the evolution of a pension plan will be simulated, subject to demographic projections with respect to the aging of the population, placing emphasis on the evolution of its surplus, working with different scenarios where the minimum retirement age and mortality tables will change.

**Key words:** age retirement, pension funding, ruin, surpluss.

JEL code: C14, C41, E43, G23, H55, J26.
**Mathematics Subject Classification MSC2010**: 62P05,60G50

[1] *email:* gonzalo.dearmas@iesta.edu.uy
[2] *email:* sbarszcz@ccee.edu.uy,

# 1. Antecedentes

En (De Armas y Barszcz, 2015) se trabajó con una la evaluación de la probabilidad de ruina en un horizonte temporal de 20 años, con un superávit de 65 millones, variado la fracción de aportes del salario nominal con la cual se calculan las contribuciones al sistema, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 1: Probabilidad de ruina y mínimo T (tiempo en que ocurre la ruina) según fracción de aportes

| Fracción del salario nominal aportada | $\psi$ (65000000;20) | mínimo T |
|---|---|---|
| 25 % | 99,9 % | 14 |
| 30 % | 98,6 % | 15 |
| 35 % | 75,0 % | 17 |
| 40 % | 30,0 % | 18 |
| 45 % | 2,7 % | 19 |
| 50 % | 0,10 % | 20 |
| 55 % | Aprox 0 % | - |

Fuente: Planes de pensión: métodos de costo actuarial, SUE 2015

En la tabla 1 se puede apreciar que para llegar a una probabilidad aproximadamente nula de que el superávit caiga bajo 0, con un superávit inicial de 65 millones, se necesita que los contribuyentes aporten un 55 % de su salario.

Cabe señalar que en ese trabajo se utilizaron las tablas de mortalidad publicadas por el INE (Instituto Nacional de Estadística) en 2015 y con una distribución de la edad de diferente a la utilizada en el presente trabajo que fue obtenida a través del BPS (Banco de previsión social).

# 2. Objetivos

Este trabajo consta en analizar mediante simulación matemática la evolución del superávit de un plan de pensiones bajo el sistema de solidaridad intergeneracional, trabajando con datos de la realidad uruguaya (presente y futura) obtenidos del INE y del BPS.

Se trabaja en tres escenarios:

- Un primer escenario que es el actual donde la edad mínima de jubilación es 60 años, en este caso trabajaremos con una población donde hay tanto activos como pasivos y un superávit dado de 65 millones, se simula la evolución desde 2017 hasta 2050 de dicha población calculando el superávit del plan, se trabaja con la tabla de mortalidad proyectada por el INE para cada año transcurrido, para luego compararlo con el mismo caso pero utilizando la tabla de 2017 para todo el desarrollo de la simulación.

- Un segundo escenario donde se aumenta la edad mínima de jubilación año a año hasta llegar a los 70 años, comparando la evolución del superávit en cada uno de los casos.

- Un tercer escenario totalmente diferente, donde el plan comienza desde "cero", trabajamos con un conjunto de personas de entre 20 y 30 años y seguimos la evolución de modelo durante 100 años, en el cual habrán ingresos por nuevos trabajadores y egresos por mortalidad y jubilación, se evalúa también el plan con edades mínimas de jubilación progresivas.

# 3. Marco Teórico

## 3.1. Valuación de planes de pensión

Se necesitan dos conjuntos de supuestos para calcular el VPA (valor presente actuarial) de los beneficios y las contribuciones de un plan de pensión: supuestos demográficos que implican tablas de mortalidad para obtener la probabilidad de que una persona de edad $x$ sobreviva al menos hasta la edad $x+t$ y se anota actuarialmente como ${}_tp_x$, también se deben hacer supuestos sobre la composición de la población económicamente activa y supuestos económicos sobre la evolución del salario:

$$(ES)_{x+h+t} = (AS)_{x+h}\frac{S_{x+h+t}}{S_{x+h}} \tag{1}$$

Donde $(AS)_{x+h}$ es el salario actual a la edad $x+h$, $(ES)_{x+h+t}$ es el salario estimado a la edad $x+h+t$ y $S_h$ es una función de escala salarial para la edad $h$.

Finalmente se deben hacer supuestos o estimaciones sobre la evolución de las jubilaciones y el rendimiento de las inversiones. (Navarro y Nave, 1994) (Dumrauf, 2013)

Consideramos un modelo con una población que ingresan al sistema a partir de la edad $a$ y se jubilan a la edad $r$, los cuales están expuestos a una función de supervivencia $s(x)$, con $s(a)=1$. Para $a<x<r$ el decremento podría ocurrir por mortalidad u otras causas, pero a partir de la edad $r$ la mortalidad es la única causa de decremento. La densidad de nuevos ingresos a la edad $a$ está dada por $n(u)$ y la densidad de aquellos que alcanzan la

edad $x$ en el tiempo $t$ está dada por $n(u)s(x)$ donde $u$ es la edad de ingreso al plan.

El beneficio obtenido por la jubilación es una fracción del salario al momento de jubilarse.

De esta manera el VPA de las futuras contribuciones, de las cuales se paga una fracción del salario puede escribirse como:

$$VPA = c(AS)_{x+h} \int_0^{\omega-x-h} v^t \ {}_tp_x^{(\tau)} \ \frac{S_{x+h+t}}{S_{x+h}} dt \tag{2}$$

(Subramaniam, 1999)

### 3.2. Ruina

Los beneficios cobrados por los jubilados deben balancearse actuarial y financieramente con las contribuciones de los activos, pero por múltiples causas (tasas de interés que no cumplan las previsiones, cuestiones legales, etc.) esto no siempre se logra en la práctica. Sea $u$ el patrimonio inicial, $c(t)$ las contribuciones cobradas hasta el año $t$ y $j(t)$ los pagos de jubilaciones hasta el año $t$, entonces $u(t) = u + c(t) - j(t)$ Dado un patrimonio inicial $u$, definimos como ruina al primer momento t en el cual el patrimonio cae por debajo de 0. Ruina no es sinónimo de insolvencia, pero su análisis y previsión permiten hacer ajustes en la tasa de contribuciones que permitan la supervivencia del sistema de pensiones. (Bowers *et al.*, 1997)

## 4. Casos de estudio.

### 4.1. Edad mínima de jubilación en 60 años.

Un primer caso de estudio será trabajar con una población que contiene activos y pasivos y un sistema previsional con un superávit de \$U65 millones, se simulara su evolución trabajando con una tasa efectiva de interés compuesto del 3 % anual, una inflación anual del 8 %, se aportan de los ingresos por métodos directos e indirectos una fracción del 22 % del salario nominal. Los participantes de la población ingresan al sistema con entre 20 y 25 años, una persona de 20 años gana en promedio \$U14.000 y año a año se ajusta por un aumento del 6 % y un ajuste extra por experiencia y ascensos del 2 % El valor inicial de la jubilación es el mínimo entre \$U60.000 y un 50 % del salario al jubilarse y se cobran los beneficios anualmente, las jubilaciones se ajustan anualmente por IPC . (Parlamento Uruguay, 1995) La edad máxima de sobrevida son 100 años y se utilizan tablas de mortalidad proyectadas año por año hasta el 2050 publicadas por el INE (INE, 2014)

La edad de jubilación es una variable aleatoria discreta que tiene la siguiente función de cuantía:

$$p_X(x) = \begin{cases} 0,31 & \text{si } x = 60 \\ 0,12 & \text{si } x = 61 \\ 0,08 & \text{si } x = 62 \\ 0,07 & \text{si } x = 63 \\ 0,06 & \text{si } x = 64 \\ 0,10 & \text{si } x = 65 \\ 0,06 & \text{si } x = 66 \\ 0,05 & \text{si } x = 67 \\ 0,04 & \text{si } x = 68 \\ 0,04 & \text{si } x = 69 \\ 0,07 & \text{si } x = 70 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{3}$$

Cuantía de la variable aleatoria: "Edad de jubilación".
Fuente: Asesoría general en seguridad social del BPS.

## 4.2. Modelo de Simulación

El modelo simula, a través del programa R (R Core Team, 2017) la evolución de esta población teniendo como punto de partida el 2017 y finaliza en el 2050. calculando el valor del superávit año a año. Se utilizo el paquete 'xtable' (Dahl, 2016) para exportar los resultados.

Al comienzo del año se pagan los aportes por parte de los activos y los pasivos cobran sus jubilaciones calculándose el saldo de ese año, el cual es sumado al saldo final del periodo anterior, si el superávit es positivo entonces se coloca a interés durante el correr del año.

En el correr del año se aplica la probabilidad de fallecimiento a cada una de las personas integrantes de la simulación según la tabla de mortalidad proyectada para el año en que está transcurriendo la simulación, posteriormente se determinan los nuevos jubilados aplicando la probabilidad de jubilación provista por la función de cuantía , en caso resultar jubilado se determina la jubilación inicial.

Todos los sobrevivientes aumentan su edad en un año y se calculan sus nuevos salarios y jubilaciones según la función de escala salarial y la inflación respectivamente.

Finalmente se agregan nuevos integrantes al sistema, por cada jubilado se agregan 2,83 activos en promedio, con un mínimo de 2 en caso de no ocurrir ninguna jubilación cosa que sucede en los primeros años en el caso que modela el plan de pensión desde su creación.

En el presente trabajo se simularon variables uniformes $U$ y a través de ellas se simularon las diferentes realizaciones variables aleatorias discretas determinando que:

$X = x_k$ si $U \leq F_X(x_k)$ y $F_X(x_k) > F_X(x_i)$ $\forall i \neq k$ (Jones *et al.*, 2014)

Estas simulaciones se utilizan para determinar si una persona en edad de jubilarse se jubila o no, para determinar si la persona sobrevive al año en curso, cuantos nuevos trabajadores ingresan al sistema cada año asi como sus caracteristicas sociodemográficas.

Se repite la simulación 100 veces [3] para obtener resultados menos dispersos al calcular el superávit promedio.

## 4.3. Edad mínima de jubilación progresiva

Este caso de estudio es similar al caso anterior, la población tiene un conjunto de activos y de pasivos pero simula que sucedería si se aplica a partir de ese momento un corrimiento de la edad mínima de jubilación de un año por cada caso, comenzando con aumentar la edad mínima de jubilación desde los 61 años hasta eventualmente llegar a los 70 años, realizándose los mismos cálculos que para el caso anterior.

En cuanto a la distribución de la variable aleatoria "edad de jubilación" se decide conservar la distribución de probabilidades aumentando en un año lo valores del recorrido de la misma por cada escenario a simular.

Se realiza el mismo modelo de simulación que en el caso anterior en cuanto a tasas de interés, inflación y escala salarial.

## 4.4. Grupo inicial sin Jubilados con edad de jubilación progresiva

En este caso se parte del grupo poblacional que cumple con tener menos de 30 años, se mantienen iguales los demás supuestos y se sigue su evolución, mientras no alcanzan la edad mínima de jubilación la única causa posible de decremento es la muerte y se aplican

[3] Se realizó un análisis de sensibilidad para determinar si simulando 1000 veces se obtenian resultados significativamente diferentes. Se determino que con 100 simulaciones se llegaba a un adecuado balance entre estabilidad y tiempo de ejecución de la simulaciones.

tablas de mortalidad proyectadas por el INE, una vez alcanzada la edad mínima de jubilación entonces la causa de decremento puede ser tanto la jubilación como la muerte. Este caso a diferencia de los anteriores cuenta con un superávit creciente los primeros años puesto que los activos deben primero alcanzar la edad de jubilación. También interesa calcular la cantidad de jubilados año a año.

Para poder tener una visión completa de este caso se deben simular más años pues en el caso menos extremo deben pasar al menos 30 años para que aparezcan los primeros jubilados, por ende se toman 100 años de evolución del modelo. Para años posteriores al 2050 se seguirá utilizando la tabla de mortalidad proyectada para el 2050.

# 5. Resultados

## 5.1. Edad mínima de jubilación 60 años

Se simula 100 veces la evolución de una población con activos y jubilados, la simulación comienza en el año 2017 y termina en el 2050, en cada año se utiliza la tabla de mortalidad estimada por el INE, se calcula la evolución del patrimonio y la probabilidad de ruina, en la Figura 1 se puede apreciar en color negro la trayectoria del superávit a lo largo del tiempo así como también una trayectoria en color rojo que es la resultante del promedio de todas las simulaciones, la línea vertical resulta de la intercepción de la trayectoria promedio con el valor de superávit igual a 0.

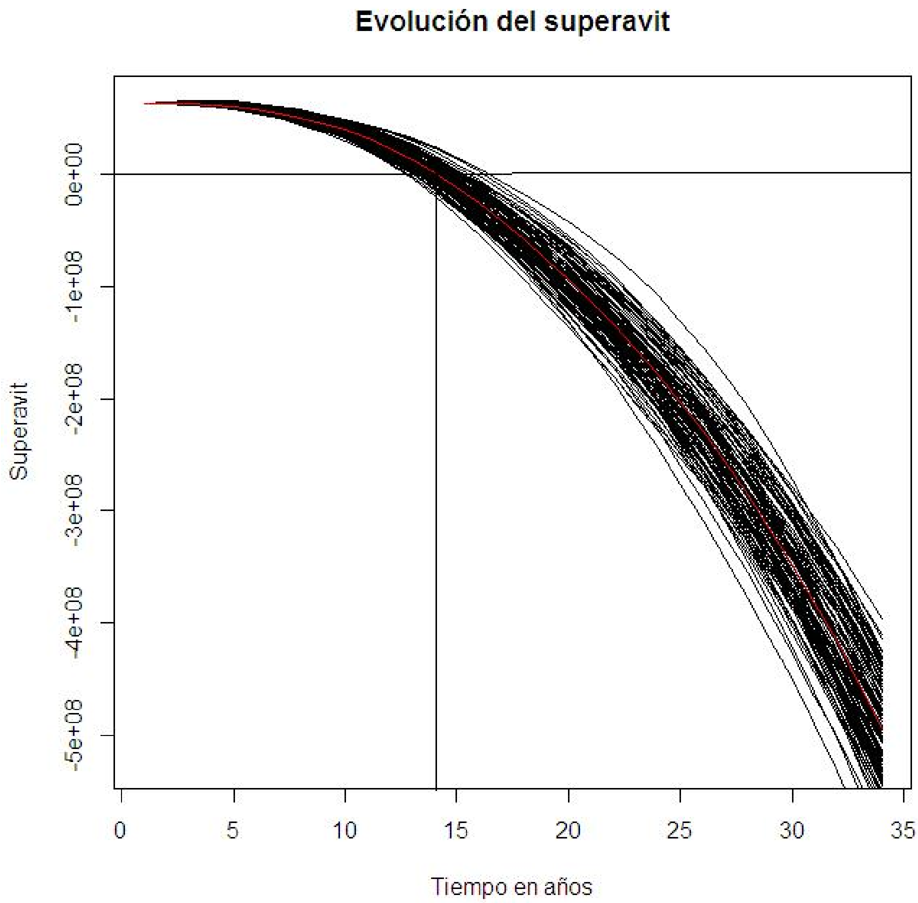


Figura 1: Trayectorias del superávit en las distintas simulaciones.

Fuente:Propia.

A continuación se presentan en las tablas 2 y 3 la comparación de la cuantía de T al utilizar una tabla de mortalidad única contra el usar tablas de mortalidad proyectadas.

Tabla 2: Probabilidad de ruina con edad de retiro 60 años y u=65.000.000 con tabla de mortalidad única

| Probabilidad de Ruina a lo largo del tiempo | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Año | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | E(T) |
| Prob de ruina | 0.01 | 0.21 | 0.34 | 0.33 | 0.09 | 0.02 | 19.34 |

Tabla 3: Probabilidad de ruina con edad de retiro 60 años y u=65.000.000 con tablas de mortalidad actualizadas

| Probabilidad de Ruina a lo largo del tiempo | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Año | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | E(T) |
| Prob de ruina | 0.03 | 0.41 | 0.36 | 0.18 | 0.02 | 14.75 |

## 5.2. Variación de la edad mínima de jubilación

En la Figura 2 se puede apreciar el valor del superávit anualmente, variando la edad de mínima retiro, cada trayectoria refiere a una edad mínima de 60 años hasta la última trayectoria que es a una edad mínima de 70 años, la distribución de la variable edad de retiro se transforma a través de un corrimiento.

Podemos apreciar que si bien aumentar la edad mínima de jubilación pospone el momento en que el superávit es negativo, es una solución temporal puesto que las finanzas no quedan equilibradas presuntamente porque otros aspectos demográficos y económicos siguen fuertemente influenciado los resultados.

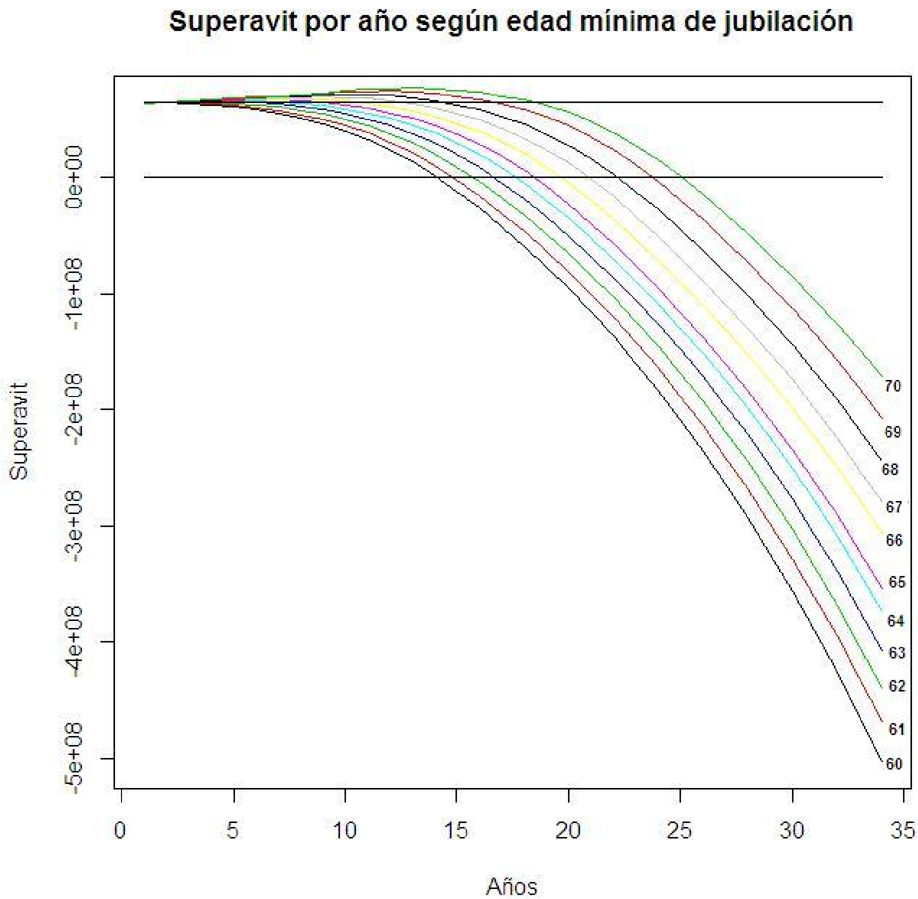


Figura 2: Evolución del superávit considerando un cambio en la edad mínima de jubilación. Fuente:Propia.

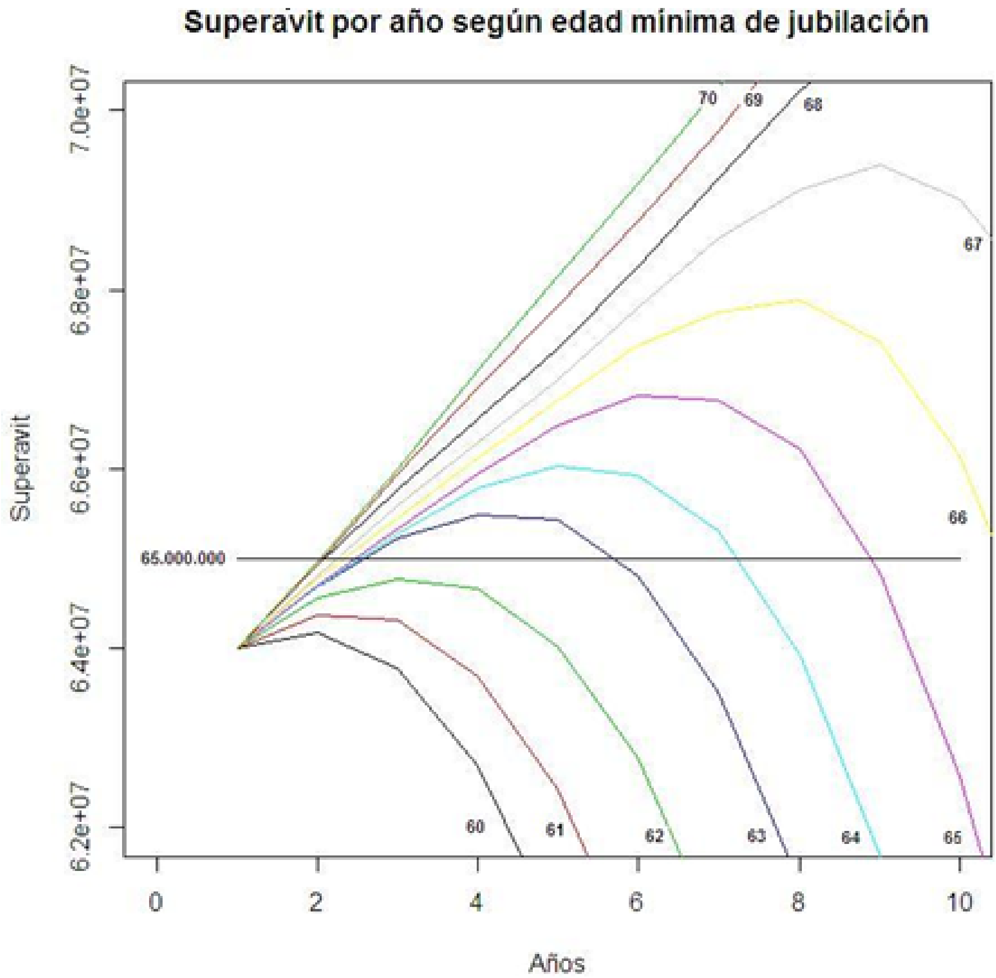


Figura 3: Zoom de la Figura 2

Fuente:Propia.

Podemos apreciar en la Figura 3 que si la edad de jubilación es menor a 63 años, el superávit al final de los primeros años no logran recuperarse lo suficiente como para retomar el superávit inicial de 65 millones, en los escenarios de 63 años o más, si bien se logra una recuperación momentánea sobrepasando el superávit inicial, con el paso de los años el superávit vuelve a caer por debajo de los 65 millones.

## 5.3. Probabilidades de ruina según edad mínima de jubilación y superávit inicial de 65 millones.

En las tablas 7-13 se puede apreciar la función de cuantía empírica de la variable aleatoria "Tiempo (en años enteros) hasta la aparición de la ruina", variando la edad mínima de jubilación y utilizando las tablas de mortalidad proyectadas por el INE.

Tabla 4: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 61 años

| Edad mínima 61 años | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Años | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Prob Ruina | 0.08 | 0.58 | 0.27 | 0.07 |

Tabla 5: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 62 años

| Edad mínima 62 años | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Años | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Prob Ruina | 0.11 | 0.52 | 0.30 | 0.06 | 0.01 |

Tabla 6: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 63 años

| Edad mínima 63 años | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Años | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Prob Ruina | 0.15 | 0.52 | 0.26 | 0.07 |

Tabla 7: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 64 años

| Edad mínima 64 años | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Años | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Prob Ruina | 0.01 | 0.24 | 0.35 | 0.28 | 0.12 |

Tabla 8: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 65 años

| Edad mínima 65 años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Prob Ruina | 0.06 | 0.24 | 0.39 | 0.24 | 0.05 | 0.02 |

Tabla 9: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 66 años

| Edad mínima 66 años | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| Prob Ruina | 0.01 | 0.17 | 0.46 | 0.25 | 0.10 | 0.01 |

Tabla 10: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 67 años

| Edad mínima 67 años | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| Prob Ruina | 0.07 | 0.16 | 0.27 | 0.35 | 0.07 | 0.05 | 0.02 | 0.01 |

Tabla 11: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 68 años

| Edad mínima 68 años | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| Prob Ruina | 0.02 | 0.16 | 0.28 | 0.29 | 0.11 | 0.11 | 0.02 | 0.01 |

Tabla 12: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 69 años

| Edad mínima 69 años | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| Prob Ruina | 0.10 | 0.19 | 0.24 | 0.25 | 0.12 | 0.07 | 0.02 | 0.01 |

Tabla 13: Probabilidad de ruina con edad mínima de jubilación de 70 años

| Edad mínima 70 años | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Años | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| Prob Ruina | 0.03 | 0.09 | 0.13 | 0.25 | 0.18 | 0.16 | 0.09 | 0.06 | 0.01 |

Tabla 14: Esperanza y varianza de la variable aleatoria “Tiempo (en años enteros) hasta la aparición de la ruina” según edad mínima de jubilación (u=65.000.000)

| Edad mínima | E(T) | Var(T) |
|---|---|---|
| 60 (tabla única) | 19.34 | 1.0044 |
| 60 | 14.75 | 0.7275 |
| 61 | 15.33 | 0.5211 |
| 62 | 16.34 | 0.6244 |
| 63 | 17.25 | 0.6275 |
| 64 | 18.26 | 0.9724 |
| 65 | 19.04 | 1.0984 |
| 66 | 19.39 | 2.5477 |
| 67 | 21.47 | 1.8691 |
| 68 | 22.77 | 1.9371 |
| 69 | 24.44 | 2.3264 |
| 70 | 25.66 | 3.1644 |

La Tabla 14 compara la esperanza y varianza de la variable aleatoria “Tiempo (en años enteros) hasta la aparición de la ruina” para las diferentes edades mínimas de jubilación, en todos los casos (excepto donde así lo indica) se utilizaron las tablas de mortalidad proyectadas por el INE.

Podemos observar que si la edad mínima de jubilación es de 60 años, hay una diferencia de 4,59 años en la E(T) provocada por la proyección de las tablas de mortalidad que estiman el envejecimiento de la población uruguaya en años futuros. También se observa que sea cual sea la edad mínima de jubilación considerada en este trabajo, la E(T) es un valor finito.

## 5.4. Grupo inicial sin jubilados

Se construye una población cuyas edades estén entre un mínimo de 20 años y un máximo de 30 años y se simula la evolución de la misma, en los primeros años no habrá jubilados e ingresaran dos nuevos activos por año, cuando comiencen a jubilarse se aplicará una un reemplazo de 2,83 por jubilado en promedio.

Se muestra a continuación en la Figura 4 los resultados de la simulación de la evolución del superávit durante 100 años.

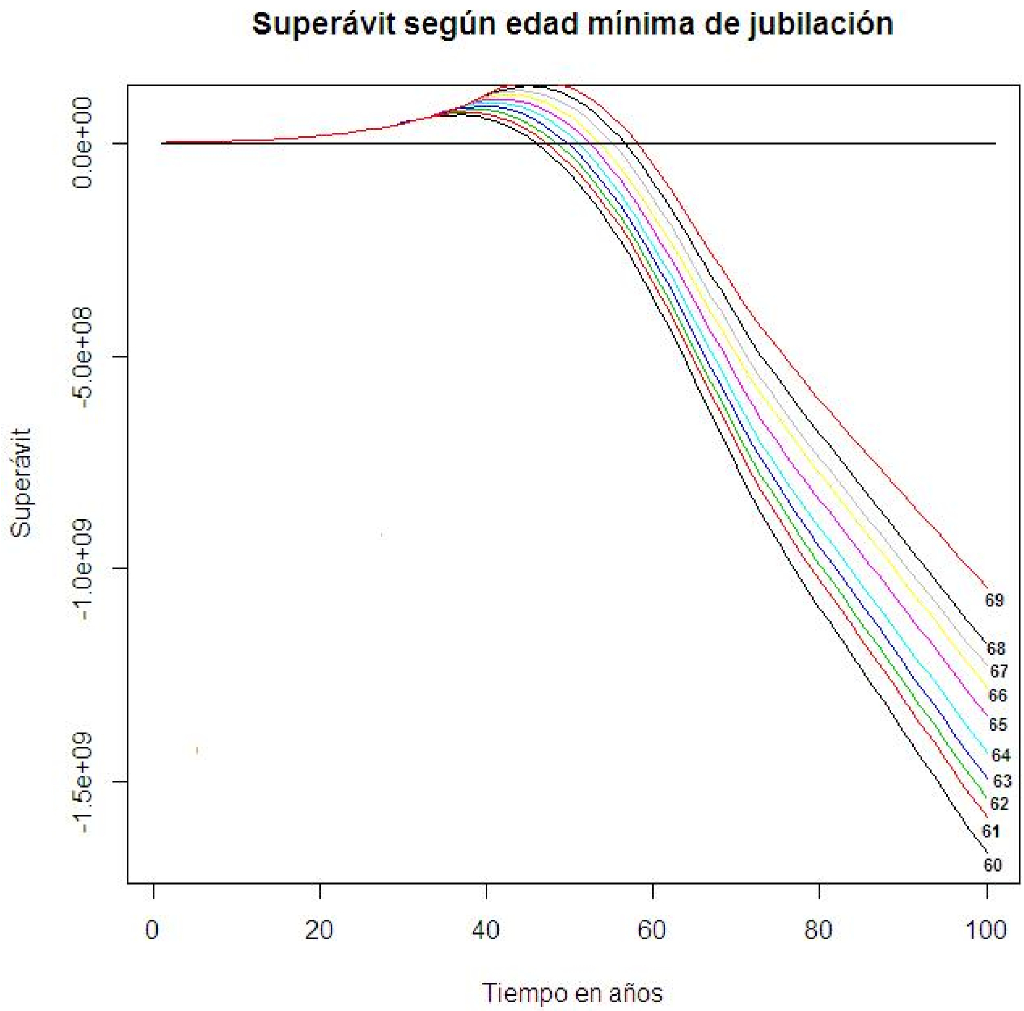


Figura 4: Evolución del superávit, edad mínima de jubilación entre 60 y 69 años. Fuente:Propia.

*Resultados Globales.*

Como se puede apreciar en la tabla 15, aumentar la edad de jubilación en un año, genera en la mayoría de los casos un año más en el plazo para que el superávit caiga a importes negativos, así como también que el superávit máximo aumente y se obtenga un año después, solo se observa algunas excepciones en las cuales hay un aumento de dos años en el momento de la ruina.

Esta simulación muestra que aun empezando en un sistema totalmente desde 0, si no se inyecta un capital inicial, el superávit caerá por debajo de 0 en el largo plazo en cualquiera de los escenarios de edad de jubilación variable.

Tabla 15: Comparación de los superávit máximos y el momento de ruina

| | Tiempo hasta ruina | | Máximo Superávit | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Edad mínima | T (100 sim) | T (1000 sim) | Año | Monto (100 sim) | Monto (1000 sim) |
| 60 | 46 | 46 | 37 | 64.891.871 | 64.885.793 |
| 61 | 48 | 48 | 38 | 70.957.447 | 70.763.283 |
| 62 | 49 | 49 | 39 | 77.793.992 | 77.618.534 |
| 63 | 50 | 50 | 40 | 85.366.356 | 85.412.966 |
| 64 | 51 | 51 | 41 | 94.085.126 | 93.183.794 |
| 65 | 53 | 53 | 42 | 102.149.963 | 102.283.839 |
| 66 | 54 | 54 | 43 | 111.711.646 | 112.180.665 |
| 67 | 56 | 55 | 44 | 121.885.158 | 122.611.389 |
| 68 | 57 | 57 | 45 | 133.501.241 | 133.677.960 |
| 69 | 59 | 59 | 46 | 145.144.374 | 145.482.002 |

A modo de análisis de sensibilidad de los resultados del proceso de simulación, se realizaron primero 100 simulaciones y luego 1000 simulaciones, la diferencia entre los montos máximos del superávit en estas dos situaciones nunca alcanzo al 1 % sin encontrar variante en el año en que sucede ese máximo. En cuanto al momento de ruina, solo en el caso de la edad mínima de jubilación se encuentra un año de diferencia en el resultado del momento de la ruina. Este análisis de sensibilidad se hizo solo en este escenario por ser el que tiene un horizonte temporal más alejado, al considerar razonables las diferencias entre hacer 100 y 1000 simulaciones es se opta como considerar como razonables los resultados de 100 simulaciones para los tres escenarios.

# 6. Conclusiones

El presente trabajo tuvo como finalidad analizar el desarrollo del superávit y la variable aleatoria T en diferentes escenarios. En el primer escenario se comparó el resultado de estos indicadores trabajando con la actual edad mínima de jubilación pero variando las tablas de mortalidad utilizadas, esto es trabajar con tabla de mortalidad única o con tabla de mortalidad actualizadas mediante proyecciones año a año, se obtuvo una diferencia de 4,59 años en la esperanza de T en siendo el valor mayor el que no actualiza las tablas y por ende no toma en cuenta el aumento de la esperanza de vida que se proyecta a futuro.

En el segundo escenario se modificó la edad mínima de jubilación con valores entre 61 y 70 años, en todos los casos si bien aumento la esperanza de T, igualmente la misma tomo valores finitos en todos los casos, lo cual hace pensar que el aumento en la edad mínima de jubilación si bien logra un aumento de tiempo antes de caer el superávit por debajo de 0, es solo una solución temporaria y no debería ser la única a tomar si se busca una solución perdurable en el tiempo. En el tercer escenario se tomó un grupo de activos de menos de 30 años y se siguió la evolución del plan de pensión a lo largo del tiempo, llegando a las mismas conclusiones que en el segundo escenario, la esperanza de T es un valor finito aunque claro, mucho mayor puesto que pasarán varios años antes de empezar a aparecer jubilados.
Analizando todos los escenarios en su conjunto y dadas las actuales proyecciones, que preveen un aumento de la esperanza de vida de nuestra población, en una población ya de por si envejecida ofrece un escenario difícil para equilibrar financiera y actuarialmente el plan de pensión de solidaridad intergeneracional, se ha hablado actualmente de la necesidad de aumentar la edad mínima de jubilación como una posible solución a esa proyección demográfica, el presente trabajo muestra que serían soluciones temporales que deberían ir acompañadas de otras medidas para evitar la desfinanciación del sistema.

# 7. Proyectos de futuro

La presente investigación tuvo como objetivo modelar un sistema jubilatorio bajo la modalidad de solidaridad intergeneracional, el mismo trabajo con una serie de supuestos que condicionaran el resultado según el realismo con que se seleccionen, se prevée para futuros trabajos la inclusión de una tasa de interés aleatoria que aproxime a simulación más realista. También se prevée el agregado de mayor complejidad al modelo a través de la inclusión del retiro y pago de pensiones por invalidez.

# Referencias Bibliográficas


Bowers, Gerber, Hickman, Jones, y Nesbitt (1997). *Actuarial mathematics*. SOA.

Dahl, D. B. (2016). *xtable: Export Tables to LaTeX or HTML*. R package version 1.8-2.

De Armas, G. y Barszcz, S. (2015). Planes de pensión: métodos de costo actuarial.

Dumrauf, G. (2013). *Matemáticas financieras*.

INE (2014). Estimaciones y proyecciones de la población de Uruguay: metodología y resultados. Revisión 2013.

Jones, O., Maillardet, R., y Robinson, A. (2014). *Introduction to Scientific Programming and Simulation Using R*. CRC/Press.

Navarro, E. y Nave, J. (1994). *Fundamentos de matemática financiera*.

Parlamento Uruguay (1995). Ley de seguridad social.

R Core Team (2017). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.

Subramaniam, I. (1999). *Actuarial mathematics of social security pensions*. ILO and ISSA.

# Instituto de Estadística

# Documentos de Trabajo

**Eduardo Acevedo 1139. CP 11200 Montevideo, Uruguay**
**Teléfonos y fax: (598) 2410 2564 - 2418 7381**
**Correo: ddt@iesta.edu.uy**
**www.iesta.edu.uy**
**Área Publicaciones**

**Diciembre, 2017**
**DT (17/05)**